EXERCICE 1 **6 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Toute réponse exacte vaut 2 points.

Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte.

1	Le produit $7^6 \times 7^6$ est égal à :	14^6	7^{12}	7^{36}
2	La superficie d'une maison a été augmentée de 40 %. Elle est désormais de 210 m². Sa superficie avant l'augmentation était égale à:	126 m²	84 m²	150 m²
3	La probabilité d'obtenir un diviseur de 6 lors d'un lancer de dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 est égale à :	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$

EXERCICE 2 **6 points**

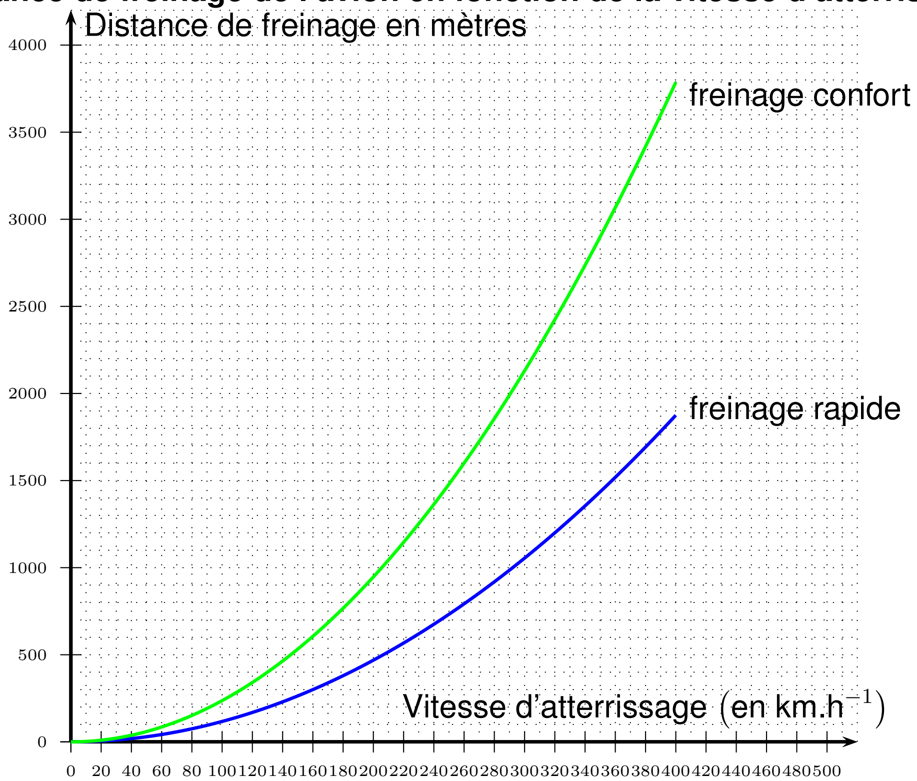
Un avion de ligne transportant des passagers atterrit à l'aéroport international Galeao à Rio de Janeiro.

On étudie la distance de freinage de l'appareil en fonction de sa vitesse au moment de l'atterrissage.

Le pilote peut décider d'un freinage rapide s'il souhaite raccourcir la distance de freinage, ou d'un freinage confort plus modéré et donc plus confortable pour les passagers.

Les courbes suivantes donnent la distance de freinage d'un avion en fonction de sa vitesse au moment de l'atterrissage selon le mode freinage choisi (confort ou rapide).

Distance de freinage de l'avion en fonction de la vitesse d'atterrissage

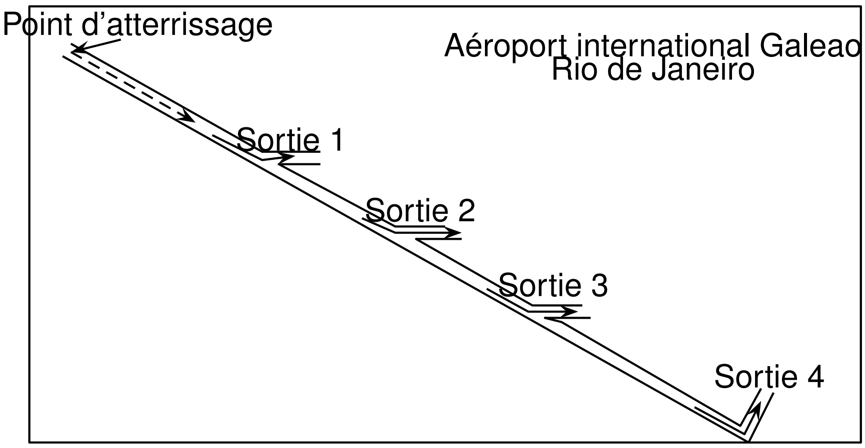


1. Donner par lecture graphique, sans justification:
   (a) Une valeur approchée de la distance de freinage confort de l'appareil si l'avion arrive à une vitesse de 320 km.h^{-1}.
   (b) Une valeur approchée de la vitesse d'atterrissage d'un avion dont la distance de freinage rapide est de 1,500 m.

2. Pour regagner la zone de débarquement des passagers, l'avion doit emprunter une des quatre sorties précisées dans les documents ci-dessous :

Distances des sorties au point d'atterrissage

Numéro de sortie	1	2	3	4
Distance (en mètres)	900	1,450	2,050	2,950



(a) L'avion atterrit à 260 km.h^{-1}. Le pilote décide un freinage confort. Avec la distance de freinage correspondante, quelle est ou quelles sont les sorties qu'il va dépasser ?

(b) Seule la sortie 1 étant disponible, le pilote envisage un freinage rapide .
Déterminer avec la précision du graphique, la vitesse maximale avec laquelle il peut atterrir pour pouvoir emprunter cette sortie.

EXERCICE 3 **5 points**

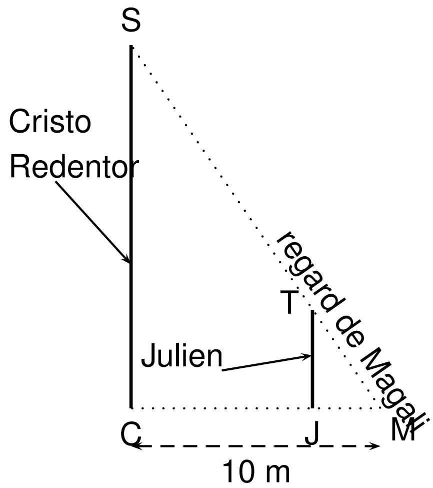
Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur de sa maison. La surface à paver est un rectangle de dimensions 108 cm et 225 cm et doit être entièrement recouverte par des carreaux de faïence carrés de même dimension sans découpe.

1. Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? De 6 cm de côté ?
2. Quelle est la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser ?
   Combien de carreaux utilisera-t-elle ?

EXERCICE 4 **3 points**

Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado.

Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Magali place le regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voit le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien. La situation est modélisée ci-dessous par la figure qui n'est pas à l'échelle.



Déterminer la hauteur SC de la statue en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.

EXERCICE 5 **6 points**

Pour monter au sommet du Corcovado et accéder à la statue depuis le centre de Rio, on peut emprunter un minibus. Le prix d'un billet en Réal brésilien (R$), monnaie brésilienne, comprend le transport vers le site ainsi que l'accès au monument.

On donne les documents suivants.

HORAIRES
Tous les jours de 8 h à 16 h

TARIFS (à partir de 11 ans)
R$ 51,00 Basse saison *
R$ 62,00 Haute saison *

* Tarif réduit pour les enfants de 6 ans à 11 ans.
Gratuit pour les enfants de moins de 6 ans.

Ticket de caisse

PAINEIRAS - CORCOVADO
HAUTE SAISON
Total à payer: 329 R$
Entrée valable pour le :
09/02/2016
4 adultes
3 enfants de 6 à 11 ans
2 enfants de moins de 6 ans

1. Déterminer le prix de la visite pour un adulte le 09/02/2016.
2. Déterminer le prix de la visite pour un enfant ayant entre 6 ans et 11 ans, le 09/02/2016.

EXERCICE 6 — 4 points

Inauguré en 1950, le stade Maracanà est un lieu mythique, place de grands événements sportifs tels que la coupe du monde 2014 ou les jeux olympiques 2016.

C'est une structure de forme ovale de dimensions 317 m et 279 m pour une hauteur de 32 m dont la surface au sol est d'environ 69,500 m^2.

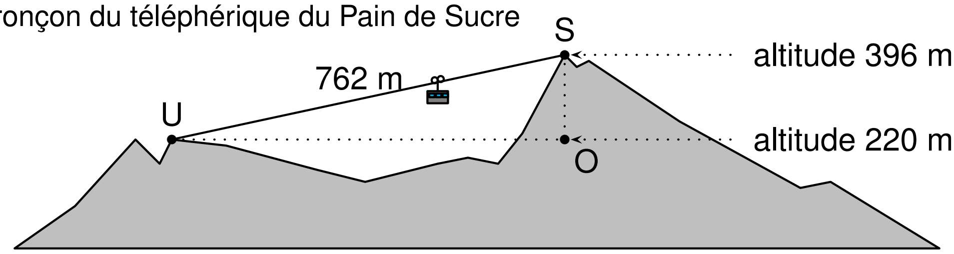
Sur la célèbre plage de Copacabana, à Rio, on peut admirer de nombreuses sculptures de sable.

L'un des sculpteurs souhaite réaliser une reproduction du stade à l'échelle 1/300.

1. Quelles seront les dimensions arrondies au centimètre de cette reproduction.
2. (a) Quelle en sera la superficie ? On donnera le résultat en m^2, arrondi au centième.
   (b) Le sculpteur dispose d'un espace de 1 m^2. Est-il certain de pouvoir réaliser sa reproduction ? On justifiera brièvement la réponse.

EXERCICE 7 — 7 points

Le mont du Pain de Sucre est un pic situé à Rio à flanc de mer. Il culmine à 396 mètres d'altitude et est accessible par un téléphérique composé de deux tronçons.



Le dessin ci-dessus n'est pas à l'échelle.

On a représenté ci-dessus le deuxième tronçon du téléphérique qui mène du point U au sommet S du pic.

On donne : Altitude du point S : 396 m — US = 762 m
Altitude du point U : 220 m — Le triangle UOS est rectangle en O.

1. Déterminer l'angle $\widehat{OUS}$ que forme le câble du téléphérique avec l'horizontale. On arrondira le résultat au degré.
2. Sachant que le temps de trajet entre les stations U et S est de 6 min 30 s, calculer la vitesse moyenne du téléphérique entre ces deux stations en mètres par seconde. On arrondira le résultat au mètre par seconde.
3. On a relevé la fréquentation du Pain de Sucre sur une journée et saisit ces informations dans une feuille de calcul d'un tableur.

H2	=SOMME(B2 : G2)							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Horaires	8: 00- 1000	1000 1200	1200-1400	1400-1600	1600-1800	1800-2000	
2	Nombre de visiteurs	122	140	⬬	63	75	118	615

On a saisi dans la cellule H2 la formule : =SOMME(B2G2)

(a) Interpréter le nombre calculé avec cette formule.
(b) Quel est le nombre de visiteurs entre 12 h 00 et 14 h 00 ?

4. Une formule doit être saisie pour calculer le nombre moyen de visiteurs par heure sur cette journée. Parmi les propositions suivantes, recopier sans justification celle qui convient:

MOYENNE(B2G2) — =MOYENNE(B2G2)
MOYENNE(B2G2)/2 — =MOYENNE(B2G2)/2

Correction

Exercice 1 — 6 points

1. Pour pouvoir simplifier le calcul $7^6 \times 7^6$, on utilise une des propriétés des puissances, à savoir: $a^p \times a^n = a^{n+p}$.

   Ainsi, on peut écrire : $7^6 \times 7^6 = 7^{6+6} = 7^{12}$. (Réponse B)

2. Appelons S la superficie de la maison avant augmentation. Si après augmentation de 40 %, la superficie est égale à 210, on peut alors poser :

   $210 = S + \dfrac{40}{100} \times S = S + 0,4S = S \times (1 + 0,4)$ soit

   $210 = 1,4S$ ou $S = \dfrac{210}{1,4} = 150$. (Réponse C)

   Remarque : Pensez à poser une équation lorsque vous cherchez une inconnue

3. Commençons par lister les diviseurs de 6. Il y en a 4 qui sont: 1, 2, 3 et 6.

   Nous savons que la probabilité d'un évènement A quelconque peut s'écrire:

   $P(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$.

   Or, étant donné qu'il existe 4 diviseurs, il y a donc 4 cas favorables. Le dé comportant 6 faces, on a donc 6 cas possibles.

   Soit : $P(A) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$. (Réponse A)

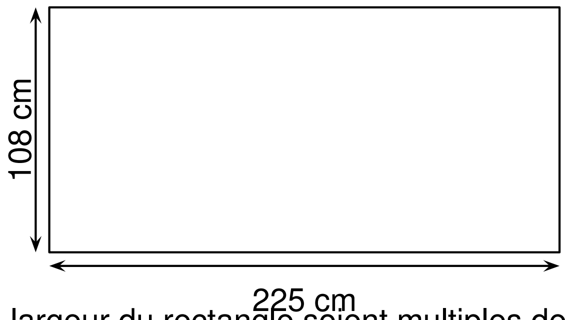
Exercice 2 — 6 points

1. (a) On se place sur l'axe des abscisses au point d'abscisse 320 ; le point de la courbe confort ayant cette abscisse a une ordonnée d'environ 2,400 (mètres).
   (b) On se place sur l'axe des ordonnées au point d'abscisse 1,500 ; l'horizontale contenant ce point coupe la courbe rapide au point d'abscisse d'environ 360 (km/h).

2. (a) Le point de la courbe confort d'abscisse 260 a une ordonnée d'environ 1,600 mètres. Or, les deux premières sorties se trouvent à une distance inférieure à 1,600 mètres. Il est donc évident que l'avion dépassera les sorties 1 et 2.
   (b) Si le pilote doit s'arrêter obligatoirement à la sortie 1, il ne peut dépasser une distance de freinage de 900 mètres. S'il décide d'un freinage rapide , graphiquement, on observe que cette distance est atteinte avec une vitesse maximale de 280km/h.

EXERCICE 3 **6 points**

Voici une représentation de la surface à paver :



1. Il faut que la longueur et la largeur du rectangle soient multiples de 3 ce qui est le cas car :

   $108 = 3 \times 36$ et $225 = 3 \times 75$.

   36 carreaux en largeur et 75 en longueur : Carole pourra paver la surface avec $36 \times 75 = 2{,}700$ carreaux.

   Il est facile de calculer l'aire de la surface totale que devra paver Carole. Il ne s'agit rien d'autre que de l'aire du rectangle.

   $A_R = 225 \times 108 = 24{,}300$ (cm^2).

   On ne peut pas utiliser des carreaux de 6 cm de côté. En effet en longueur il faudrait que 6 divise 225, ce qui est faux.

2. Pour déterminer la dimension maximale des carreaux qu'elle peut utiliser, il faut commencer par chercher le plus grand diviseur commun de 225 et de 108. En effet, étant donné que les carreaux sont des carrés, ils doivent avoir la même longueur et la même largeur.

   Les diviseurs de 225 sont: 1-3-5-9-15-25-45-75-225.

   Les diviseurs de 108 sont: 1-2-3-4-6-9-12-18-27-36-54-108.

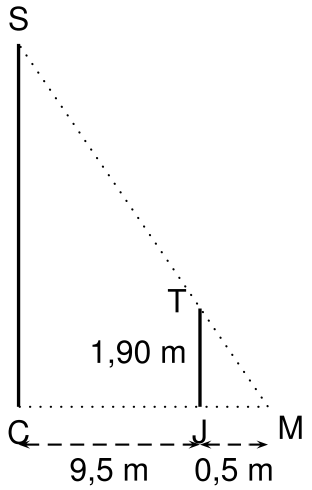
   On remarque que 9 est le plus grand diviseur commun des deux nombres. Il faut donc que Carole utilise des carreaux de 9 cm de côté, cette dimension étant la plus grande qu'elle puisse utiliser.

   Etant donné que la surface à paver est de 24,300 cm^2, et que chaque carré a une aire de

   $9 \times 9 = 81$ (cm^2), il faudra utiliser au total : $\dfrac{24{,}300}{81} = 300$ carreaux de 9 cm de côté.

Exercice 4 **6 points**

Représentons de nouveau le triangle complété par les longueurs données dans l'énoncé.



Pour déterminer la longueur de la hauteur [SC], il faut utiliser le théorème de Thalès. Cependant, avant de s'engager dans sa formulation, nous devons vérifier que les droites (SC) et (TJ) sont parallèles, condition à l'utilisation du théorème.

On sait que : (SC) et (CM) d'une part et (TJ) et (CM) de l'autre sont perpendiculaires.

Or : si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles. Donc : (SC) // (TJ).

On peut maintenant passer à l'énonciation du théorème de Thalès en réunissant toutes les conditions nécessaires.

On sait que: S, T et M sont alignés ainsi que C, J et M. De plus, (SC) // (TJ).

Donc d'après Thalès : $\dfrac{\text{MT}}{\text{MS}} = \dfrac{\text{MJ}}{\text{MC}} = \dfrac{\text{TJ}}{\text{SC}}$

Soit ici : $\dfrac{\text{MT}}{\text{MS}} = \dfrac{0,5}{10} = \dfrac{1,9}{\text{SC}}$.

D'où avec les deux derniers quotients SC $= \dfrac{1,9 \times 10}{0,5} = 38$ m.

La statue mesure environ 38 mètres.

Exercice 5 **6 points**

1. Comme nous sommes en Haute Saison , chaque adulte paiera R$ 62,00.
2. Reprenons le ticket de caisse en détail :

   Total à payer : 329 R$

   Comme ils sont 4 adultes , ils paieront au total pour les adultes : $62 \times 4 = 248$ R$

   Les deux enfants de moins de 6 ans ne payant pas, les 3 enfants de 6 à 11 ans ont donc payé :

   $329 - 248 = 81$ R$, soit $\dfrac{81}{3} = 27$ R$ par enfant de 6 à 11 ans.

Exercice 6 **6 points**

1. Si la reproduction se fait à l'échelle 1/300 (coefficient de réduction), il suffit alors de diviser toutes les longueurs par 300 pour connaître les dimensions du plan :

   Hauteur : $\dfrac{32}{300} \approx 0,107$ m, soit environ 11 cm ;

   Longueur : $\dfrac{317}{300} \approx 1,057$ m, soit environ 106 cm

   Largeur : $\dfrac{317}{300} \approx 0,93$ m, soit 93 cm.

2. (a) Pour réduire une superficie (exprimée ici en m^2), il faut la diviser par le coefficient de réduction au carré.

   Aire de la reproduction : $\dfrac{69{,}500}{300^2} \approx 0,77$ m^2.

   (b) On sait que la longueur du stade est d'environ 1,057 m et que la largeur est d'environ 0,93 m. L'ire de la reproduction du stade ne pourra donc pas dépasser l'aire du rectangle, soit : $1,057 \times 0,93 = 0.983{,}01$ m^2 soit moins que l'espace de 1 m^2 dont il dispose.

EXERCICE 7 **6 points**

1. On sait que le triangle USO est rectangle en O.

   On a OS $= 396 - 220 = 176.$

   Pour calculer la valeur de l'angle $\widehat{\text{GUS}}$, on recourt à la formule du sinus.

   $\sin \widehat{\text{OUS}} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{\text{OS}}{\text{US}} = \dfrac{176}{762} \approx 0,231.$

   Il ne reste plus qu'à calculer avec la calculatrice et l'inverse du sinus : on obtient $\widehat{\text{OUS}} \approx 13$.

   Remarque : on ne peut pas utiliser la formule du cosinus car nous ne disposons pas de la longueur du côté adjacent à l'angle, donné par [UO]

2. On utilise la formule de la vitesse :

   vitesse $= \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$.

   Le temps est de 6 min 30 s soit $360 + 30 = 390$ s.

   vitesse $= \dfrac{762}{390} = \dfrac{254}{130} \approx 1,954$ soit 2 m/s à l'unité près.

3. (a) Le nombre calculé avec la formule est égal à la somme des affluences de de 8 h à 20 h par tranches de 2 h, 615 visiteurs sur la journée.

   (b) La somme des nombres visibles est : $122 + 140 + 63 + 75 + 118 = 518$.

   Le nombre de visiteurs entre 12 h et 14 h est donc égal à $615 - 518 = 97$

4. Pour qu'un tableur puisse appliquer un calcul, il faut toujours commencer par le symbole = . Il suffit alors de taper =MOYENNE(B2:G2)/2.

   Remarque : on peut également pour avoir cette moyenne entrer la formule : =H2/12 .