Exercice 1 **6 points**

Le Solitaire est un jeu de hasard de la *Française des Jeux*.
Le joueur achète un ticket au prix de 2 €, gratte la case argentée et découvre le montant du gain .
Un ticket est gagnant si le montant du gain est supérieur ou égal à 2 €.
Les tickets de Solitaire sont fabriqués par lots de 750,000 tickets.
Le tableau ci-contre donne la composition d'un lot.

	Nombre de tickets	Montant du gain par ticket	
	532,173	0 €	
	100,000	2 €	80.25cm
	83,000	4 €	
	20,860	6 €	
	5,400	12 €	
	8,150	20 €	
	400	150 €	
	15	1,000 €	
	2	15,000 €	
Total	750,000		

Tickets gagnants

1. Si on prélève un ticket au hasard dans un lot,
   (a) quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant dont le montant du gain est 4 €?
   (b) quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant ?
   (c) expliquer pourquoi on a moins de 2 % de chances d'obtenir un ticket dont le montant du gain est supérieur ou égal à 10 €.
2. Tom dit : Si j'avais assez d'argent, je pourrais acheter un lot complet de tickets Solitaire. Je deviendrais encore plus riche.

   Expliquer si Tom a raison.

Exercice 2 **6 points**

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre entier positif
- Ajouter 1
- Calculer le carré du résultat obtenu
- Enlever le carré du nombre de départ.

1. On applique ce programme de calcul au nombre 3. Montrer qu'on obtient 7.
2. Voici deux affirmations :

   Affirmation 1 : Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7 .

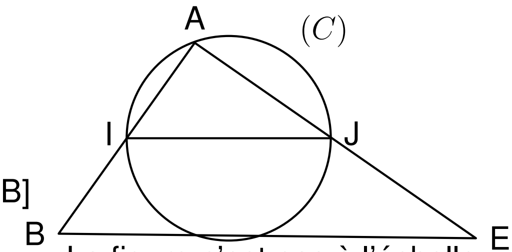
   Affirmation 2 : Chaque résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit .

   (a) Vérifier que ces deux affirmations sont vraies pour les nombres 8 et 13.
   (b) Pour chacune de ces deux affirmations, expliquer si elle est vraie ou fausse quel que soit le nombre choisi au départ.

Exercice 3 **6 points**

Dans la figure ci-contre:

- ABE est un triangle;
- AB = 6 cm, AE = 8 cm et BE = 10 cm ;
- I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE] ;
- le cercle (C) passe par les points I, J et A.



La figure n'est pas à l'échelle

1. Peut-on affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles ?
2. Montrer que le triangle ABE est rectangle.
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$? On donnera une valeur approchée au degré près.
4. (a) Justifier que le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].

   (b) Quelle est la mesure du rayon du cercle (C) ?

Exercice 4 **7 points**

Une association cycliste organise une journée de randonnée à vélo.
Les participants ont le choix entre trois circuits de longueurs différentes: 42 km, 35 km et 27 km.
À l'arrivée, les organisateurs relèvent les temps de parcours des participants et calculent leurs vitesses moyennes. Ils regroupent les informations dans un tableau dont voici un extrait:

Nom du sportif	Alix	David	Gwenn	Yassin	Zoé
Distance parcoure (en km)	35	42	27	35	42
Durée de la randonnée	2 h	3 h	1 h 30 min	1 h 45 min	1 h 36 min
Vitesse moyenne (en km/h)	17,5				

1. Quelle distance David a-t-il parcourue ?
2. Calculer les vitesses moyennes de David et de Gwenn.
3. Afin d'automatiser les calculs, l'un des organisateurs décide d'utiliser la feuille de tableur ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F
1	Nom du sportif	Alix	David	Gwenn	Yassin	Zoé
2	Distance parcoure (en km)	35	42	27	35	42
3	Durée de la randonnée (en h)	2	3	1,5		
4	Vitesse moyenne (en km/h)	17,5				

(a) Quel nombre doit-il saisir dans la cellule E3 pour renseigner le temps de Yassin ?

(b) Expliquer pourquoi il doit saisir 1,6 dans la cellule F3 pour renseigner le temps de Zoé.

(c) Quelle formule de tableur peut-il saisir dans la cellule B4 avant de l'étirer sur la ligne 4 ?

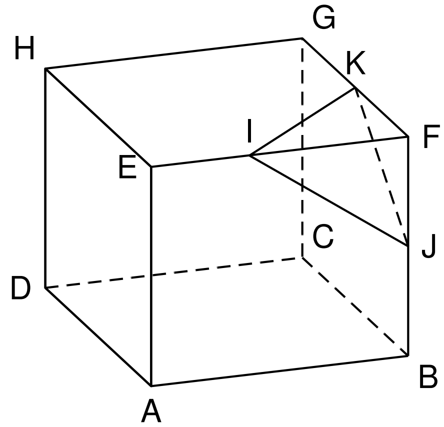
4. Les organisateurs ont oublié de noter la performance de Stefan.

   Sa montre GPS indique qu'il a fait le circuit de 35 km à la vitesse moyenne de 25 km/h.

   Combien de temps a-t-il mis pour faire sa randonnée? On exprimera la durée de la randonnée en heures et minutes.

Exercice 5 **4 points**

On découpe la pyramide FIJK dans le cube ABCDEFGH comme le montre le dessin ci-contre.
Le segment [AB] mesure 6 cm.
Les points I, J, et K sont les milieux respectifs des arêtes [FE], [FB] et [FG].



1. Tracer le triangle IFK en vraie grandeur.

2. Un des quatre schémas ci-dessous correspond au patron de la pyramide FIJK.

   Indiquer son numéro sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

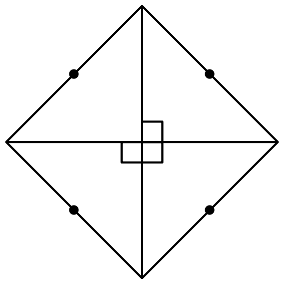


Schéma 1

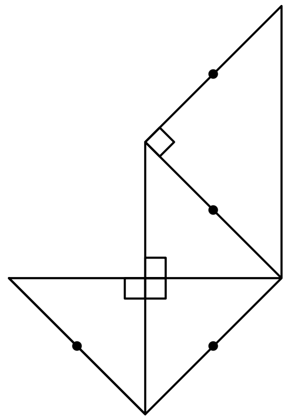


Schéma 2

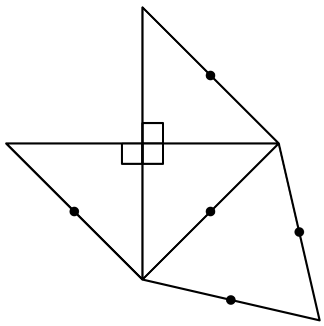


Schéma 3

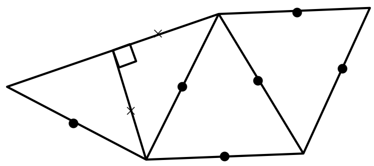


Schéma 4

3. Calculer le volume de la pyramide FIJK.

Rappel : Volume d'une pyramide $= \dfrac{\textit{Aire d'une base} \times \textit{hauteur}}{3}$

Exercice 6 **4 points**

M. Durand doit changer de voiture. Il choisit un modèle PRIMA qui existe en deux versions: ESSENCE ou DIESEL. Il dispose des informations suivantes :

Modèle PRIMA	
Version ESSENCE	Version DIESEL
• Consommation moyenne : 6,2 L pour 100 km • Type de moteur: essence • Carburant: SP 95 • Prix d'achat: 21,550 €	• Consommation moyenne 5,2 L pour 100 km • Type de moteur : diesel • Carburant: gazole • Prix d'achat : 23,950 €

Estimation du prix des carburants par M. Durand en 2015
• Prix d'un litre de SP 95 : 1,415 € • Prix d'un litre de gazole: 1,224 €

Durant les dernières années, M. Durand a parcouru en moyenne 22,300 km par an.

Pour choisir entre les deux modèles, il décide de réaliser le tableau comparatif ci-dessous, établi pour 22,300 km parcourus en un an.

	Version ESSENCE	Version DIESEL
Consommation de carburant (en L)	1,383	
Budget de carburant (en €)	1,957	

1. Recopier et compléter le tableau sur la copie en écrivant les calculs effectués.
2. M. Durand choisit finalement la version DIESEL.

   En considérant qu'il parcourt 22,300 km tous les ans et que le prix du carburant ne varie pas, dans combien d'années l'économie réalisée sur le carburant compensera-t-elle la différence de prix d'achat entre les deux versions ?

Exercice 7 **3 points**

Les continents occupent $\frac{5}{17}$ de la superficie totale de la Terre.

1. L'océan Pacifique recouvre la moitié de la superficie restante.

   Quelle fraction de la superficie totale de la Terre occupe-t-il ?
2. Sachant que la superficie de l'océan Pacifique est de 180,000,000 km^2, déterminer la superficie de la Terre.

Correction

Exercice 1 **6 points**

1. Si on prélève un ticket au hasard dans un lot,

   (a) 83,000 tickets sur 750,000 permettent de gagner 4 €. La probabilité de ce gain est donc égale à $\frac{83{,}000}{750{,}000} = \frac{83}{750} \approx 0,1106 \approx 0,111$ au millième.

   (b) Il y a 532,173 tickets non gagnants, donc $750{,}000 - 532{,}173 = 217{,}827$ gagnants.
   La probabilité d'obtenir un ticket gagnant est donc égale à $\frac{217{,}827}{750{,}000} \approx 0.290{,}4$ soit 0,290 au millième.

   (c) Il y a $5{,}400 + 8{,}150 + 400 + 15 + 2 = 13{,}967$ tickets dont le montant du gain est supérieur ou égal à 10 €.
   La probabilité de tirer l'un de ces tickets est égale à $\frac{13{,}967}{750{,}000} \approx 0.018{,}6 < 0,02$ soit moins de $0,02 = \frac{2}{100} = 2\,\%$.

   Si Tom achetait tous les tickets il débourserait : $750{,}000 \times 2 = 1{,}500{,}000$ €.

   Il gagnerait alors :

   $100{,}000\times2+83{,}000\times4+20{,}860\times6+5{,}400\times12+8{,}150\times20+400\times150+15\times1{,}000+2\times15{,}000 = 989{,}960$ €.

   Il aura alors perdu : $1{,}500{,}000 - 989{,}960 = 660{,}040$ €.

   Tom a donc tort.

Exercice 2 **6 points**

1. On a successivement : $3 \to 3+1=4 \to 4^2=16 \to 16-3^2=16-9=7$.

2. (a) • Avec 8 on obtient : $8 \to 9 \to 81 \to 81-64=17$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.
D'autre part $8+(8+1)=8+9=17$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
• Avec 13 on obtient $13 \to 14 \to 196 \to 196-169=27$. Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.
D'autre part $13+(13+1)=13+14=27$. le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
(b) Pour l'affirmation 1, en partant de 4, on obtient :
$4 \to 5 \to 25 \to 25-16=9$. Le chiffre des unités n'est pas 7. l'affirmation 1 n'est pas vraie quel que soit le nombre de départ.
Pour l'affirmation 2. Soit x le nombre de départ, on obtient :
$x \to (x+1) \to (x+1)^2 \to (x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1=x+x+1=x+(x+1)$: le résultat s'obtient en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit.
L'affirmation 2 est vraie quel que soit le nombre choisi au départ.

Exercice 3 **6 points**

1. La droite (IJ) contient les milieux de deux côtés du triangle ABE : elle est donc parallèle au troisième côté, donc (IJ) et (BE) sont parallèles.
2. On a d'une part $\text{AB}^2+\text{AE}^2=6^2+8^2=36+64=100$, et d'autre part :
$\text{BE}^2=10^2=100$.
Donc $\text{AB}^2+\text{AE}^2=\text{BE}^2$, soit d'après la réciproque de Pythagore : ABE est un triangle rectangle en A.
3. On a dans le triangle rectangle en A, ABE :
$\cos\widehat{\text{AEB}}=\dfrac{\text{AE}}{\text{BE}}=\dfrac{8}{10}=0,8$. La calculatrice donne $\widehat{\text{AEB}}\approx 36,8\approx 37$ au degré près.
4. (a) $\widehat{\text{IAJ}}=90$; l'angle droit intercepte un diamètre (l'angle inscrit a une mesure moitié de celle de l'angle au centre $\widehat{\text{IOJ}}$ si O est le centre du cercle ; donc $\widehat{\text{IOJ}}=180$, donc [IJ] est un diamètre. Le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].
(b) D'après la première question on sait que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles ; de plus $\text{IJ}=\dfrac{\text{AB}}{2}=\dfrac{10}{2}=5$. Or $\text{IJ}=2R=5$, (avec R rayon du cercle), d'où $R=2,5$.

Exercice 4 **7 points**

1. David a parcouru 42 km en 3 h.

2. $v_{\text{Dadid}} = \dfrac{42}{3} = 14$ km/h.

   $v_{\text{Gwenn}} = \dfrac{27}{1,5} = \dfrac{54}{3} = 18$ km/h.

3. (a) 1 h 45 min $= 1 + \dfrac{45}{60} = 1 + \dfrac{3}{4} = 1 + 0,75 = 1,75.$

   Il faut inscrire en E3 : 1,75.

   (b) 1 h 36 min $= 1 + \dfrac{36}{60} = 1 + \dfrac{6}{10} = \dfrac{16}{10} = 1,6$ (h).

   (c) Il faut inscrire en B4 : =B2/B3.

4. Si v, d, t désignent respectivement la vitesse, la distance parcourue et le temps de la randonnée, on sait que :

   $v = \dfrac{d}{t}$ ou encore $d = v \times t$ ou $t = \dfrac{d}{v}$.

   En utilisant la dernière relation on a pour Stefan :

   $t = \dfrac{35}{25} = \dfrac{7}{5} = \dfrac{7 \times 12}{5 \times 12} = \dfrac{84}{60} = \dfrac{60}{60} + \dfrac{24}{60} = 1$ h 24 min.

Exercice 5 **4 points**

1. IFK est un triangle rectangle en F, de côtés FI = FK = $\dfrac{8}{2} = 4$ cm.

   D'après la propriété de Pythagore IK vérifie :

   IK^2 $=$ FI^2 $+$ FK^2 $= 3^2 + 3^2 = 2 \times 9$, donc IK $= \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$. (Il n'est pas nécessaire de calculer cette longueur pour construire le triangle).

2. Les trois triangles rectangles IFK, IFJ et KFJ sont des triangles superposables, d'hypoténuses IK, IJ et KJ de longueur $3\sqrt{2}$.

   Le patron se compose donc de trois triangles rectangles de même sommet F et d'un triangle équilatéral. Les seul patron possible est celui du schéma 3.

3. En prenant par exemple comme base le triangle rectangle IFJ et donc [FK] comme hauteur, on a :

   $V = \dfrac{3 \times 3}{2} \times 3 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{9}{2} = 4,5$ cm^3.

Exercice 6 **4 points**

1. Consommation de litres de diesel en une année : $\dfrac{22{,}300}{100} \times 5,2 = 223 \times 5,2 = 1{,}159.6$ L.

   Le budget carburant diesel pour une année s'élèvera donc à :

   $1{,}159.6 \times 1,224 \approx 1{,}419.35$ €.

2. Chaque année M. Durand économisera $1{,}957 - 1{,}419.35 = 537,65$.

   Pour compenser la différence de prix à l'achat $23{,}950 - 21{,}550 = 2{,}400$, il faudra attendre $\dfrac{2{,}400}{537,65} \approx 4,5$.

   La différence de prix sera compensée à partir de la 5e année.

Exercice 7 **3 points**

Les continents occupent $\dfrac{5}{17}$ de la superficie totale de la Terre.

1. Les mers occupent $1 - \dfrac{5}{17} = \dfrac{17-5}{17} = \dfrac{12}{17}$ de la superficie de la Terre.

   L'Océan Pacifique occupe donc à lui seul $\dfrac{6}{17}$ (un peu plus d'un tiers).

2. Si S est la superficie de la Terre, on a donc :

   $\dfrac{6}{17} \times S = 180{,}000{,}000$, d'où $6S = 17 \times 180{,}000{,}000$ et

   $S = \dfrac{17 \times 180{,}000{,}000}{6} = 510{,}000{,}000$ km^2.

   La Terre a une superficie d'environ 510,000,000 km^2.