

Des amis habitent Strasbourg et préparent leurs vacances.

Cette année ils ont décidé de partir découvrir une grande ville française pendant une semaine.

Pour s'y rendre, ils louent une voiture. Une fois arrivés sur place, ils feront ensuite tous leurs trajets à pied ou en transport en commun.

Une agence de location de voitures propose les trois formules suivantes pour une location sur une semaine :

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

Tableau indicatif des distances (en km) entre des villes françaises

Bordeaux						
675	Grenoble					
792	771	Lille				
555	280	1005	Marseille			
338	741	584	909	Nantes		
546	585	215	772	379	Paris	
907	506	498	803	864	442	Strasbourg

Exemple: la distance la plus courte entre Nantes et Grenoble est de 741 km.

PARTIE A : Les amis souhaitent se rendre à Marseille. Ils ont un budget de 1,000 € pour le voyage.

1. Quelle distance, en km, vont-ils parcourir pour le trajet aller-retour ?
2. En choisissant la formule B, montrer que la location de voiture coûtera 701,50 €.
3. Quelle est la formule la plus avantageuse ?
4. Voici des informations pour le voyage :

Information 1	Information 2	Information 3
Prix moyen du gazole en 2023 1,87 € par litre	Voiture proposée Type de carburant: gazole. Consommation: 5,6 L pour 100 km	Coût total pour les péages 115,80 €

Leur budget sera-t-il suffisant ?

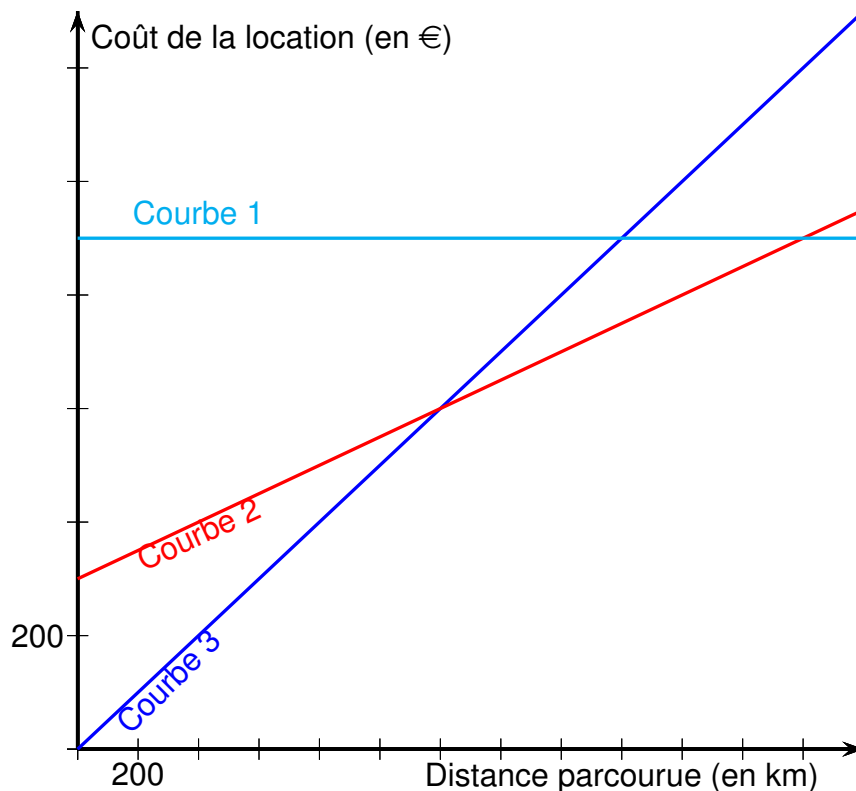
Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans la correction.

PARTIE B : Étude des formules

Formule A	Formule B	Formule C
0,50 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 300 € puis 0,25 € pour chaque kilomètre parcouru	Forfait fixe de 900 € pour un kilométrage illimité.

5. Soit x le nombre de kilomètres parcourus, exprimer en fonction de x le prix payé pour chaque formule de location.
6. On a représenté ci-dessous, pour chacune des formules, le coût de la location (en euros) en fonction de la distance parcourue (en kilomètres).

Associer chaque courbe à la formule de location correspondante. *Ne pas justifier.*



7. Résoudre l'équation

$$0,25x + 300 = 0,5x.$$

Interpréter ce résultat.

8. (a) Si la distance parcourue est de 2,500 km, quelle formule doit-on choisir pour payer le moins cher ? Ne pas justifier.
- (b) Donner une distance parcourue pour laquelle la formule A est la plus intéressante. Ne pas justifier.
- (c) Déterminer graphiquement quelle formule de location est la moins chère en fonction de la distance parcourue pour une distance inférieure à 2,600 km.

Correction

PARTIE A

- D'après le tableau indicatif des distances, la distance entre Marseille et Strasbourg est de 803 km. Pour l'aller et le retour, on aura donc une distance totale de $803 \times 2 = 1,606$ km.
- En choisissant la formule B, ils vont donc payer :
 $300 + 1,606 \times 0,25 = 300 + 401,25 = 701,50$ (€).
 Ce calcul confirme le coût total annoncé.
- On peut déjà dire que le prix payé avec la formule B est inférieur à celui de la formule C, car : $701,50 < 900$.
 Avec la formule A, le prix payé serait : $1606 \times 0,5 = 803 > 701,25$. Le prix A est aussi plus élevé que le B.
 La formule la plus avantageuse est donc la formule B.
- Si la voiture doit faire 1606 km (pour la distance aller et retour), alors elle va consommer : $1606 \times \frac{5,6}{100} = 89,936$ L de carburant.
 Si le prix moyen du carburant est de 1,87 € par litre, le prix du carburant sera de : $1,87 \times 89,936 = 168,18032$, soit, au centime près : 168,18 €.
 Le coût total du voyage inclus la location de la voiture, l'achat du carburant nécessaire et les péages, et donc est de : $701,50 + 168,18 + 115,80 = 985,48$ €.
 Comme $985,48 \leq 1000$, le budget est suffisant pour ce voyage.

PARTIE B : Étude des formules

- Pour la formule A : $0,50 \times x = 0,5x$;
 Pour la formule B : $300 + 0,25 \times x = 0,25x + 300$;
 Pour la formule C : 900 (ici, le prix est fixe et ne dépend donc pas de x).

6. Pour la formule A, on a une formule qui est l'expression d'une fonction linéaire, représentée par une droite passant par l'origine du repère : cela ne peut-être que la courbe 3;

La formule B est l'expression d'une fonction affine non linéaire, dont l'ordonnée à l'origine est 300, elle est donc représentée par une droite qui coupe l'axe des ordonnées à la graduation 300 : c'est la courbe 2;

La formule C est l'expression d'une fonction constante égale à 900, représentée par une droite horizontale coupant l'axe des ordonnées à la graduation 900 : c'est donc la courbe 1 (on pouvait aussi procéder par élimination, mais de toutes façons, aucune justification n'était attendue, ici).

7. Résolvons l'équation : $0,25x + 300 = 0,5x \iff 300 = 0,25x$

$$\iff \frac{300}{0,25} = x$$

$$\iff x = 1,200$$

L'équation a une unique solution, 1,200.

Cela signifie que c'est pour 1,200 km parcourus que le prix payé avec la formule B est le même que celui avec la formule A.

Graphiquement, cela correspond donc à l'abscisse du point d'intersection entre les courbes 2 (qui représente le prix payé avec la formule B) et 3 (prix payé avec la formule A).

8. (a) Puisqu'il n'y a pas de justification attendue, on peut procéder par lecture graphique : après l'abscisse 2400, et donc notamment pour 2,500 km parcourus, c'est la courbe 1 qui est sous les deux autres, c'est donc la formule C qui est la plus avantageuse.
- (b) Pour que la formule A soit la plus intéressante, il faut que la courbe 3 soit la plus basse. Ceci est vrai pour les abscisses entre 0 et 1,200, donc n'importe quelle distance choisie dans l'intervalle $[0 ; 1,200]$ est une bonne réponse. (même si la réponse 1200 km n'est pas la meilleure, car, les formules A et B sont toutes les deux les plus intéressantes pour cette distance là).
- (c) Ici, cela va dépendre de la distance parcourue :
- de 0 km à 1,200 km, le moins cher est la formule A ;
 - de 1,200 km à 2,400 km, le moins cher est la formule B ;
 - de 2,400 km à 2,600 km parcourus, le moins cher est la formule C.

Pour exactement 1,200 km parcourus, les formules A et B sont au même prix, pour exactement 2400 km parcourus, les formules B et C sont au même prix.