

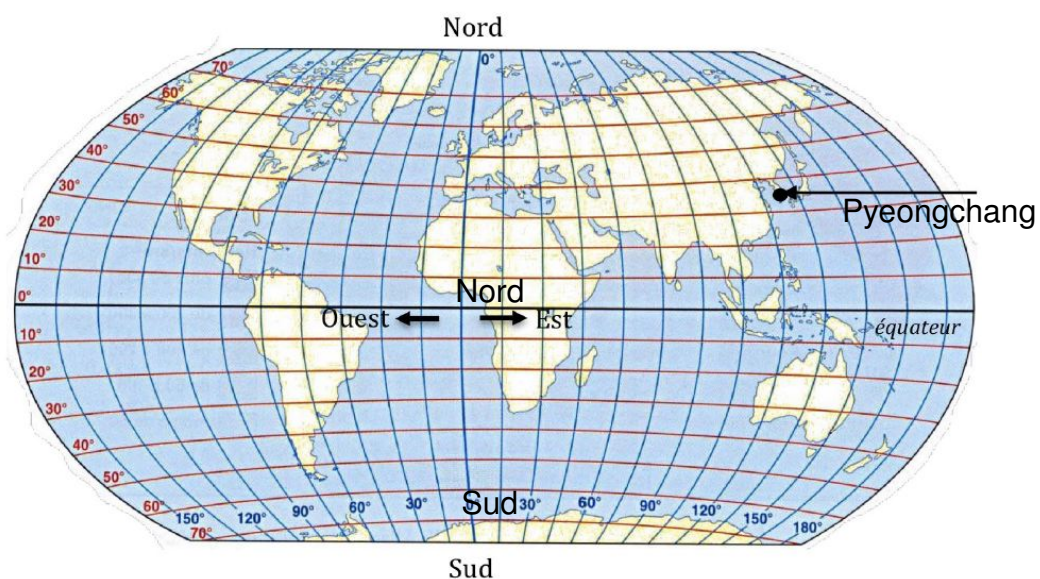
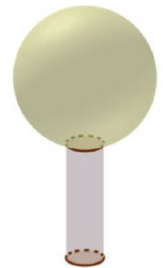
## Exercice 1

11 points

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.

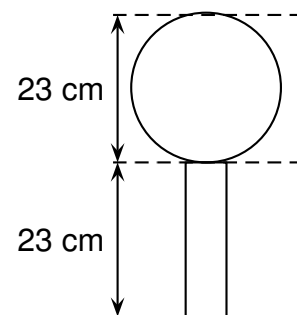
Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



2. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-contre. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de  $6,371 \text{ cm}^3$ .

3. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée.

A-t-elle raison ?



Rappels :

volume d'une boule de rayon  $R$  :  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

volume d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  :  $V = \pi r^2 h$ .

## Exercice 2

14 points

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

## Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne:  $72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$   
Médiane:  $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$   
Concentration minimale:  $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$   
Concentration maximale:  $107 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Source: <http://www.air-rhonealpes.fr>

## Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

- Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?
- Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ?  
Interpréter ce dernier résultat.
- L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.  
Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de  $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$  par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon .

### Exercice 3

12 points

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche lecture aléatoire qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

- Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?
- La probabilité qu'il écoute du rock est égale à  $\frac{7}{15}$ .  
Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?
- Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio.

Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche lecture aléatoire de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

### Exercice 4

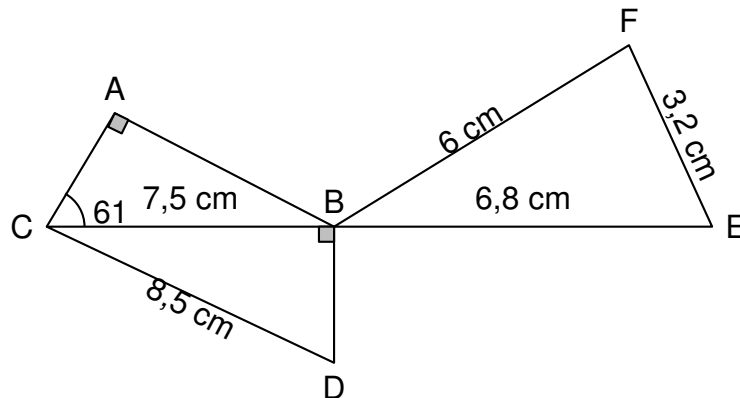
14 points

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C, B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle  $\widehat{BFE}$  est un angle droit. A-t-elle raison?
4. Max affirme que l'angle  $\widehat{ACD}$  est un angle droit. A-t-il raison ?

### Exercice 5

16 points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre  $-1$ , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme  $x$  le nombre choisi au départ.

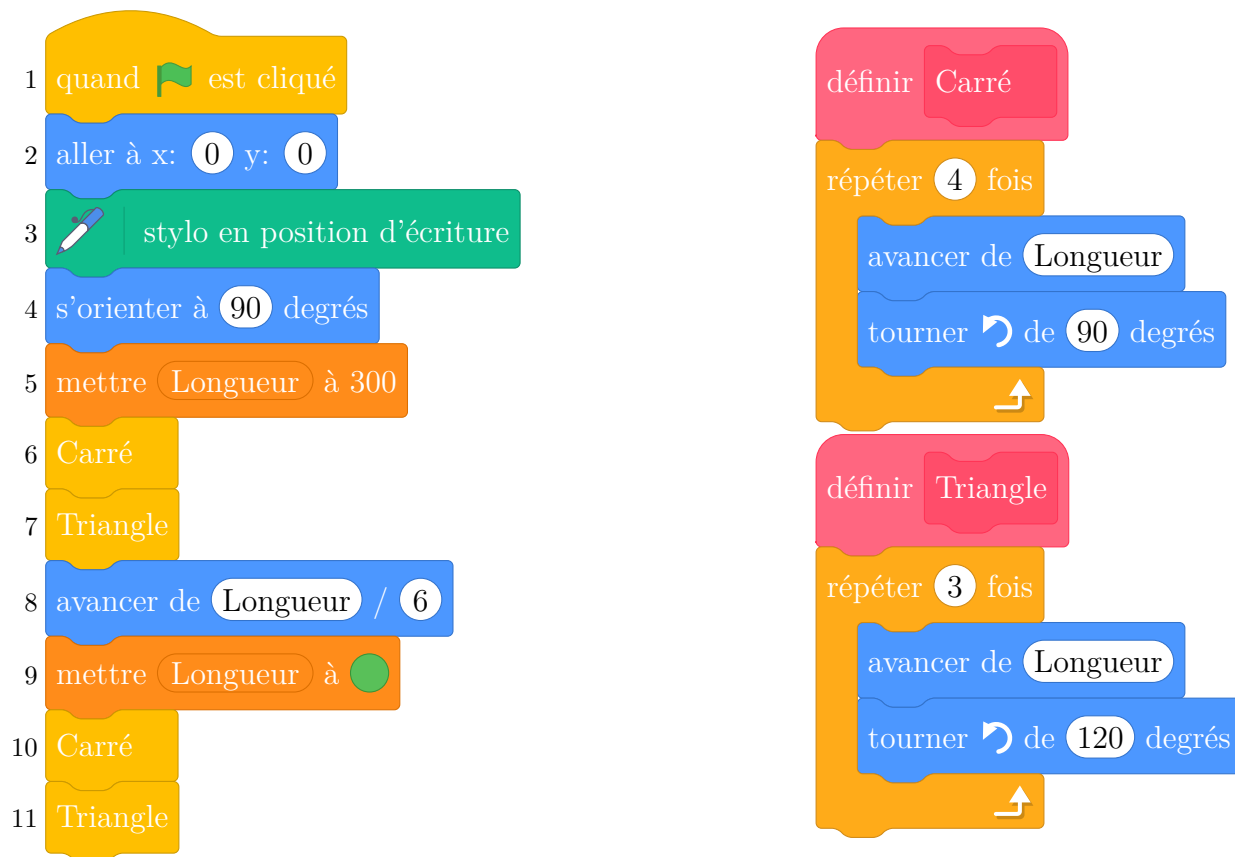
3. L'expression  $A = 2(4x + 8)$  donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre  $x$  donné.  
On pose  $B = (4 + x)^2 - x^2$ .  
Prouver que les expressions  $A$  et  $B$  sont égales pour toutes les valeurs de  $x$ .
4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
  - Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de  $x$ .
  - Affirmation 2 : Si le nombre  $x$  choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

**Exercice 6**
**16 points**

Les longueurs sont en pixels.

L'expression s'orienter à 90 signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :

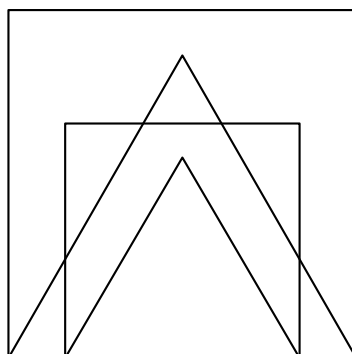


1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.

(a) Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.

(b) Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

3. (a) Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.
- (b) Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

## Exercice 7

17 points

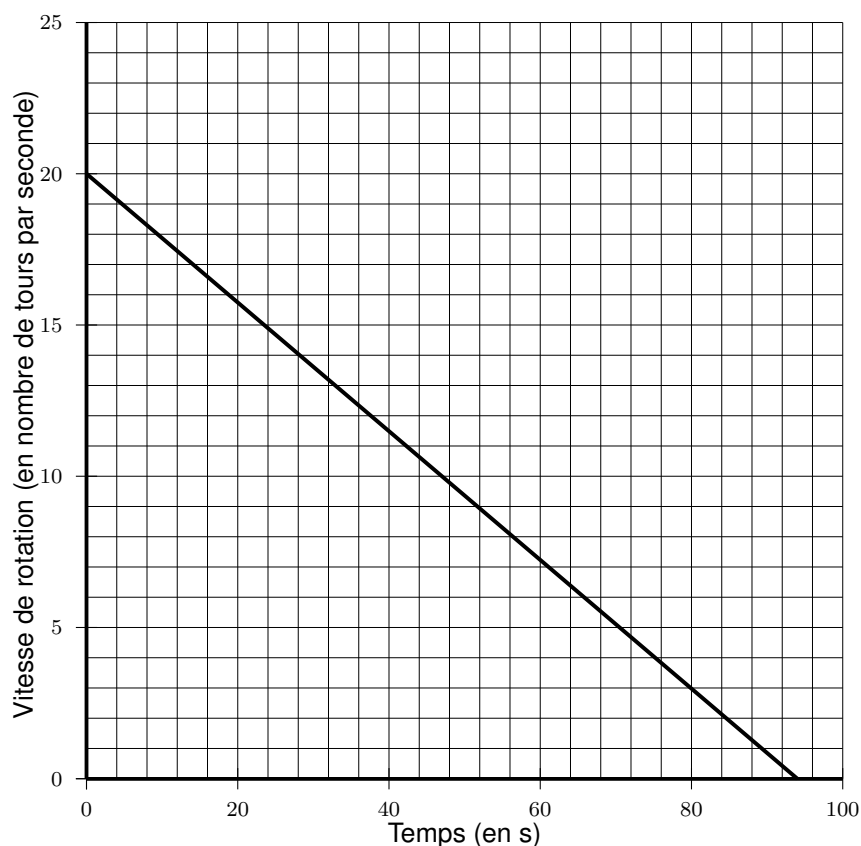
Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.

On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps  $t = 0$ , puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du hand-spinner.

Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de : <https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808>

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels? Justifier.
2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes:
  - (a) Quelle est la vitesse de rotation initiale du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) ?
  - (b) Quelle est la vitesse de rotation du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes ?
  - (c) Au bout de combien de temps, le hand-spinner va-t-il s'arrêter ?

3. Pour calculer la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps  $t$ , notée  $V(t)$ , on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0,214 \times t + V_{\text{initiale}}.$$

- $t$  est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du hand-spinner ;
  - $V_{\text{initiale}}$  est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le hand-spinner au départ.
- (a) On lance le hand-spinner à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$$V(t) = -0,214 \times t + 20.$$

Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

- (b) Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.
- (c) Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

## Correction



### Exercice 1

11 points

- Coordonnées de Peyongchang : 130 E ; 35 N
- On sait que:  $R = 11,5$  cm

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 \approx 6,371 \text{ cm}^3.$$

- Calculons le volume du socle.

$$v = \pi r^2 \times H = \pi \times 3^2 \times 23 \approx 650 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume du trophée} = V + v \approx 6,371 + 650 = 7,021 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Or } \frac{6,371}{7,021} \approx 0,907 \text{ soit environ } 91 \%. \text{ Marie a raison.}$$

### Exercice 2

- Calculons la moyenne pour la ville de Grenoble:

$$m_{\text{Grenoble}} = \frac{634}{10} = 63,4 \text{ } \mu\text{g/m}^3.$$

Or  $63,4 \mu\text{g/m}^3 < 72,5 \mu\text{g/m}^3$ , donc la moyenne  $m_{\text{Lyonnaise}}$  est supérieure.

- $E_{\text{Grenoble}} = 89 - 32 = 57 \text{ } \mu\text{g/m}^3.$

$$E_{\text{Lyon}} = 107 - 22 = 85 \text{ } \mu\text{g/m}^3.$$

L'étendue la plus importante est celle de la ville de Lyon.



3. La médiane est de  $83,5 \text{ g/m}^3$ .

La série possède 10 valeurs. La médiane nous indique qu'au moins 50 % des valeurs sont égales à  $83,5 \mu \text{ g/m}^3$ .

L'affirmation est juste.

## Exercice 3

1. Il y a 125 morceaux de rap sur 375 morceaux. La probabilité d'avoir un morceau rap est de :

$$\frac{125}{375} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 3} = \frac{1}{3}.$$

2. On a  $\frac{7}{15} \times 375 = 175$  morceaux de rock

3. Pour Alice :  $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ . Or  $\frac{6}{15} < \frac{7}{15}$ , donc Théo a plus de chances d'écouter de la musique rock.

## Exercice 4

1. Le triangle CBD est rectangle en B. Le théorème de Pythagore s'écrit :  $CD^2 = DB^2 + CB^2$ , soit  $DB^2 = CD^2 - CB^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = (8,5 + 7,5)(8,5 - 7,5) = 6 \times 1 = 6 = 4^2$ .

$DB = 4 \text{ (cm)}$ .

2. Deux triangles semblables ont les mesures de leurs côtés proportionnelles.

$$\text{Or } \frac{6}{7,5} = 0,8, \quad \frac{3,2}{4} = 0,8 \text{ et } \frac{6,8}{8,5} = 0,8$$

Par conséquent les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Vérifions que le triangle BFE est rectangle :

$$\bullet \text{ } BE^2 = 6,8^2 = 46,24, \quad BF^2 = 6^2 = 36 \text{ et } FE^2 : 3,2^2 = 10,24.$$

$$BF^2 + FE^2 = 36 + 10,24 = 46,24.$$

Donc  $BE^2 = BF^2 + FE^2$  et par la réciproque de Pythagore le triangle BEF est rectangle en F.

• Plus rapide : les triangles CBD et BFE étant semblables, on a  $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90$  puisque le triangle CBD est rectangle en B.

4. Calculons l'angle  $\widehat{DCB}$  par son cosinus dans le triangle rectangle DCB :

$$\cos \widehat{DCB} = \frac{CB}{CD} = \frac{7,5}{8,5} = \frac{75}{85} = \frac{15}{17}. \text{ La calculatrice donne } \cos^{-1} \frac{15}{17} \approx 28.$$

Or :  $28 + 61 = 89 \neq 90$  : l'angle  $\widehat{ACD}$  n'est pas droit.

## Exercice 5

1. Si  $n$  est ce nombre on obtient:  $2 \times (4n + 8)$ .

Avec  $n = -1$  :  $2 \times (-1 \times 4 + 8) = 2 \times 4 = 8$ .

2. On résout l'équation:  $8x + 16 = 30$  ou  $8x = 14$  et enfin  $x = \frac{14}{8} = 1,75$ .

3. Si  $A = B$  alors  $8x + 16 = (4 + x)^2 - x^2$  ou encore  $16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$  ; les deux expressions sont effectivement égales.

4.  $16 + 8x > 0$  ou  $8x > -16$  et enfin  $x > -2$ .

Non, seulement pour les valeurs de  $x$  supérieures à  $-2$ .

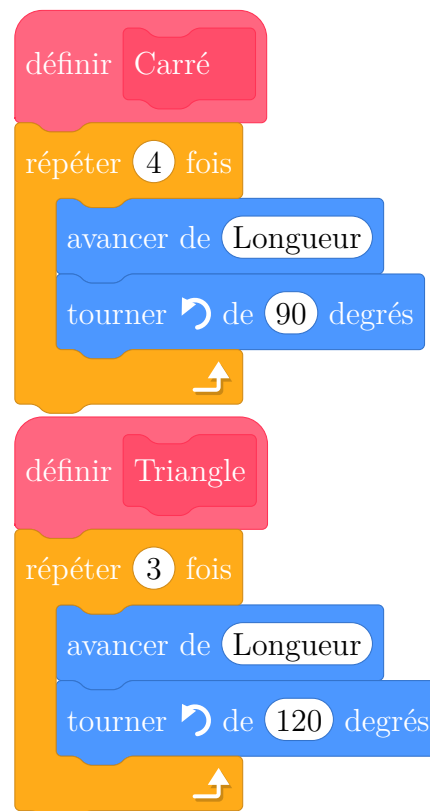
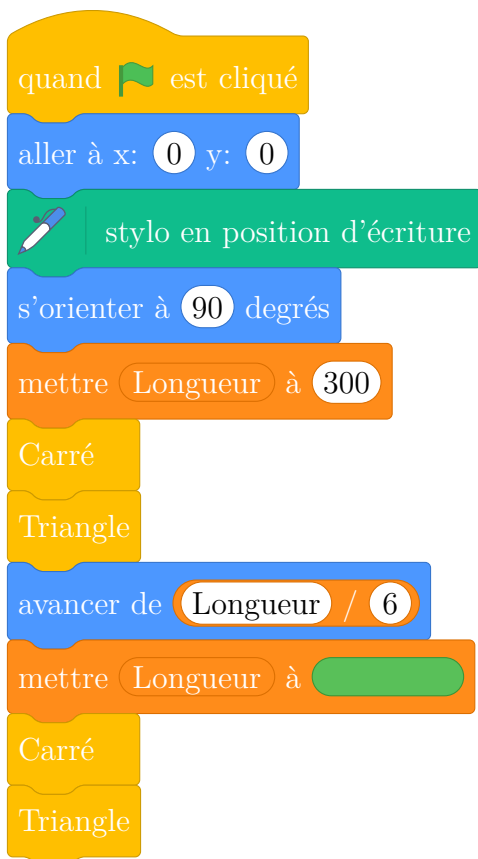
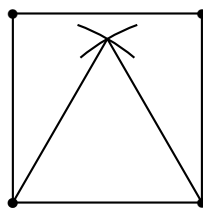
Affirmation 2

$A = 16 + 8x = 8(2 + x)$  : affirmation juste car les résultats sont multiples de 8.

## Exercice 6

1.

(a)



- (b) Après l'exécution de la ligne 8, le stylo sera à  $x = 50$  et  $y = 0$ .
2. Pour tracer la figure intérieure on doit se décaler de 50 de chaque côté. Donc le côté intérieur sera de  $300 - 2 \times 50 = 200$ .
3. (a) Il s'agit d'une homothétie de rapport :

$$\frac{200}{300} = \frac{2}{3}.$$

- (b) Par définition, si  $k$  est le rapport de réduction des longueurs,  $k^2$  sera le rapport de réduction pour les aires. Donc :

$$k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

## Exercice 7

1. La représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine, donc le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnelles.
2. (a) 20 tours par seconde.  
(b) 1 min 20 s égale 80 s.  
La vitesse de rotation est à 3 tours par seconde.  
(c) Le hand-spinner s'arrêtera au bout de 93 secondes.
3. (a)  $V(t) = -0,214 \times t + 20$  où  $t = 30$  (s) ;  
 $V(t) = -0,214 \times 30 + 20$  ;  
 $V(t) = 13,58$  tours/s
- (b) Lorsque le hand-spinner s'arrête, sa vitesse est égale à 0.  
 $0 = -0,214 \times t + 20$  ;  $0,214t = 20$  ;  
 $t = \frac{20}{0,214} \approx 93,46$  (s).
- (c) On calcule le temps nécessaire pour que le hand-spinner s'arrête lorsque la vitesse initiale est de 40 (tours/s).  
 $0 = -0,214t + 40$  soit  $0,214t = 40$  et  $t = \frac{40}{0,214} \approx 186,92$ .  
Or :  $2 \times 93,46 = 186,92$ .