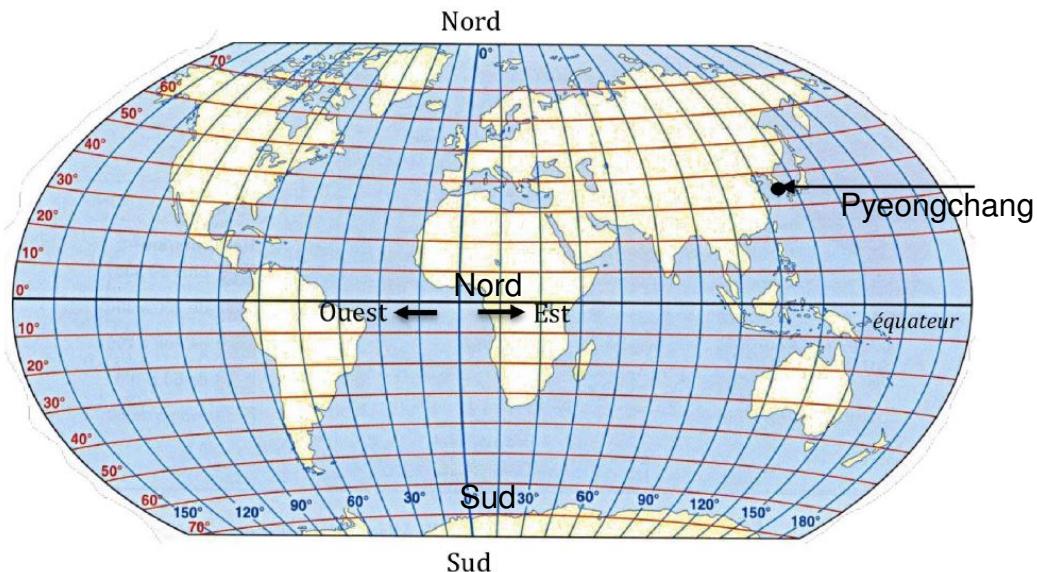
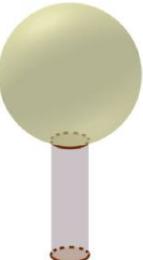


Exercice 1
11 points

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.

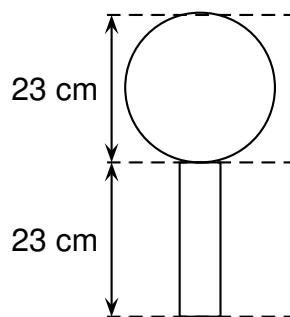
Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



2. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-contre. Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de $6,371 \text{ cm}^3$.

3. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée.

A-t-elle raison ?



Rappels :

$$\text{volume d'une boule de rayon } R : V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\text{volume d'un cylindre de rayon } r \text{ et de hauteur } h : V = \pi r^2 h.$$

Exercice 2
14 points

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines.

Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne: $72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Médiane: $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration minimale: $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$
Concentration maximale: $107 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Source: <http://www.air-rhonealpesfr>

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

- Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?
- Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ?

Interpréter ce dernier résultat.

- L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.

Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon .

Exercice 3

12 points

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche lecture aléatoire qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

- Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?
- La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$.
Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?
- Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio.
Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche lecture aléatoire de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

Exercice 4

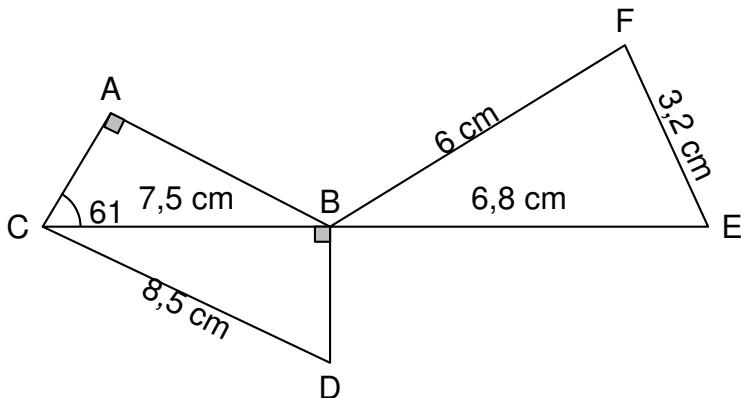
14 points

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points C, B et E sont alignés.

Le triangle ABC est rectangle en A.

Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle \widehat{BFE} est un angle droit. A-t-elle raison?
4. Max affirme que l'angle \widehat{ACD} est un angle droit. A-t-il raison ?

Exercice 5

16 points

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$.

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

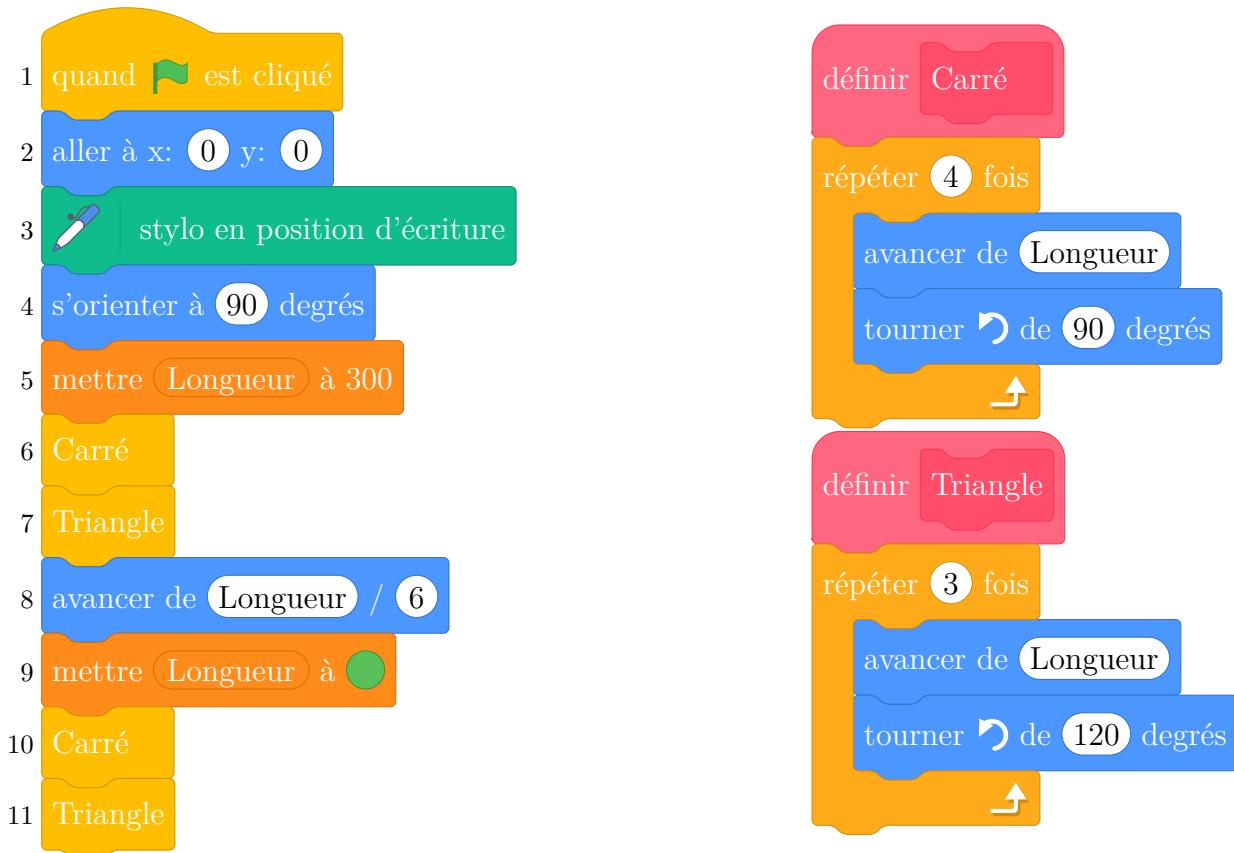
- Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
- Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exercice 6
16 points

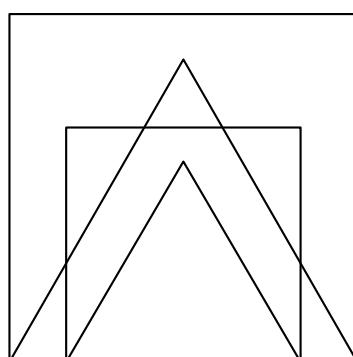
Les longueurs sont en pixels.

L'expression s'orienter à 90° signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :



1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.
 - (a) Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.
 - (b) Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?
2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

3. (a) Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.
- (b) Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

Exercice 7
17 points

Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.

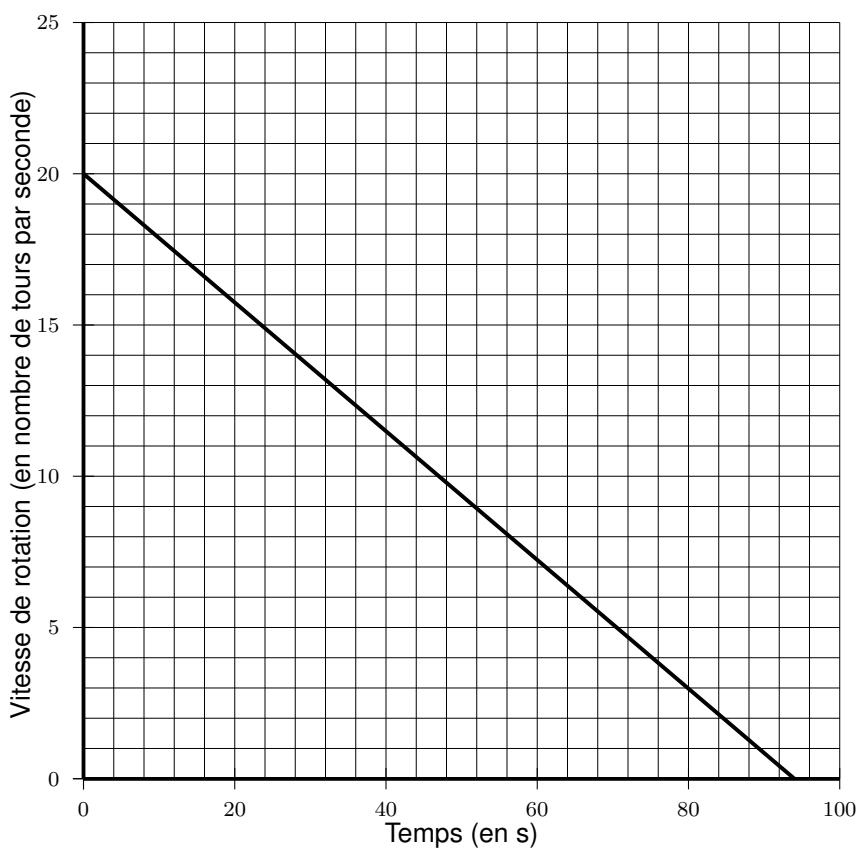
On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du hand-spinner.

Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.



Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de: <https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808>

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels? Justifier.

2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes:

- Quelle est la vitesse de rotation initiale du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) ?
- Quelle est la vitesse de rotation du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes ?
- Au bout de combien de temps, le hand-spinner va-t-il s'arrêter ?

3. Pour calculer la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps t , notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0,214 \times t + V_{\text{initiale}}.$$

- t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du hand-spinner ;
 - V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le hand-spinner au départ.
- (a) On lance le hand-spinner à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$$V(t) = -0,214 \times t + 20.$$

Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

- (b) Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.
- (c) Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

Correction



Exercice 1

11 points

1. Coordonnées de Peyongchang : 130 E ; 35 N
2. On sait que: $R = 11,5 \text{ cm}$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 11,5^3 \approx 6,371 \text{ cm}^3.$$

3. Calculons le volume du socle.

$$v = \pi r^2 \times H = \pi \times 3^2 \times 23 \approx 650 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume du trophée} = V + v \approx 6,371 + 650 = 7,021 \text{ cm}^3.$$

Or $\frac{6,371}{7,021} \approx 0,907$ soit environ 91 %. Marie a raison.

Exercice 2

1. Calculons la moyenne pour la ville de Grenoble:

$$m_{\text{Grenoble}} = \frac{634}{10} = 63,4 \mu\text{g}/\text{m}^3.$$

Or $63,4 \mu\text{g}/\text{m}^3 < 72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$, donc la moyenne $m_{\text{Lyonnaise}}$ est supérieure.

2. $E_{\text{Grenoble}} = 89 - 32 = 57 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

$$E_{\text{Lyon}} = 107 - 22 = 85 \mu\text{g}/\text{m}^3.$$

L'étendue la plus importante est celle de la ville de Lyon.

3. La médiane est de $83,5 \text{ g/m}^3$.

La série possède 10 valeurs. La médiane nous indique qu'au moins 50 % des valeurs sont égales à $83,5 \mu \text{ g/m}^3$.

L'affirmation est juste.

Exercice 3

1. Il y a 125 morceaux de rap sur 375 morceaux. La probabilité d'avoir un morceau rap est de :

$$\frac{125}{375} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 3} = \frac{1}{3}.$$

2. On a $\frac{7}{15} \times 375 = 175$ morceaux de rock

3. Pour Alice : $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$. Or $\frac{6}{15} < \frac{7}{15}$, donc Théo a plus de chances d'écouter de la musique rock.

Exercice 4

1. Le triangle CBD est rectangle en B. Le théorème de Pythagore s'écrit : $CD^2 = DB^2 + CB^2$, soit $DB^2 = CD^2 - CB^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = (8,5 + 7,5)(8,5 - 7,5) = 6 \times 1 = 16 = 4^2$.
 $DB = 4 \text{ (cm)}$.

2. Deux triangles semblables ont les mesures de leurs côtés proportionnelles.

Or $\frac{6}{7,5} = 0,8$, $\frac{3,2}{4} = 0,8$ et $\frac{6,8}{8,5} = 0,8$

Par conséquent les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Vérifions que le triangle BFE est rectangle :

- $BE^2 = 6,8^2 = 46,24$, $BF^2 = 6^2 = 36$ et $FE^2 = 3,2^2 = 10,24$.

$$BF^2 + FE^2 = 36 + 10,24 = 46,24.$$

Donc $BE^2 = BF^2 + FE^2$ et par la réciproque de Pythagore le triangle BEF est rectangle en F.

- Plus rapide : les triangles CBD et BFE étant semblables, on a $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90^\circ$ puisque le triangle CBD est rectangle en B.

4. Calculons l'angle \widehat{DCB} par son cosinus dans le triangle rectangle DCB :

$$\cos \widehat{DCB} = \frac{CB}{CD} = \frac{7,5}{8,5} = \frac{75}{85} = \frac{15}{17}. \text{ La calculatrice donne } \cos^{-1} \frac{15}{17} \approx 28^\circ.$$

Or : $28 + 61 = 89 \neq 90$: l'angle \widehat{ACD} n'est pas droit.

Exercice 5

1. Si n est ce nombre on obtient: $2 \times (4n + 8)$.

Avec $n = -1$: $2 \times (-1 \times 4 + 8) = 2 \times 4 = 8$.

2. On résout l'équation: $8x + 16 = 30$ ou $8x = 14$ et enfin $x = \frac{14}{8} = 1,75$.

3. Si $A = B$ alors $8x + 16 = (4 + x)^2 - x^2$ ou encore $16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$; les deux expressions sont effectivement égales.

4. $16 + 8x > 0$ ou $8x > -16$ et enfin $x > -2$.

Non, seulement pour les valeurs de x supérieures à -2 .

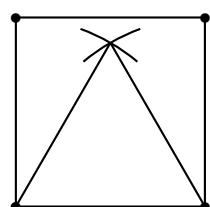
Affirmation 2

$A = 16 + 8x = 8(2 + x)$: affirmation juste car les résultats sont multiples de 8.

Exercice 6

1.

(a)



quand  est cliqué

aller à x: 0 y: 0

stylo en position d'écriture

s'orienter à 90 degrés

mettre Longueur à 300

Carré

Triangle

avancer de Longueur / 6

mettre Longueur à

Carré

Triangle

définir Carré

répéter 4 fois

avancer de Longueur

tourner ↗ de 90 degrés

définir Triangle

répéter 3 fois

avancer de Longueur

tourner ↗ de 120 degrés

- (b) Après l'exécution de la ligne 8, le stylo sera à $x = 50$ et $y = 0$.
2. Pour tracer la figure intérieure on doit se décaler de 50 de chaque côté. Donc le côté intérieur sera de $300 - 2 \times 50 = 200$.
3. (a) Il s'agit d'une homothétie de rapport :

$$\frac{200}{300} = \frac{2}{3}.$$

- (b) Par définition, si k est le rapport de réduction des longueurs, k^2 sera le rapport de réduction pour les aires. Donc :

$$k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

Exercice 7

1. La représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine, donc le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnelles.
2. (a) 20 tours par seconde.
(b) 1 min 20 s égale 80 s.
La vitesse de rotation est à 3 tours par seconde.
(c) Le hand-spinner s'arrêtera au bout de 93 secondes.
3. (a) $V(t) = -0,214 \times t + 20$ où $t = 30$ (s) ;
 $V(t) = -0,214 \times 30 + 20$;
 $V(t) = 13,58$ tours/s
(b) Lorsque le hand-spinner s'arrête, sa vitesse est égale à 0.
 $0 = -0,214 \times t + 20$; $0,214t = 20$;
 $t = \frac{20}{0,214} \approx 93,46$ (s).
(c) On calcule le temps nécessaire pour que le hand-spinner s'arrête lorsque la vitesse initiale est de 40 (tours/s).
 $0 = -0,214t + 40$ soit $0,214t = 40$ et $t = \frac{40}{0,214} \approx 186,92$.
Or : $2 \times 93,46 = 186,92$.