Exercice 1 **20 points**

Partie 1

On s'intéresse à une course réalisée au début de l'année 2018. Il y a 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.

Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32. Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.

Il existe donc un dossard 1 rouge pour une femme, et un dossard 1 vert pour un homme, et ainsi de suite ...

1. Quel est le pourcentage de femmes participant à la course ?
2. Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation.
   (a) Soit l'évènement V : Le dossard est vert . Quelle est la probabilité de l'évènement V?
   (b) Soit l'évènement M : Le numéro du dossard est un multiple de 10 . Quelle est la probabilité de l'évènement M ?
   (c) L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. Quelle est alors la probabilité qu'il appartienne à une femme ?

Partie 2

À l'issue de la course, le classement est affiché ci-contre.
On s'intéresse aux années de naissance des 20 premiers coureurs.

1. On a rangé les années de naissance des coureurs dans l'ordre croissant :

1959	1959	1960	1966	1969
1970	1972	1972	1974	1979
1981	1983	1986	1988	1989
1993	1997	1998	2002	2003

   Donner la médiane de la série.
2. La moyenne de la série a été calculée dans la cellule B23.

   Quelle formule a été saisie dans la cellule B23 ?
3. Astrid remarque que la moyenne et la médiane de cette série sont égales.

   Est-ce le cas pour n'importe quelle autre série statistique ?

   Expliquer votre réponse.

	A	B
1	Classement	Année de naissance
2	1	1983
3	2	1972
4	3	1966
5	4	2003
6	5	1986
7	6	1972
8	7	1979
9	8	1997
10	9	1959
11	10	1981
12	11	1970
13	12	1989
14	13	1988
15	14	1959
16	15	1993
17	16	1974
18	17	1960
19	18	1998
20	19	1969
21	20	2002
22		
23	moyenne	1980

Exercice 2 **11 points**

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$.

   Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?

2. (a) Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27,000,000.

   (b) Quels sont ses diviseurs premiers ?

3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

Exercice 3 **13 points**

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraineur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-contre.
L'**allure** moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

Entrainement course à pied

10,5 km	**1 h 03 min**	**6 min/km**
Distance	Durée	Allure moyenne
851	**35 m**	
Calories	Gain altitude	

1. Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.

2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \dfrac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.

   Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).

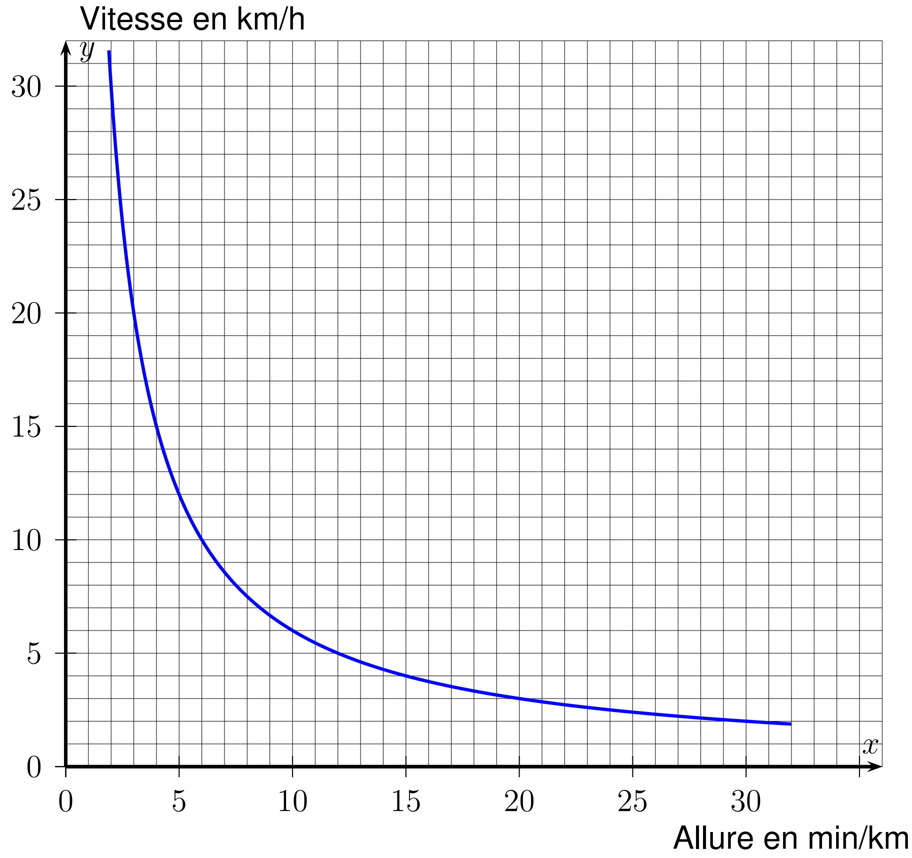
   (a) La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.

   (b) Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km.
   Calculer l'image de 5 par f. Que représente le résultat obtenu ?

3. Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous:

   (a) Donner un antécédent de 10 par la fonction f.

   (b) Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



Exercice 4 **17 points**

Les abeilles ouvrières font des allers-retours entre les fleurs et la ruche pour transporter le nectar et le pollen des fleurs qu'elles stockent dans la ruche.

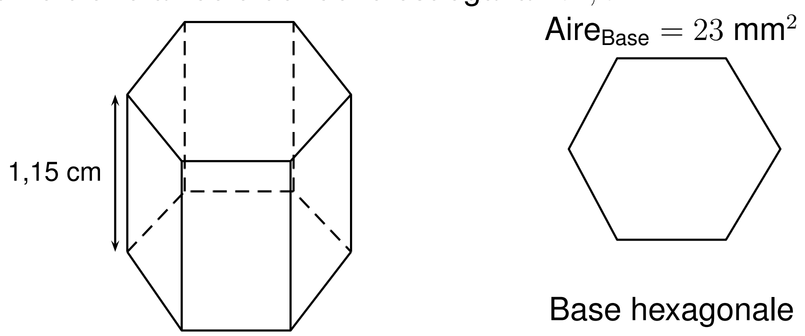
1. Une abeille a une masse moyenne de 100 mg et rapporte en moyenne 80 mg de charge (nectar, pollen) à chaque voyage.

   Un homme a une masse de 75 kg. S'il se chargeait proportionnellement à sa masse, comme une abeille, quelle masse cet homme transporterait-il ?

2. Quand elles rentrent à la ruche, les abeilles déposent le nectar récolté dans des alvéoles.

   On considère que ces alvéoles ont la forme d'un prisme de $1,15$ cm de hauteur et dont la base est un hexagone d'aire 23 mm^2 environ, voir la figure ci-dessous.

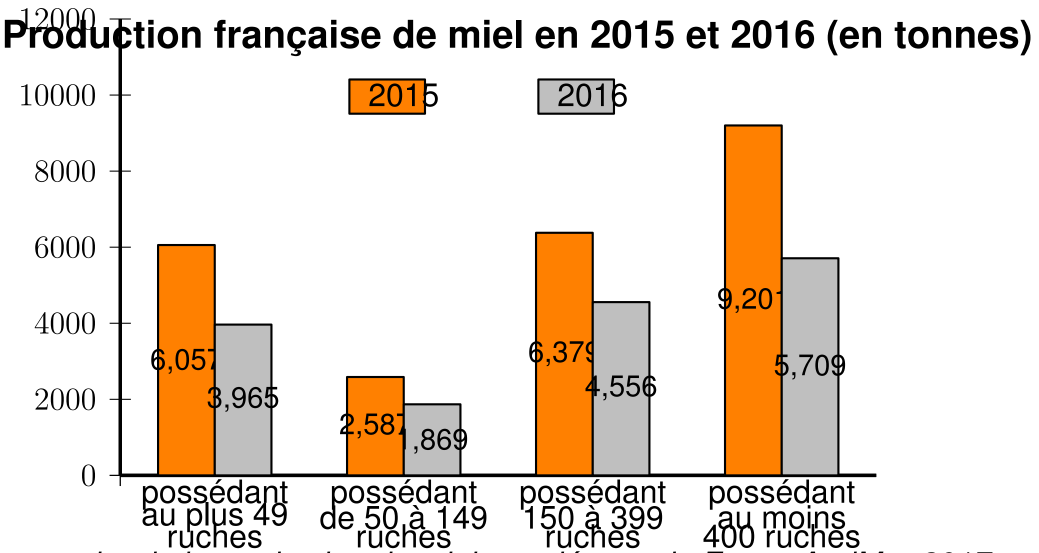
   (a) Vérifier que le volume d'une alvéole de ruche est égal à $264,5$ mm^3.



Le volume d'un prisme est donné par la formule : $V_{prisme} = Aire_{Base} \times$ Hauteur

(b) L'abeille stocke le nectar dans son jabot. Le jabot est une petite poche sous l'abdomen d'un volume de 6×10^{-5} litre. Combien de sorties au minimum l'abeille doit-elle faire pour remplir une alvéole ?
(rappel: 1 dm^3 = 1 litre)

3. Le graphique ci-dessous présente la production française de miel en 2015 et 2016.



Source : Observatoire de la production de miel et gelée royale FranceAgriMer 2017

(a) Calculer la quantité totale de miel (en tonnes) récoltée en 2016.

(b) Sachant que la quantité totale de miel récoltée en 2015 est de 24,224 tonnes, calculer le pourcentage de baisse de la récolte de miel entre 2015 et 2016.

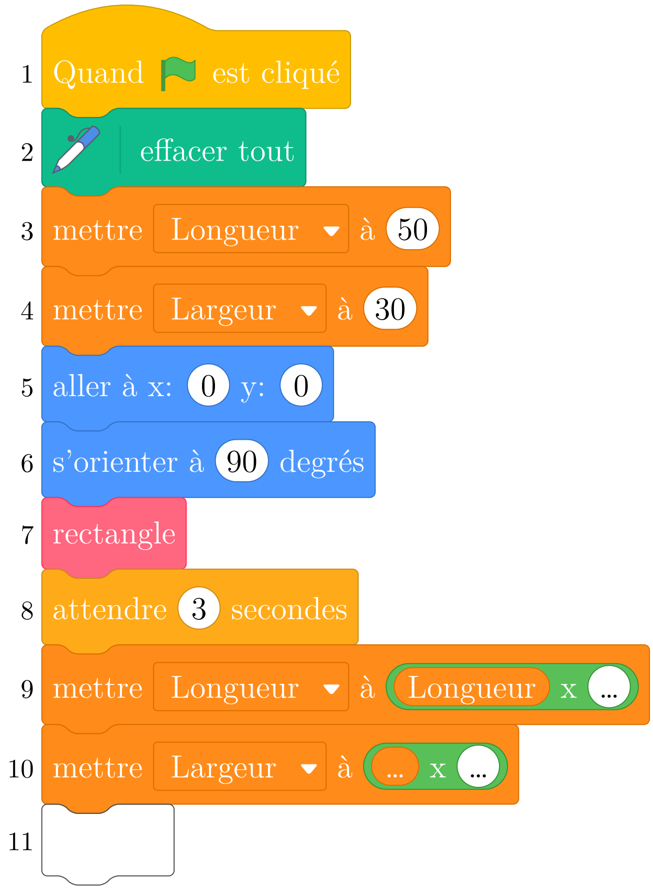
Exercice 5 **15 points**

Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre.
Ce programme comporte deux variables (Longueur) et (Largeur) qui représentent les dimensions du rectangle.

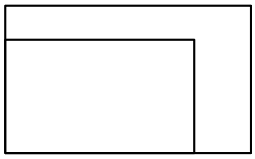
On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 degrés signifie que l'on s'oriente vers la droite.

Script	bloc rectangle
Quand 🏳 est cliqué effacer tout mettre Longueur à 50 mettre Largeur à 30 aller à x: 0 y: 0 s'orienter à 90 degrés rectangle	définir rectangle stylo en position d'écriture répéter ... fois avancer de ...... tourner ↺ de ...degrés avancer de ...... tourner ↺ de ...degrés

1. Compléter le bloc rectangle ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne.
   On recopiera et on complétera uniquement la boucle répéter sur sa copie.
2. Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté?
3. Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées (0 ; 0) et de rapport 1,3.



(a) Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complétera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11.

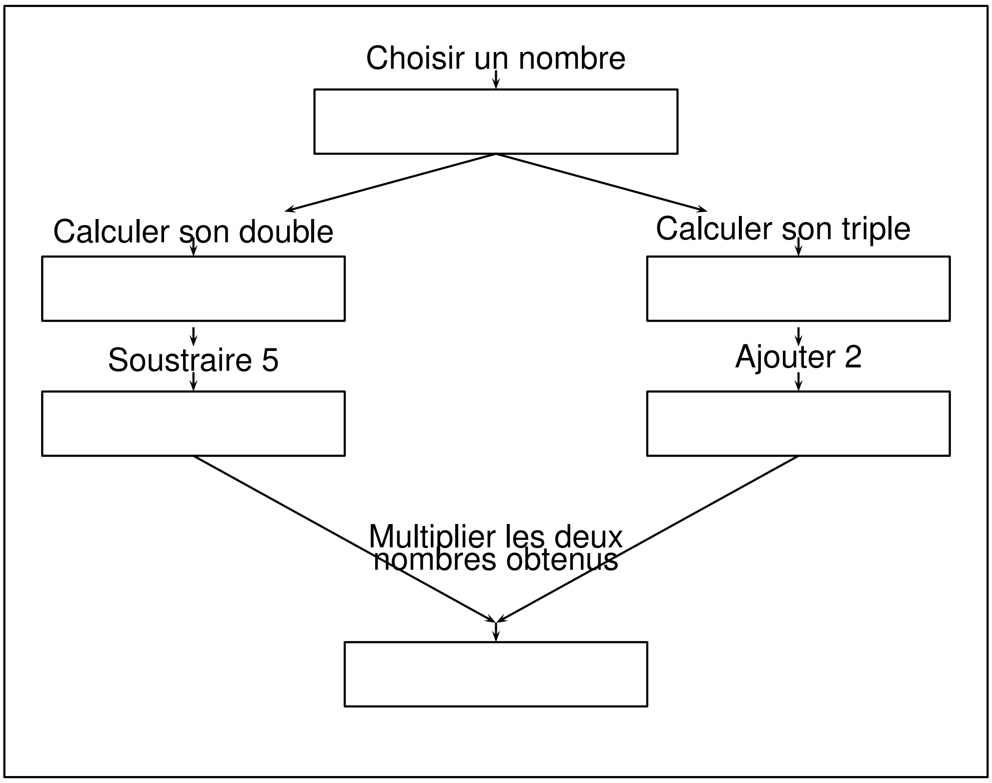


Départ

b. Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables Longueur et Largeur à la fin de l'exécution du script?

Exercice 6 **12 points**

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15.
2. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

   $A = (x^2 - 5) \times (3x + 2)$ $\qquad$ $B = (2x - 5) \times (3x + 2)$ $\qquad$ $C = 2x - 5 \times 3x + 2$

3. Lily prétend que l'expression $D = (3x+2)^2 - (x+7)(3x+2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x.

   L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 7 **12 points**

Pour la course à pied en montagne, certains sportifs mesurent leur performance par la **vitesse ascensionnelle**, notée V_a.
V_a est le quotient du dénivelé de la course, exprimé en mètres, par la durée, exprimée en heure.

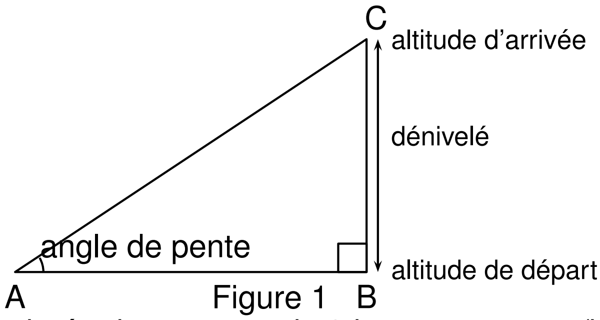


Figure 1

Par exemple: pour un dénivelé de 4,500 m et une durée de parcours de 3 h : $V_a = 1{,}500$ m/h.
Rappel: le dénivelé de la course est la différence entre l'altitude à l'arrivée et l'altitude au départ.

Un coureur de haut niveau souhaite atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1,400 m/h lors de sa prochaine course.

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

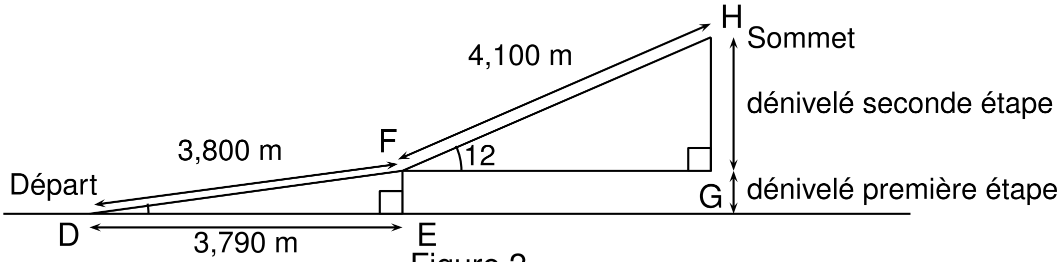


Figure 2

Le parcours se décompose en deux étapes (voir figure 2) :

- Première étape de 3,800 m pour un déplacement horizontal de 3,790 m.
- Seconde étape de $4,1$ km avec un angle de pente d'environ 12.

1. Vérifier que le dénivelé de la première étape est environ $275,5$ m.
2. Quel est le dénivelé de la seconde étape ?
3. Depuis le départ, le coureur met 48 minutes pour arriver au sommet.
   Le coureur atteint-il son objectif ?

Correction

Exercice 1 **20 points**

Partie 1

1. Il y a 32 femmes sur un total de 80 participants ; le pourcentage de femmes est donc : $\frac{32}{80} \times 100 = \frac{8 \times 4}{8 \times 10} \times 100 = \frac{4}{10} \times 100 = \frac{2}{5} \times 100 = 40$. Il y a 40 % de femmes.

2. (a) Vert correspond à un homme et il y a $80 - 32 = 48$ hommes, donc $p(V) = \frac{48}{80} = \frac{8 \times 6}{8 \times 10} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\,\%$.
   Remarque : on aurait pu faire directement le complément à 100 % des 40 % de femmes.

   (b) Il y a deux 10, deux 20, deux 30 et un 40, soit en tout 7 dossards dont le numéro est un multiple de 10.
   La probabilité de cet évènement est donc $p(M) = \frac{7}{80}$.

   (c) Sur les 7 multiples de 10, 3 sont ceux d'une femme. La probabilité est donc égale à $\frac{3}{7}$.

Partie 2

1. Il y a 10 coureurs nés avant 1980 et 10 coureurs nés après 1980 ; 1980 est donc la médiane de cette série.

2. On écrit dans la cellule B23 : =SOMME(B2: B21)/20

3. En général la moyenne calcul de la somme divisé par le nombre d'éléments n'est pas égal à la médiane qui partage la série en deux séries de même effectif.

Exercice 2 **11 points**

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$.

   Les diviseurs premiers de 588 sont 2 ; 3 et 7.

2. (a) $27{,}000{,}000 = 27 \times 1{,}000{,}000 = 3^3 \times 10^6 = 3^3 \times (2 \times 5)^6 = 3^3 \times 2^6 \times 5^6 = 2^6 \times 3^3 \times 5^6$.

   (b) Les diviseurs premiers de 27,000,000 sont 2 ; 3 et 5

3. Les premiers nombres impairs premiers sont 3 ; 5 et 7, donc le plus petit entier impair admettant trois diviseurs premiers différents est $3 \times 5 \times 7 = 105$.

Exercice 3 **13 points**

1. La vitesse est l'inverse de l'allure ; donc sa vitesse moyenne est $\dfrac{1}{6}$ en km/min soit

   $60 \times \dfrac{1}{6} = 10$ (km/h).

2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \dfrac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.

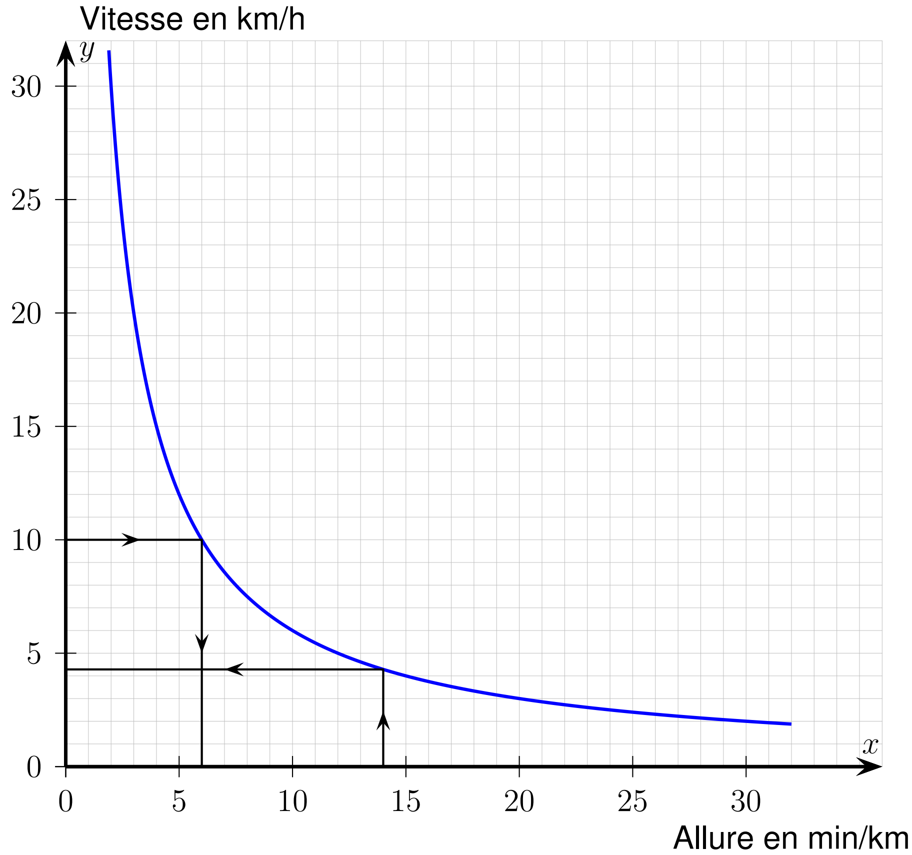
   Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).

   (a) Non car une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$, avec a nombre constant.

   (b) On a $f(5) = \dfrac{60}{5} = 12$.
   Lors de sa dernière course, la vitesse moyenne de Bob était de 12 km/h.

3. (a) On lit sur la figure que 10 a pour antécédent 6 : une allure de 6 min/km correspond à une vitesse de 10 km/h.

   (b) On lit sur la figure que 14 a pour image à peu près 4,3 : une allure de 14 min/km correspond à une vitesse d'environ 4,3 km/h.



Exercice 4 **17 points**

Les abeilles ouvrières font des allers-retours entre les fleurs et la ruche pour transporter le nectar et le pollen des fleurs qu'elles stockent dans la ruche.

1. La charge pour une abeille représente $\dfrac{80}{100} = 80\,\%$ de son poids.

   Si l'homme faisait comme les abeilles il porterait : $75 \times \dfrac{80}{100} = 75 \times 0,8 = 60$ (kg).

2. (a) Le volume d'une alvéole est : $23 \times 11,5 = 264,5$ mm^3.

   (b) On a 6×10^{-5}(litre) $= 6 \times 10^{-5}$ $\left(\text{dm}^3\right) = 6 \times 10^{-5} \times 10^6$ $\left(\text{mm}^3\right) = 60\,(\text{mm}^3)$.

   Donc $\dfrac{264,5}{60} \approx 4,4$: il faut donc 5 sorties à l'abeille pour remplir une alvéole.

3. (a) En 2016 ont été produites : $3{,}965 + 1{,}869 + 4{,}556 + 5{,}709 = 16{,}099$ tonnes de miel.

   (b) Le pourcentage de baisse de la récolte de miel entre 2015 et 2016 est égal à :
   $\dfrac{24{,}224 - 16{,}099}{24{,}224} \times 100 \approx 33,54\,\%$.

Exercice 5 **15 points**

1.
```
répéter (2) fois
    avancer de (Longueur)
    tourner ↺ de (90) degrés
    avancer de (Largeur)
    tourner ↺ de (90) degrés
fin
```

2. Les coordonnées sont celles du point de départ et l'orientation à 90.

3. (a)
```
mettre [Longueur ▾] à ((Longueur) x (1,3))
mettre [Largeur ▾] à ((Largeur) x (1,3))
rectangle
```

   (b) À la fin de l'exécution du programme la longueur est de $50 \times 1,3 = 65$ et la largeur à $30 \times 1,3 = 39$.

Exercice 6 **12 points**

1. On obtient à gauche : $1 \to 2 \to -3$ et à droite : $1 \to 3 \to 5$, donc à la fin $-3 \times 5 = -15$.

2. On obtient à gauche : $x \to 2x \to 2x - 5$ et à droite : $x \to 3x \to 3x + 2$, donc à la fin $(2x - 5)(3x + 2)$: c'est B.

3. On a $D = (3x+2)[(3x+2)-(x+7)] = (3x+2)(3x+2-x-7) = (3x+2)(2x-5) = 2x-5)(3x+2) = B$: Lily a raison.

Exercice 7 **12 points**

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

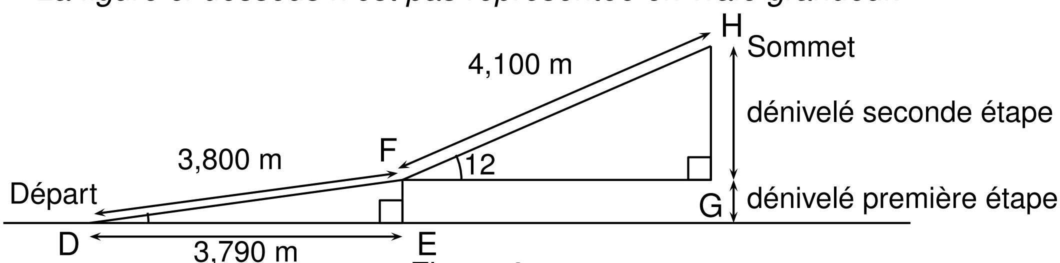


Figure 2

1. Le triangle DEF étant rectangle en E, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $\text{DF}^2 = \text{DE}^2 + \text{EF}^2$ ou $\text{EF}^2 = \text{DF}^2 - \text{DE}^2 = 3{,}800^2 - 3{,}790^2 = 14{,}440{,}000 - 14{,}364{,}100 = 75{,}900$, d'où $\text{EF} = \sqrt{75{,}900} \approx 275,499$ soit 275,5 (m) au dixième près.

2. Dans le triangle DEF rectangle en E, on a $\sin\widehat{\text{GFH}} = \dfrac{\text{GH}}{\text{FH}}$, d'où :

   $\text{GH} = \text{FH} \times \sin\widehat{\text{GFH}} = 4{,}100 \times \sin 12 \approx 852,4$environ.

3. Le dénivelé total est donc : $275,5 + 852.4 = 1{,}127.9$ pour un temps de $\dfrac{48}{60} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

   La vitesse ascensionnelle est donc égale à :
   $\dfrac{1{,}127.9}{0,8} \approx 1{,}409.9 > 1{,}400$ (m/h) : le coureur a atteint son objectif.