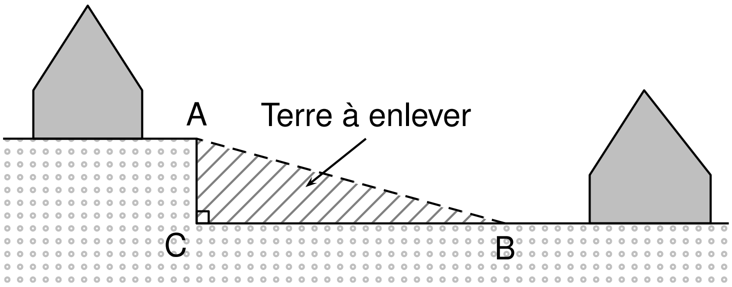
On dispose d'un terrain en pente sur lequel on souhaite construire une maison. Il faut pour cela enlever de la terre afin d'obtenir un terrain horizontal. On dispose des informations suivantes :

La maison sera construite sur le terrain horizontal représenté par le segment [BC]. Le triangle ABC est rectangle en C et :
AC $= 2,6$ m
AB $= 17$ m

Vue en coupe du terrain

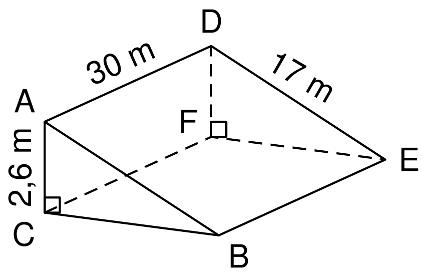


1. Justifier que la longueur CB est égale à 16,8 m.

2. Le coût des travaux pour enlever la terre dépend de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Si la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est supérieure à $8,5$, cela entraînera un surcoût des travaux (c'est-à-dire que les travaux pour enlever la terre coûteront plus cher).

   Est-ce le cas pour ce terrain?

3. On admet que le volume de terre enlevée correspond au volume du prisme droit CBAFED de hauteur [CF] et de bases triangulaires ACB et DFE, comme représenté ci-dessous. On rappelle que les longueurs CF et AD sont égales.



Déterminer le volume de terre à enlever en m^3.

On rappelle la formule:

Volume d'un prisme droit = aire d'une base du prisme $\times$ hauteur du prisme.

Correction

1. Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en C s'écrit
   $\text{AB}^2 = \text{AC}^2 + \text{CB}^2$, d'où

   $\text{CB}^2 = \text{AB}^2 - \text{AC}^2 = 17^2 - 2,6^2 = (17 - 2,6) \times (17 + 2,6) = 14,4 \times 19,6 = 282,24$.

   Il en résulte que $\text{CB} = \sqrt{282,24} = 16,8$ (m).

2. En utilisant par exemple la tangente, on a : $\tan \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BC}} = \dfrac{2,6}{16,8} \approx 0.154{,}8$.

   La calculatrice donne $\widehat{\text{ABC}} \approx 8,797$ () donc une mesure supérieure à $8,5$: il y aura surcoût.

3. Le volume de terre à enlever est donc égal à :

   $V = \mathcal{A}(\text{ABC}) \times \text{AD} = \dfrac{\text{AC} \times \text{CB}}{2} \times \text{AD} = \dfrac{2,6 \times 16,8}{2} \times 30 = 2,6 \times 16,8 \times 15 = 655,2$ m^3