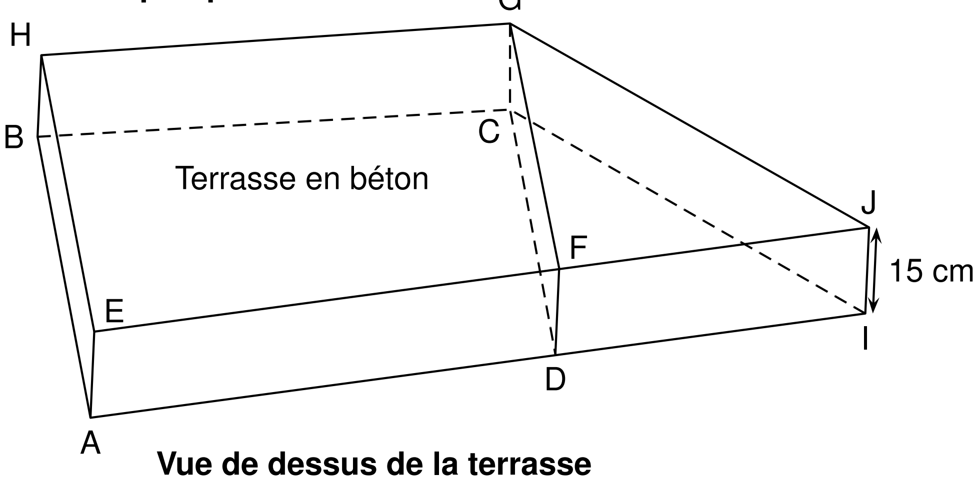
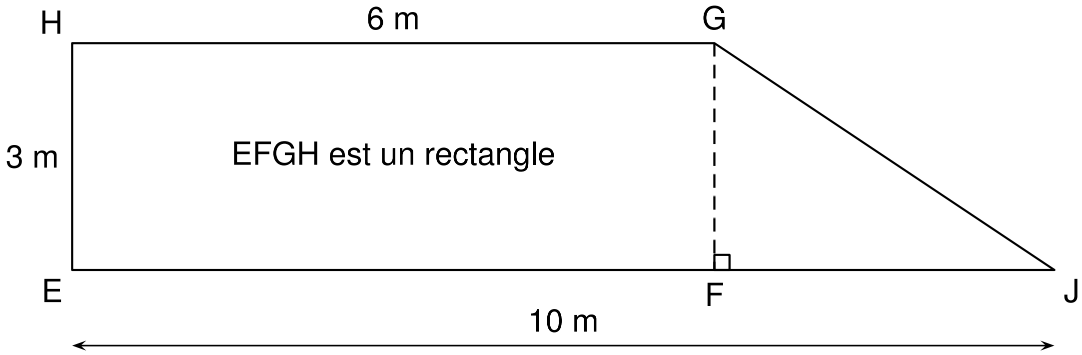
M. et Mme Martin veulent construire une terrasse en béton dans leur jardin. Ils souhaitent que leur terrasse ait une hauteur de 15 cm. Les représentations ci-dessous ne sont pas à l'échelle.

Vue en perspective de la terrasse



Vue de dessus de la terrasse



Rappel :
Le volume d'un prisme est donné par la formule : $V =$ Aire de la base $\times$ Hauteur

1. Montrer que FJ $= 4$ m.

2. Afin de pouvoir couler le béton, M. et Mme Martin doivent délimiter la terrasse en installant des planches tout autour. Quelle longueur de planches doivent-ils acheter au minimum ?

3. M. et Mme Martin souhaitent réaliser 4 m^3 de béton.

   (a) Montrer que le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m^3.

   (b) Sachant que pour faire 1 m^3 de béton, il faut 250 kg de ciment, quelle masse de ciment (en kg) doivent-ils acheter pour réaliser 4 m^3 de béton ?

   (c) Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable. Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio $2 : 7 : 5$.
   Déterminer (en kg), la masse de gravier et la masse de sable nécessaires pour réaliser les 4 m^3 de béton.

4. M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.

   À l'aide des documents 1, 2 et 3 , déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.

   Document 1 : Pots de peinture proposés

	Pot A	Pot B
Contenance (en litres)	5	10
Prix (en euros)	79,90	129,90

Document 2 : L'offre du mois : Moins 50 % sur le deuxième article identique.

Document 3 :

Deux couches de peinture sont nécessaires. 1 litre de peinture permet de réaliser une couche de 5 m^2.

Correction

1. EFGH est un rectangle, donc HG = EF = 6, puis FJ = EI - EF $= 10 - 6 = 4$ (m).
2. • EFGH est un rectangle, donc GF = HE = 3 et FI = 4.
   Le triangle GFJ est rectangle en F ; le théorème de Pythagore s'écrit :
   $\text{GJ}^2 = \text{GF}^2 + \text{FJ}^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$, d'où GJ = 5 (m).
   • On a donc EF + FJ + JG + GH + HE = 6 + 4 + 5 + 6 + 3 = 24 (m).
   Il faut acheter 24 m de planches.
3. M. et Mme Martin souhaitent réaliser $4\ \text{m}^3$ de béton.
   (a) La base du prisme a une aire :
   $\mathcal{A}(\text{EFJGH}) = \mathcal{A}(\text{EFGH}) + \mathcal{A}(\text{FJG}) = 3 \times 6 + \dfrac{3 \times 4}{2} = 18 + 6 = 24$ (m^2).
   Le volume de la terrasse est égal à : $\mathcal{V} = 24 \times 0,15 = 3,6$ (m^3) soit moins de 4.
   (b) Pour faire 1 m^3 de béton, il faudra acheter 250 kg de ciment.
   Pour faire 4 m^3 de béton, il faudra donc acheter 4×250 kg $= 1{,}000$ kg de ciment.
   (c) Pour faire du béton, on ajoute de l'eau à un mélange de ciment, de gravier et de sable.

   Dans ce mélange, les masses de ciment - gravier - sable sont dans le ratio $2\ :\ 7\ :\ 5$.
   Le ratio, peut également s'écrire par proportionnalité $1\ ;\ 3,5\ ;\ 2,5$, d'où pour faire $4\ \text{m}^3$ de béton:
   – quantité de gravier nécessaire $1{,}000 \times 3,5 = 3{,}500$ (kg) ;
   – quantité de sable nécessaire $1{,}000 \times 2,5 = 2{,}500$ (kg).
4. M. et Mme Martin souhaitent peindre la surface supérieure de leur terrasse.
   À l'aide des documents 1, 2 et 3 , déterminer le type et le nombre de pots nécessaires pour effectuer ces travaux avec un coût minimum.
   On a vu que l'aire de la terrasse est égale à 24 m^2. Passer deux couches revient à peindre 48 m^2.

Il faut donc $\dfrac{48}{5} = \dfrac{96}{10} = 9,6$ l de peinture.

- on peut acheter deux pots A de 5 l pour un coût de $79,90 + \dfrac{79,90}{2} = 79,90 + 39,95 = 119,85$ €. (le 2e pot est à 50 % de réduction)
- ou acheter un pot B de 10 l à 129,90 €.

C'est la première solution qui a un coût minimal.