Durée : 2 heures

Exercice 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B *et* C) *sont proposées. Une seule d'entre elles est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse exacte.*
Une bonne réponse rapporte 1 *point.*
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

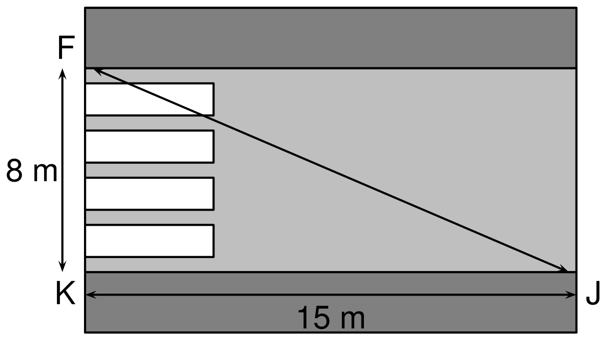
		A	B	C
1	L'écriture en notation scientifique du nombre 587,000,000 est :	$5,87 \times 10^{-8}$	$58,7 \times 10^{6}$	$5,87 \times 10^{8}$
2	Si on développe et réduit l'expression $(x+2)(3x-1)$ on obtient:	$3x^2+5x-2$	$3x^2+6x+2$	$3x^2-1$
3	Dans un parking il y a des motos et des voitures. On compte 28 véhicules et 80 roues. Il y a donc :	20 voitures	16 voitures	12 voitures
4	Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit:	-8^{18}	$(-8)^{18}$	$18 \times (-8)$
5	La section d'un cylindre de révolution de diamètre 4 cm et de hauteur 10 cm par un plan parallèle à son axe peut être :	un rectangle de dimensions 3 cm et 10 cm	un rectangle de dimensions 5 cm et 10 cm	un rectangle de dimensions 3 cm et 8 cm

Exercice 2 **5 points**

Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket.

Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser les passages piétons.

Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.
Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

Exercice 3 **4 points**

Un bus transporte des élèves pour une compétition multisports. Il y a là 10 joueurs de ping-pong, 12 coureurs de fond et 18 gymnastes. Lors d'un arrêt, ils sortent du bus en désordre.

1. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ?
2. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ?
3. Après cet arrêt, ils remontent dans le bus et ils accueillent un groupe de nageurs.

   Sachant que la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de 1/5, déterminer le nombre de nageurs présents dans le bus.

Exercice 4 **3 points**

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons.

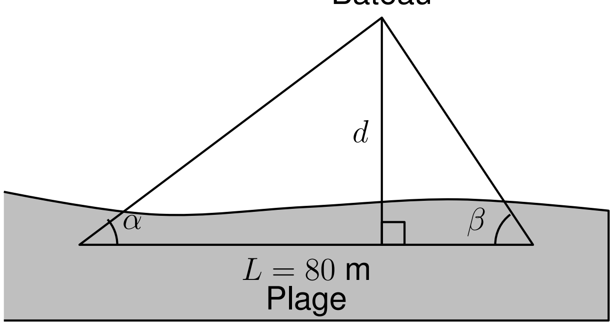
L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés cette année-là. Il en reste alors 13.

Combien d'enfants, au maximum, étaient présents ?

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans le notation.

Exercice 5 **7 points**

Un bateau se trouve à une distance d de la plage.



Supposons dans tout le problème que $\alpha = 45, \beta = 65$ et que $L = 80$ m.

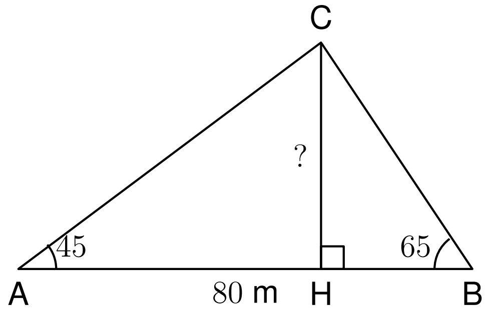
1. **Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction**

   Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance d.

   (a) Faire un schéma à l'échelle 1/1,000 (1 cm pour 10 m).

   (b) Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.

2. **Déterminons la distance d par le calcul**



(a) Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est de 70 .

(b) Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée loi des sinus :

$$\frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} = \frac{AB}{\sin \widehat{C}}.$$

En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

(c) En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

Exercice 6 **7 points**

Soient les fonctions f, g et h définies par :

$$f(x) = 6x \qquad g(x) = 3x^2 - 9x - 7 \qquad \text{et} \quad h(x) = 5x - 7.$$

À l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.
Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B3		$= 3 * \text{B}1 * \text{B}1 - 9 * \text{B}1 - 7$						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x) = 6x$	-18	-12	-6	0	6	12	18
3	$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$	47	23	5	-7	-13	-13	-7
4	$h(x) = 5x - 7$	-22	-17	-12	-7	-2	3	8

1. Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de $h(-2)$.

2. Écrire les calculs montrant que : $g(-3) = 47$.

3. Faire une phrase avec le mot antécédent ou le mot image pour traduire l'égalité $g(-3) = 47$.

4. Quelle formule Pauline a-t-elle saisie dans la cellule B4 ?

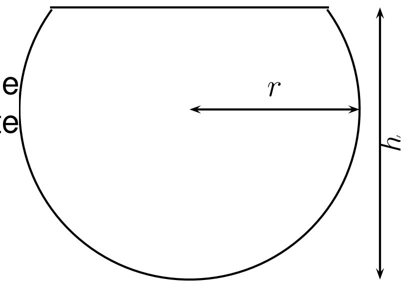
5. (a) Déduire du tableau ci-dessus une solution de l'équation ci-dessous :

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7.$$

(b) Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ?
Justifier la réponse.
Dans cette question, toute trace de recherche, même inaboutie sera prise en compte et valorisée.

Exercice 7 **5 points**

Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute: c'est une calotte sphérique .
La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.



1. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$$

   où r est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.

   (a) Prouver que la valeur exacte du volume en cm^3 de l'aquarium est $1{,}296\pi$.

   (b) Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près.

2. On remplit cet aquarium à ras bord, puis on verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique. La base du nouvel aquarium est un rectangle de 15 cm par 20 cm.

   Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).

   * Rappel: 1 ℓ = 1 dm^3 $= 1{,}000$ cm^3

Correction

Exercice 1 **5 points**

1. Réponse C : $587{,}000{,}000 = 5,87 \times 10^8$.
2. Réponse A : $(x+2)(3x-1) = 3x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$.
3. $12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$.
4. Réponse B : $-8 \times (-8) \times \cdots \times (-8) = (-8)^{18}$.
5. Réponse A : Si on coupe par un plan parallèle à son axe, la longueur du rectangle obtenu est 10 cm, la largeur est inférieur ou égale à 4 cm ; seule la réponse A convient.

Exercice 2 **5 points**

- En prenant le passage piéton Julien parcourt : $8 + 15 = 23$ (m)
- En traversant directement de J à F : le triangle FKJ est rectangle en K ; d'après le théorème de Pythagore, on a :

FJ^2 = FK^2 + KJ^2 soit FJ$^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$, d'où FJ = $\sqrt{289} = 17$ (m).
Il a donc gagné un parcours de $23 - 17 = 6$.
Pour obtenir le temps mis pour parcourir ces 6 m on peut dresser un tableau de proportionnalité :

distance (m)	10	60	6
temps (s)	9	54	5,4

Julien gagne donc 5,4 s.

Exercice 3 **4 points**

1. $10+12+18=40$. Dans le bus, il y a 40 élèves.

   La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong est de $\dfrac{10}{40}=\dfrac{1}{4}=0,25$.

2. $1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{4}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}=0,75$.

   La probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste est de $\dfrac{3}{4}$.

3. $\dfrac{1}{5}=\dfrac{10}{50}=\dfrac{10}{10+40}$.

   Si 10 nageurs sont présents dans le bus, la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un nageur est $\dfrac{1}{5}$.

   Autre méthode : soit n le nombre de nageurs ; on aura à la descente :

   $\dfrac{1}{5}=\dfrac{n}{n+40}$ soit $n+40=5n$ ou $r4n=40$ et enfin $n=10$.

Exercice 4 **3 points**

S'il reste 37 ballons la première année, les enfants se sont partagés équitablement 360 ballons car $397-37=360$.

S'il reste 13 ballons l'année suivante, les enfants se sont partagés équitablement 585 ballons car $598-13=585$.

Pour connaître le nombre maximum d'enfants présents à la fête, je recherche le PGCD, plus grand diviseur commun à 360 et 585. J'utilise l'algorithme d'Euclide.

$585=360\times1+225$
$360=225\times1+135$
$225=135\times1+90$
$135=90\times1+45$
$90=45\times2+0$

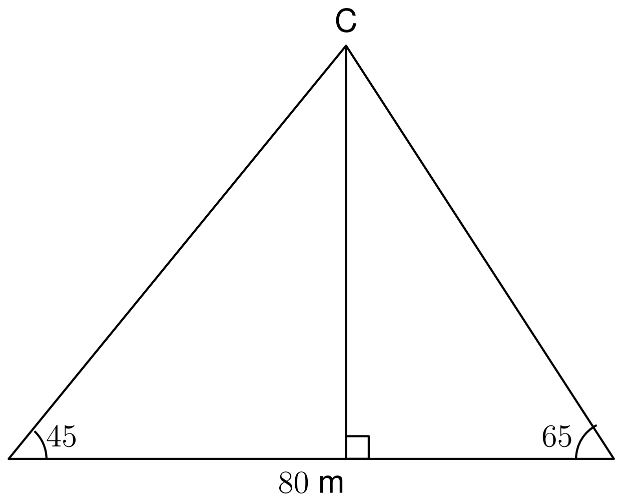
Le dernier reste non nul est 45, donc PGCD$(585\ ;\ 360)=45$.

Le nombre maximum d'enfants présents était de 45.

Exercice 5 **7 points**

1. **Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction**

   (a)



(b) En mesurant sur le schéma, on trouve environ 5,5 cm, on suppose donc que d est égale à 55 m.

2. **Déterminons la distance d par le calcul**

(a) Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180. On a donc :
$\widehat{\text{ACB}} = 180 - \left(\widehat{\text{CAB}} + \widehat{\text{CBA}}\right) = 180 - (45 + 65) = 180 - 110 = 70$ ().

(b) On utilise la loi des sinus :

$$\frac{\text{BC}}{\sin \widehat{\text{A}}} = \frac{\text{AC}}{\sin \widehat{\text{B}}} = \frac{\text{AB}}{\sin \widehat{\text{C}}}.$$

Soit $\dfrac{\text{BC}}{\sin 45} = \dfrac{\text{AC}}{\sin 65} = \dfrac{80}{\sin 70}$.
En particulier $\dfrac{\text{BC}}{\sin 45} = \dfrac{80}{\sin 70}$, d'où par produit en croix :
$\text{BC} = 80 \times \dfrac{\sin 45}{\sin 70} \approx 60,20$ (m) au centimètre près.

(c) CBH est un triangle rectangle en H, on a :
$\sin \widehat{\text{CBH}} = \dfrac{\text{CH}}{\text{CB}}$, soit $\sin 65 \approx \dfrac{\text{CH}}{60,2}$ ou encore $\text{CH} \approx 60,2 \times \sin 65$
$\text{CH} \approx 54,56$m (valeur arrondie au cm près)

Exercice 6 **7 points**

1. $h(-2) = -17$.

2. $g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7$
$g(-3) = 3 \times 9 + 27 - 7$
$g(-3) = 27 + 27 - 7$
$g(-3) = 54 - 7$
$g(-3) = 47$.

3. 47 est l'image de -3 par la fonction g ou -3 est un antécédent de 47 par la fonction g.

4. Pauline a saisi la formule : $= 5 * \text{B}1 - 7$.

5. (a) À l'aide du tableau, on déduit que $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$ pour $x = 0$.

   (b) $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$
   $3x^2 - 9x = 5x$
   $3x^2 - 9x - 5x = 0$
   $3x^2 - 14x = 0$
   $x(3x - 14) = 0$
   Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.
   Soit $x = 0$, soit $3x - 14 = 0$ $3x = 14$ $x = \dfrac{14}{3}$.
   L'équation $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$ a bien une autre solution que celle trouvée grâce au tableur : $\dfrac{14}{3}$.

Exercice 7 **5 points**

1. (a) $V = \dfrac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 324 \times (30 - 18)$
   $V = \dfrac{\pi}{3} \times 324 \times 12$
   $V = \dfrac{3{,}888\pi}{3} \approx 1{,}296\pi$ cm^3.

   (b) $V = \dfrac{3{,}888\pi}{3} \approx 1{,}296\pi \approx 4{,}072$ cm^3 soit à peu près $4\ \ell$.

2. Soit h la hauteur atteinte par l'eau dans le nouvel aquarium. On a :
   $15 \times 20 \times h = 1{,}296\pi$
   $300h = 1{,}296\pi$
   $h = \dfrac{1{,}296\pi}{300}$
   $h \approx 14$ cm.
   La hauteur atteinte par l'eau est d'environ 14 cm.