

Exercice 1
12 points

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Un élève affirme qu'il a deux chances sur trois d'obtenir un diviseur de 6.

A-t-il raison ?

Affirmation 2

On considère le nombre $a = 3^4 \times 7$.

Un élève affirme que le nombre $b = 2 \times 3^5 \times 7^2$ est un multiple du nombre a .

A-t-il raison ?

Affirmation 3

En 2016, le football féminin comptait en France 98,800 licenciées alors qu'il y en avait 76,000 en 2014.

Un journaliste affirme que le nombre de licenciées a augmenté de 30 % de 2014 à 2016.

A-t-il raison ?

Affirmation 4

Une personne A a acheté un pull et un pantalon de jogging dans un magasin.

Le pantalon de jogging coûtait 54 €. Dans ce magasin, une personne B a acheté le même pull en trois exemplaires; elle a dépensé plus d'argent que la personne A.

La personne B affirme qu'un pull coûte 25 €.

A-t-elle raison ?

Exercice 2
14 points

Un amateur de football, après l'Euro 2016, décide de s'intéresser à l'historique des treize dernières rencontres entre la France et le Portugal, regroupées dans le tableau ci-dessous.

On rappelle la signification des résultats ci-dessous en commentant deux exemples :

- la rencontre du 3 mars 1973, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire du Portugal par 2 buts à 1 ;
- la rencontre du 8 mars 1978, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire de la France par 2 buts à 0.

Rencontres de football opposant la France et le Portugal depuis 1973

3 mars 1973	France - Portugal	1-2
26 avril 1975	France - Portugal	0-2
8 mars 1978	France - Portugal	2-0
16 février 1983	Portugal - France	0-3
23 juin 1984	France - Portugal	3-2
24 janvier 1996	France - Portugal	3-2
22 janvier 1997	Portugal - France	0-2
28 juin 2000	Portugal - France	1-2
25 avril 2001	France - Portugal	4-0
5 juillet 2006	Portugal - France	0-1
11 octobre 2014	France - Portugal	2-1
4 septembre 2015	Portugal - France	0-1
10 juillet 2016	France - Portugal	0-1

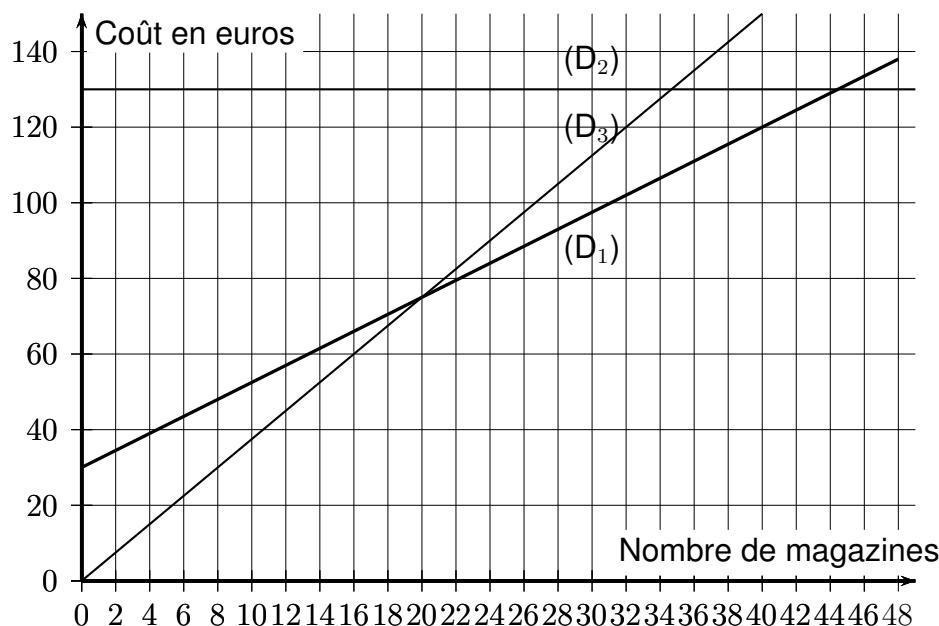
- Depuis 1973, combien de fois la France a-t-elle gagné contre le Portugal ?
- Calculer le pourcentage du nombre de victoires de la France contre le Portugal depuis 1973. Arrondir le résultat à l'unité de %.
- Le 3 mars 1973, 3 buts ont été marqués au cours du match. Calculer le nombre moyen de buts par match sur l'ensemble des rencontres. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 3
16 points

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui paraît une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A - Prix du magazine à l'unité: 3,75 € ;
- Formule B - Abonnement pour l'année: 130 € ;
- Formule C - Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



- Sur votre copie, recopier le contenu du cadre ci-dessous et relier par un trait chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.

Formule A ×	× (D1)
Formule B ×	× (D2)
Formule C ×	× (D3)

- En utilisant le graphique précédent, répondre aux questions suivantes.

Les traits de construction devront apparaître sur le graphique.

- En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?

- (b) Avec 120 €, combien peut-on acheter de magazines au maximum dans une année avec la formule C ?
- (c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 € pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?
3. Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

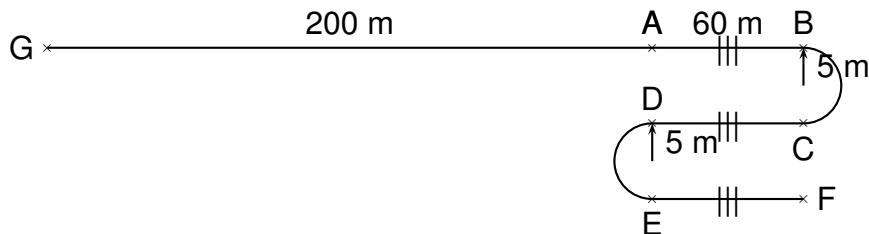
Exercice 4
14 points

Un garçon et une fille pratiquent le roller. Ils décident de faire une course en empruntant deux parcours différents.

La fille, qui part du point F et arrive au point A, met 28,5 secondes.

Le garçon, qui part du point G et arrive aussi au point A, met 28 secondes.

Le dessin ci-après, qui n'est pas à l'échelle, représente les deux parcours; celui de la fille comporte deux demi-cercles de 5 m de rayon.



1. Quel est le parcours le plus long ?
2. Qui se déplace le plus vite, le garçon ou la fille ?

On rappelle que si p est le périmètre d'un cercle de rayon r , alors $p = 2 \times \pi \times r$.

Exercice 5
14 points

Un collégien français et son correspondant anglais ont de nombreux centres d'intérêt communs comme le basket qu'ils pratiquent tous les deux.

Le tableau ci-dessous donne quelques informations sur leurs ballons.

Ballon du collégien français	Ballon du correspondant anglais
$A \approx 1,950 \text{ cm}^2$	$D \approx 9,5 \text{ inch}$
A désigne l'aire de la surface du ballon et r son rayon. On a $A = 4 \times \pi \times r^2$.	D désigne le diamètre du ballon. L'inch est une unité de longueur anglo-saxonne. On a $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$.

Pour qu'un ballon soit utilisé dans un match officiel, son diamètre doit être compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

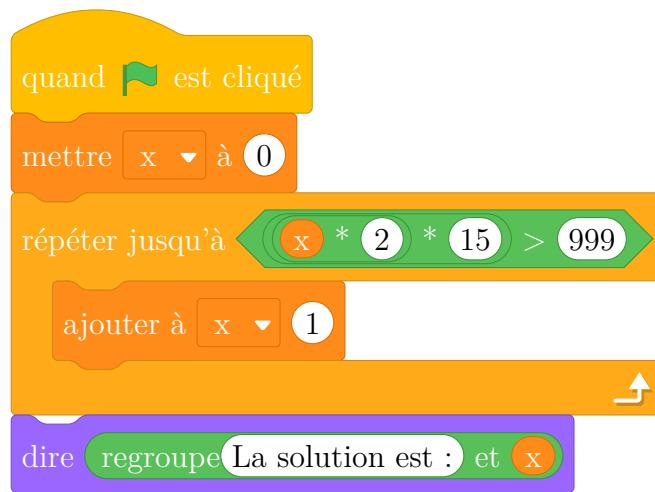
1. Le ballon du collégien français respecte-t-il cette norme ?
2. Le ballon du collégien anglais respecte-t-il cette norme ?

Exercice 6
12 points

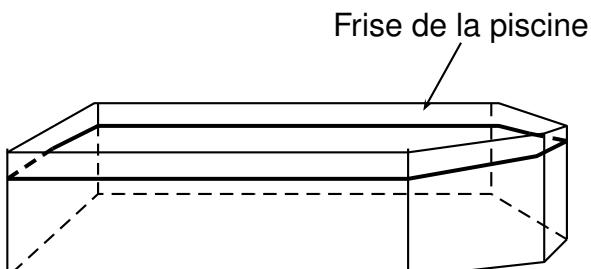
Une personne pratique le vélo de piscine depuis plusieurs années dans un centre aquatique à raison de deux séances par semaine. Possédant une piscine depuis peu, elle envisage d'acheter un vélo de piscine pour pouvoir l'utiliser exclusivement chez elle et ainsi ne plus se rendre au centre aquatique.

- Prix de la séance au centre aquatique: 15 €.
- Prix d'achat d'un vélo de piscine pour une pratique à la maison: 999 €.

1. Montrer que 10 semaines de séances au centre aquatique lui coûtent 300 €.
2. Que représente la solution affichée par le programme ci-après?



3. Combien de semaines faudrait-il pour que l'achat du vélo de piscine soit rentabilisé?

Exercice 7
18 points
1re partie


Une personne possède une piscine.
Elle veut coller une frise en carrelage au niveau
de la ligne d'eau.

La piscine vue de haut, est représentée à l'échelle par la partie grisée du schéma ci-après.


Données :

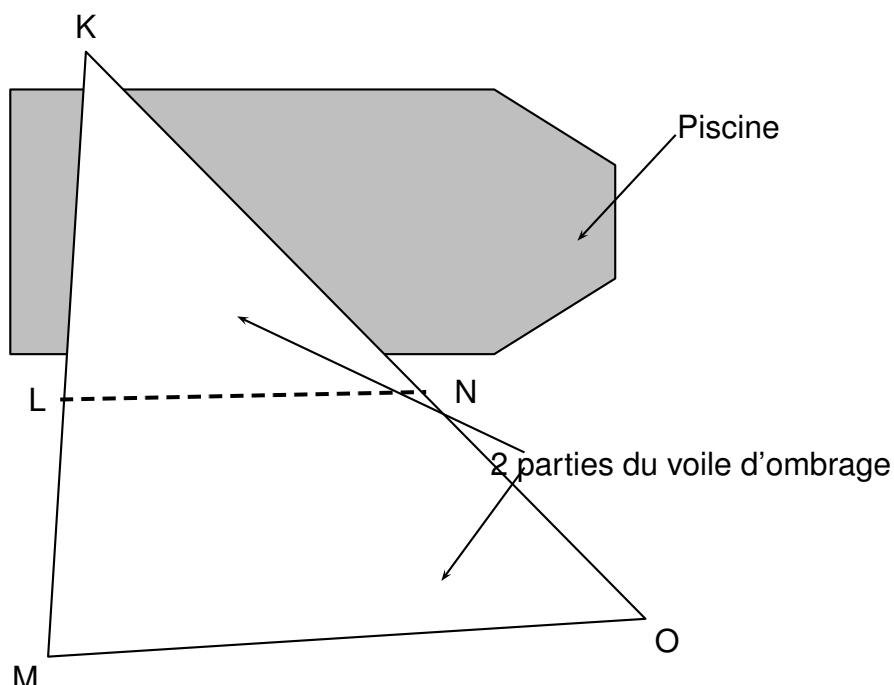
- le quadrilatère ACFH est un rectangle;
- le point B est sur le côté [AC] et le point G est sur le côté [FH] ;
- les points D et E sont sur le côté [CF] ;
- $AC = 10 \text{ m}$; $AH = 4 \text{ m}$; $BC = FG = 2 \text{ m}$; $CD = EF = 1,5 \text{ m}$.

Question :

Calculer la longueur de la frise.

2e partie

La personne décide d'installer, au-dessus de la piscine, une grande voile d'ombrage qui se compose de deux parties détachables reliées par une fermeture éclair comme le montre le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



Données :

- la première partie couvrant une partie de la piscine est représentée par le triangle KLN ;
- la deuxième partie est représentée par le trapèze LMON de bases [LN] et [MO] ;
- la fermeture éclair est représentée par le segment [LN] ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, L et M, sont alignés;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, N et O, sont alignés;
- $KL = 5 \text{ m}$; $LM = 3,5 \text{ m}$; $NO = 5,25 \text{ m}$; $MO = 10,2 \text{ m}$.

Question :

Calculer la longueur de la fermeture éclair.

Correction


Exercice 1
12 points

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1

Les diviseurs de 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; il y a donc 4 chances sur 6 d'avoir un diviseur de 6, soit deux chances sur trois d'obtenir un diviseur de 6. l'élève a raison.

Affirmation 2

On a $b = 2 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3 \times 7 \times (3^4 \times 7) = 42(3^4 \times 7) = 42a$, donc b est un multiple de a .

Affirmation 3

De 2014 à 2016, le nombre de licenciés a augmenté de $98,800 - 76,000 = 22,800$ sur un total initial de 76,000.

L'augmentation est donc égale à : $\frac{22,800}{76,000} = \frac{228}{760} = \frac{57}{190} = \frac{3 \times 19}{19 \times 10} = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$. Le journaliste a raison.

Affirmation 4

La personne B a dépensé $3p$, p étant le prix d'un pull. On sait que $3p > 54 + p$ ou $2 \times p > 54$, soit $p > 27$. Le pull coûte plus de 27 € donc ne peut coûter 25 €.

Exercice 2
14 points

1. Depuis 1973, la France a battu 10 fois le Portugal.
2. Sur 13 matches, la France a gagné 10 rencontres ; le pourcentage de victoires est donc égal à : $\frac{10}{13} \times 100 \approx 77\%$.

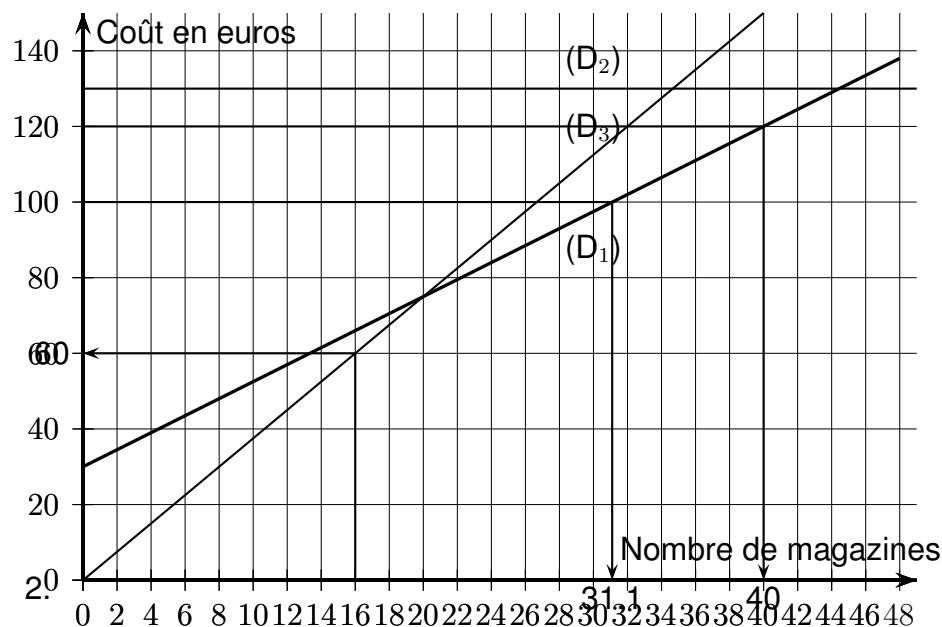
3. Durant les treize rencontres il y a eu 35 buts marqués soit une moyenne de $\frac{35}{13} \approx 2,7$.

Exercice 3
16 points

1. La formule A est représentée par la droite (D_3) .

La formule B est représentée par la droite (D_2) .

La formule C est représentée par la droite (D_1) .



- (a) On lit à peu près 60 €.
(b) On lit à peu près 40 numéros.
(c) On lit un peu plus de 31 magazines mais pas 32 avec la formule C.

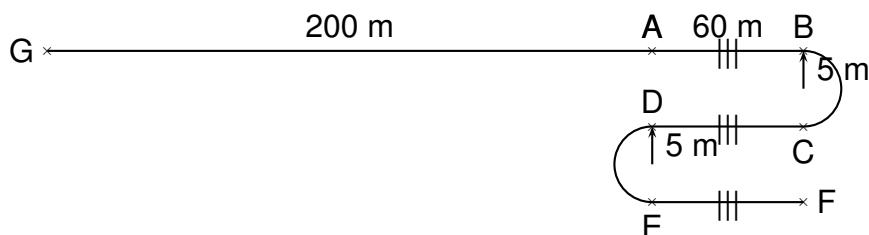
3. Suivant le nombre de magazines en abscisse, on regarde en suivant la verticale laquelle des trois droites est rencontrée la première.

De 0 à 19 magazines la formule la plus avantageuse est la formule A.

Pour 20 magazines, les formules A et C sont les plus avantageuses.

De 21 à 44 magazines, la formule la plus avantageuse est la formule C.

De 45 à 52 magazines, le forfait de la formule B est le plus avantageux.

Exercice 4
14 points


1. Le trajet de la fille a une longueur de $3 \times 60 + 2 \times 5 \times \pi = 180 + 10\pi \approx 211,4$ (m) contre 200 (m) pour le garçon.

La fille a le trajet le plus long.

2. • Vitesse du garçon : $\frac{200}{28} \approx 7,14$ (m/s) ;
• Vitesse de la fille : $\frac{180 + 10\pi}{28,5} \approx 7,41$ (m/s).

La fille est la plus rapide.

Exercice 5

14 points

1. • Collégien français : on a $1,950 = 4\pi \times r^2$, soit $r^2 = \frac{1950}{4\pi} \approx 155,76$, d'où $r \approx 12,45$ et $D \approx 24,9$ (cm).

Le ballon du collégien français ne respecte pas cette norme.

2. • Collégien anglais : on a $D \approx 9,5 \times 2,54 \approx 24,13$ (cm).

Le ballon du collégien anglais respecte la norme.

Exercice 6

12 points

1. 10 semaines de séances au centre aquatique lui coûtent : $2 \times 10 \times 15 = 30 \times 10 = 300$ (€).

2. La solution donne le nombre minimal de semaines au bout duquel le coût des séances au centre aquatique dépassera le coût d'achat du vélo.

3. Il faut donc résoudre l'inéquation : $2 \times 15 \times x > 999$ ou

$$30x > 999 \text{ soit } x > \frac{999}{30} \text{ ou } x > \frac{333}{10} \text{ soit } x > 33,3.$$

L'achat du vélo sera rentabilisé à partir de la 34e semaine.

Exercice 7

18 points

1re partie

Question :

La longueur de la frise est : AB + BD + DE + EG + GH + HA.

Or BCD et FGH sont des triangles rectangles dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 2 m et 1,5 m. Les hypoténuses de ces triangles [BD] et [EG] ont donc d'après le théorème de Pythagore une longueur telle que :

$$BD^2 = EG^2 = 2^2 + 1,5^2 = 4 + 2,25 = 6,25.$$

Donc $BD = EG = 2,5$.

La longueur de la frise est donc égale à :

$$10 - 2 + 2,5 + 1 + 2,5 + 10 - 2 + 4 = 26 \text{ (m)}.$$

2e partie

LMON étant un trapèze les droites (LN) et (MO) sont parallèles.

Dans le triangle KMO on a donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{KL}{KM} = \frac{KN}{KO} = \frac{LN}{MO}, \text{ soit}$$

$$\frac{5}{5+3,5} = \frac{LN}{10,2} \text{ ou } \frac{5}{8,5} = \frac{LN}{10,2} \text{ d'où}$$

$$LN = 10,2 \times \frac{5}{8,5} = \frac{51}{8,5} = 6 \text{ (m).}$$