

Exercice 1
4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Toute réponse exacte vaut 1 point.

Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

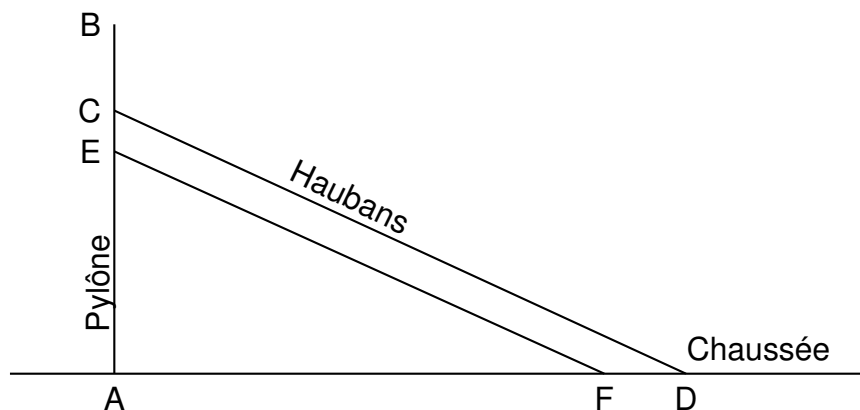
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte (A ou B ou C).

		A	B	C
1.	Dans une urne, il y a 10 boules rouges et 20 boules noires. La probabilité de tirer une boule rouge est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2.	$(3x + 2)^2 = \dots$	$9x^2 + 4$	$3x^2 + 6x + 4$	$4 + 3x(3x + 4)$
3.	Une solution de l'équation $x^2 - 2x - 8 = 0$ est :	0	3	4
4.	Si on double toutes les dimensions d'un aquarium, alors son volume est multiplié par :	2	6	8

Exercice 2
6 points

Le viaduc de Millau est un pont franchissant la vallée du Tarn, dans le département de l'Aveyron, en France. Il est constitué de 7 pylônes verticaux équipés chacun de 22 câbles appelés haubans.

Le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, représente un pylône et deux de ses haubans.



On dispose des informations suivantes :

$AB = 89$ m ; $AC = 76$ m ; $AD = 154$ m ; $FD = 12$ m et $EC = 5$ m.

1. Calculer la longueur du hauban [CD]. Arrondir au mètre près.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$ formé par le hauban [CD] et la chaussée.
Arrondir au degré près.
3. Les haubans [CD] et [EF] sont-ils parallèles ?

Exercice 3

6 points

Une entreprise de fabrication de bonbons souhaite vérifier la qualité de sa nouvelle machine de conditionnement. Cette machine est configurée pour emballer environ 60 bonbons par paquet. Pour vérifier sa bonne configuration, on a étudié 500 paquets à la sortie de cette machine.

Document 1 : Résultats de l'étude

Nombre de bonbons	56	57	58	59	60	61	62	63	64
Effectifs	4	36	53	79	145	82	56	38	7

Document 2 : Critères de qualité

Pour être validée par l'entreprise, la machine doit respecter trois critères de qualité:

- Le nombre moyen de bonbons dans un paquet doit être compris entre 59,9 et 60,1.
- L'étendue de la série doit être inférieure ou égale à 10.
- L'écart interquartile (c'est-à-dire la différence entre le troisième quartile et le premier quartile) doit être inférieur ou égal à 3.

La nouvelle machine respecte-t-elle les critères de qualité ?

Il est rappelé que, pour l'ensemble du sujet, les réponses doivent être justifiées.

Exercice 4

5 points

Adèle et Mathéo souhaitent participer au marathon de Paris. Après s'être entraînés pendant des mois, ils souhaitent évaluer leur état de forme avant de s'engager. Pour cela, ils ont réalisé un test dit de Cooper : l'objectif est de courir, sur une piste d'athlétisme, la plus grande distance possible en 12 minutes. La distance parcourue détermine la forme physique de la personne.

Document 1 : Indice de forme selon le test de Cooper

L'indice de forme d'un sportif dépend du sexe, de l'âge et de la distance parcourue pendant les 12 min.

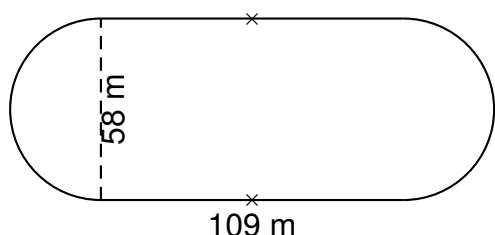
Pour les hommes

Indice de Forme	Moins de 30 ans	De 30 à 39 ans	De 40 à 49 ans	Plus de 50 ans
Très faible	moins de 1,600 m	moins de 1,500 m	moins de 1,350 m	moins de 1,250 m
Faible	1,601 à 2,000 m	1,501 à 1,850 m	1,351 à 1,700 m	1,251 à 1,600 m
Moyen	2,001 à 2,400 m	1,851 à 2,250 m	1,701 à 2,100 m	1,601 à 2,000 m
Bon	2,401 à 2,800 m	2,251 à 2,650 m	2,101 à 2,500 m	2,001 à 2,400 m
Très bon	plus de 2,800 m	plus de 2,650 m	plus de 2,500 m	plus de 2,400 m

Pour les femmes

Indice de Forme	Moins de 30 ans	De 30 à 39 ans	De 40 à 49 ans	Plus de 50 ans
Très faible	moins de 1,500 m	moins de 1,350 m	moins de 1,200 m	moins de 1,100 m
Faible	1,501 à 1,850 m	1,351 à 1,700 m	1,201 à 1,500 m	1,101 à 1,350 m
Moyen	1,851 à 2,150 m	1,701 à 2,000 m	1,501 à 1,850 m	1,351 à 1,700 m
Bon	2,151 à 2,650 m	2,001 à 2,500 m	1,851 à 2,350 m	1,701 à 2,200 m
Très bon	plus de 2,650 m	plus de 2,500 m	plus de 2,350 m	plus de 2,200 m

Document 2 : Plan de la piste



Cette piste est composée de deux parties rectilignes et de deux demi-cercles.

Document 3 : Données du test

- Adèle a 31 ans.
- Mathéo a 27 ans.
- Adèle a réalisé 6 tours de piste et 150 mètres.
- Mathéo a réalisé le test avec une vitesse moyenne de 13,5 km/h.

1. Vérifier que la longueur de la piste est d'environ 400 mètres.
2. Adèle et Mathéo ont décidé de participer au marathon uniquement si leur indice de forme est au moins au niveau moyen.
Déterminer si Adèle et Mathéo participeront à la course.

Exercice 5

6 points

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 2x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 + 4x - 5.$$

Léa souhaite étudier les fonctions f et g à l'aide d'un tableur. Elle a donc rempli les formules qu'elle a ensuite étirées pour obtenir le calcul de toutes les valeurs.

Voici une capture d'écran de son travail :

B3		=B1*B1+4*B1-5						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	-5	-3	-1	1	3	5	7
3	$g(x)$	-8		-8	-5	0	7	16
4								

1. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
2. Calculer le nombre qui doit apparaître dans la cellule C3.

3. Quelle formule Léa a-t-elle saisie dans la cellule B2 ?
4. À l'aide de la copie d'écran et sans justifier, donner une solution de l'inéquation $2x + 1 < x^2 + 4x - 5$.
5. Déterminer un antécédent de 1 par la fonction f .

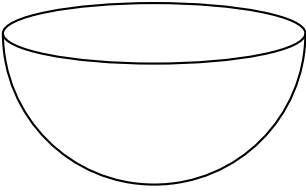
Exercice 6
3 points

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier votre réponse.

1. Affirmation 1 :
Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.
2. Affirmation 2 :
Pour tout nombre entier positif a et b , $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$.
3. Affirmation 3 :
Si on augmente le prix d'un article de 20 % puis de 30 % alors, au total, le prix a augmenté de 56 %.

Exercice 7
6 points

Romane souhaite préparer un cocktail pour son anniversaire.

Document 1 : Recette du cocktail Ingrédients pour 6 personnes : • 60 cl de jus de mangue • 30 cl de jus de poire • 12 cl de jus de citron vert • 12 cl de sirop de cassis Préparation : Verser les différents ingrédients dans un récipient et remuer. Garder au frais pendant au moins 4 h.	Document 2 : Récipient de Romane  On considère qu'il a la forme d'une demi-sphère de diamètre 26 cm.
--	---

Rappels :

- Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- 1 L = 1 dm³ = 1,000 cm³

Le récipient choisi par Romane est-il assez grand pour préparer le cocktail pour 20 personnes ?

Correction



Exercice 1

4 points

- Il y a 10 boules rouges sur un total de $10 + 20 = 30$ boules ; la probabilité de tirer une rouge est donc de $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$. Réponse B.
- $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2^2 + 2 \times 3x \times 2 = 9x^2 + 4 + 12x = 4 + 9x^2 + 12x = 4 + 3x(3x + 4)$. Réponse C.
- 0 n'est pas solution ; 3 non plus car $3^2 - 2 \times 3 - 8 = 3 - 8 = -5 \neq 0$; reste 4. Or $4^2 - 2 \times 4 - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$ est vraie ; Réponse C.
- Chaque dimension est multipliée par 2, donc le volume est multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$. Réponse C.

Exercice 2

6 points

- Le pylône est supposé vertical donc perpendiculaire à la chaussée ; le triangle ACD est donc rectangle en A et le théorème de Pythagore s'écrit :
 $CD^2 = CA^2 + AD^2 = 76^2 + 154^2 = 5,776 + 23,716 = 29,492$.
Donc $CD = \sqrt{29,492} \approx 171,7 \approx 172$ (m) au mètre près.
- On a $\tan \widehat{CDA} = \frac{AC}{AD} = \frac{76}{154} = \frac{38}{77} \approx 0,493,506$.
La calculatrice donne $\widehat{CDA} \approx 26,2$ soit 26 au degré près.

3. On a $AE = AC - EC = 76 - 5 = 71$ (m).

$AF = AD - FD = 154 - 12 = 142$ (m).

Donc $\frac{AE}{AC} = \frac{71}{76}$ et $\frac{AF}{AD} = \frac{142}{154} = \frac{71}{77}$.

Comme $\frac{71}{76} \neq \frac{71}{77}$, la réciproque de la propriété de Thalès n'est pas vraie donc les droites (ED) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 3

6 points

- Moyenne de bonbons dans les 500 paquets :

$$\frac{4 \times 56 + 36 \times 57 + 53 \times 58 + 79 \times 59 + 145 \times 60 + 82 \times 61 + 56 \times 62 + 38 \times 63 + 7 \times 64}{500} = 60,054.$$

On a bien : $59,9 < 60,054 < 60,1$: le premier critère est respecté.

- L'étendue est égale à $64 - 56 = 8 < 10$: le deuxième critère est respecté.
- Chaque quartile contient 125 valeurs

Le premier quartile (125e valeur) est donc 59 et le troisième 61.

L'écart interquartile est donc égal à $61 - 59 = 2 < 3$: le troisième critère est vérifié.

Exercice 4

5 points

1. La piste se compose de deux lignes droites de 109 (m) et de deux demi-cercles, ou un cercle de diamètre 58 (m).

La longueur de la piste est donc égale à :

$$2 \times 109 + \pi \times 58 \approx 400,21 \approx 400 \text{ (m) au mètre près.}$$

2. • Pour Adèle (femme) qui a parcouru $6 \times 400 + 150 = 2,400 + 150 = 2,550$, l'indice de forme est très bon.

- Pour Matéo (homme) : il a parcouru 13,5 km en 60 minutes ou $\frac{13,5}{60}$ km en une minute et donc $\frac{13,5}{60} \times 12 = \frac{13,5}{5} = 2,7$ km soit 2,700 m, son indice de forme est bon.

Ils participeront donc tous les deux au marathon.

Exercice 5

6 points

B3	=B1*B1+4*B1-5							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	-5	-3	-1	1	3	5	7
3	$g(x)$	-8		-8	-5	0	7	16
4								

1. 3 a pour image $f(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$.

2. En C3 il doit apparaître $g(-2) = (-2)^2 + 4 \times (-2) - 5 = 4 - 8 - 5 = 4 - 13 = -9$.
3. En B2 Léa a inscrit $=2*B1+1$.
4. On voit que pour $x = 2$, $f(2) < g(2)$. Une solution de l'inéquation est donc 2.
5. D'après le tableau un antécédent de 1 est 0.

Exercice 6

3 points

1. Affirmation 1 :
Faux 3 et 9 impairs sont divisibles par 3 ; ils ne sont pas premiers entre eux.
2. Affirmation 2 :
Faux $\sqrt{1} + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3$ et $\sqrt{1+4} = \sqrt{5} \neq 3$.
3. Affirmation 3 :
augmenté de 56 %. Augmenter de 20 % revient à multiplier par 1,20, puis augmenter de 30 % revient à multiplier par 1,30 ; donc les deux augmentations successives reviennent à multiplier par $1,20 \times 1,30 = 1,56$. L'affirmation est vraie.

Exercice 7

6 points

Pour un cocktail le volume des ingrédients est égal à :

$$\frac{60 + 30 + 12 + 12}{6} = \frac{114}{6} = 19 \text{ cl.}$$

Donc pour 20 cocktails le volume est égal à :

$$20 \times 19 = 380 \text{ cl soit } 3,8 \text{ l.}$$

Le volume du récipient de Romane est égal à :

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 13^3 \approx 4,601 \text{ cm}^3 \text{ soit environ } 4,601 \text{ dm}^3 \text{ ou } 4,6 \text{ l : le récipient est assez grand pour préparer tous les cocktails.}$$