

On considère deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - x - 6 \quad g(x) = -2x.$$

1. (a) Montrer que l'image de 5 par la fonction f est 14.
 (b) Déterminer l'antécédent de 4 par la fonction g .

Pour calculer des images de nombres par les fonctions f et g , on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
2	$f(x) = x^2 - x - 6$	14	6	0	-4	-6	-6	-4
3	$g(x) = -2x$	8	6	4	2	0	-2	-4

- (c) À l'aide des informations précédentes, citer deux antécédents de 14 par la fonction f .
 (d) Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule H2 ?
 (e) Existe-t-il un nombre qui a la même image par la fonction f et par la fonction g ?
2. (a) Montrer que, pour tout nombre x , $f(x)$ est égal à $(x + 2)(x - 3)$.
 (b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Correction

$$f(x) = x^2 - x - 6 \quad g(x) = -2x.$$

1. (a) L'image de 5 par la fonction f est $f(5) = 5^2 - 5 - 6 = 25 - 5 - 6 = 14$.
- (b) L'antécédent de 4 par la fonction g est le nombre x tel que $g(x) = 4$,
 soit $x = \frac{4}{-2} = -2$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
2	$f(x) = x^2 - x - 6$	14	6	0	-4	-6	-6	-4
3	$g(x) = -2x$	8	6	4	2	0	-2	-4

- (c) On a vu que 5 a pour image 14 à la question 1 et le tableur montre que -4 a aussi pour image 14 : donc -4 et 5 ont pour image 14 par la fonction f
 - (d) On a écrit dans la cellule B2 : = B1*B1 - B1 - 6.
 - (e) On lit sur le tableur :
 $f(-3) = 6$ et $g(-3) = 6$ d'une part et $f(2) = -4$, $g(2) = -4$ d'autre part : il existe donc au moins deux nombres -3 et 2 qui ont les mêmes images par f et g .
2. (a) On développe $(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6 = f(x)$, quel que soit le nombre x , donc $f(x) = (x + 2)(x - 3)$.
 - (b) D'après la question précédente résoudre $f(x) = 0$ revient à résoudre l'équation-produit $(x+2)(x-3) = 0$: ce produit est nul si l'un des facteurs est nul, donc si $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$. L'ensemble des solutions est donc $S = \{-2 ; 3\}$.