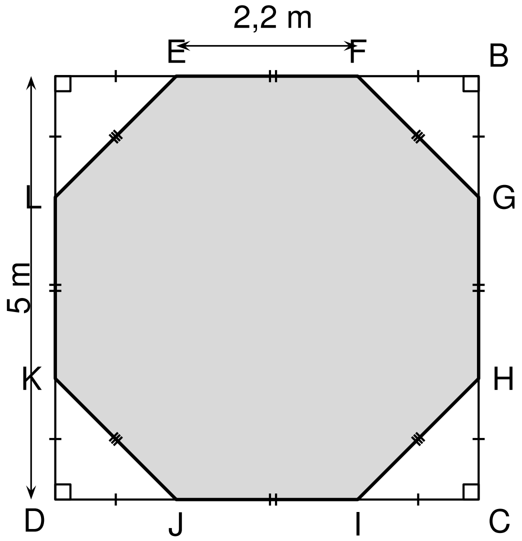
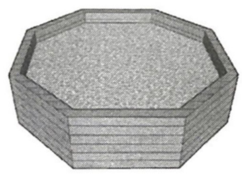
Pour obtenir l'octogone EFGHIJKL ci-contre, on retire quatre triangles rectangles isocèles identiques des coins d'un carré ABCD de côté 5 m.
On donne :
AD $= 5$ m ; EF $= 2,2$ m.



1. (a) Montrer que la longueur AE est égale à 1,4 m.
   (b) Montrer que l'aire du triangle AEL est égale à 0,98 m^2.
   (c) En déduire que l'aire de l'octogone grisé est égale à 21,08 m^2

2. Cet octogone a les mêmes dimensions que la surface d'une piscine de hauteur 1,50 m.
   On souhaite remplir cette piscine aux trois quarts de sa hauteur.



   (a) Montrer que le volume d'eau nécessaire est environ égal à 24 m^3.
   (b) Sachant que le débit du robinet utilisé pour remplir la piscine est de 12 L/min, calculer la durée de remplissage de ces 24 m^3 d'eau.
   Donner le résultat en heures et minutes.
   Rappel: 1 m^3 $= 1{,}000$ L.

Correction

1. (a) D'après l'énoncé AB = AE + EF + FB = AE + EF + AE = 2AE + EF ou encore :
   $5 = 2\text{AE} + 2,2$ d'où $2\text{AE} = 5 - 2,2 = 2,8$ et enfin AE $= \dfrac{2,8}{2} = 1,4$ (m).

   (b) L'aire du triangle AEL est :
   $\mathcal{A}(\text{AEL}) = \dfrac{\text{AE} \times \text{EL}}{2} = \dfrac{1,4 \times 1,4}{2} = 1,4 \times 0,7 = 0,98 \ (\text{m}^2)$.

   (c) L'aire de l'octogone est égale à la différence entre l'aire du carré de côté AB = 5 (m) et l'aire des quatre coins d'aire $0,980,98 \ (\text{m}^2)$, soit :
   $\mathcal{A}(\text{EFGHIJKL}) = 5^2 - 4 \times 0,98 = 25 - 3,92 = 21,08 \, (\text{m}^2)$.

2. (a) Le volume du prisme droit ayant pour base l'octogone d'aire $21,08 \, (\text{m}^2)$ et pour hauteur $\dfrac{3}{4} \times 1,5$ m est :
   $V = 21,08 \times \dfrac{3}{4} \times 1,5 = 23,715 \ (\text{m}^3)$ soit un peu moins de $24 \ (\text{m}^3)$.

   (b) Il faut donc remplir $24 \times 1{,}000 = 24{,}000 \ (\text{L})$ avec un débit de 12 L par minute.
   La durée de remplissage est donc d'environ :
   $\dfrac{24{,}000}{12} = 2{,}000$ min.
   Or $2{,}000 = 60 \times 33 + 20$: la durée de remplissage est égale à 33 h 20 min.