

EXERCICE 1

5,5 points

Pour cet exercice, aucune justification n'est attendue.

En appuyant sur un bouton, on allume une des cases de la grille ci-contre au hasard.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- Quelle est la probabilité que la case 1 s'allume ?
 - Quelle est la probabilité qu'une case marquée d'un chiffre impair s'allume ?
 - Pour cette expérience aléatoire, définir un évènement qui aurait pour probabilité $\frac{1}{3}$.
- Les cases 1 et 7 sont restées allumées. En appuyant sur un autre bouton, quelle est la probabilité que les trois cases allumées soient alignées ?

EXERCICE 2

4 points

Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner, a effectué un saut d'une altitude de 38,969.3 mètres.

La première partie de son saut s'est faite en chute libre (parachute fermé).

La seconde partie, s'est faite avec un parachute ouvert.

Son objectif était d'être le premier homme à **dépasser le mur du son**.

dépasser le mur du son : signifie atteindre une vitesse supérieure ou égale à la vitesse du son, c'est à dire 340 m.s^{-1} .

La Fédération Aéronautique Internationale a établi qu'il avait atteint la vitesse maximale de $1,357.6 \text{ km.h}^{-1}$ au cours de sa chute libre.

- A-t-il atteint son objectif ? Justifier votre réponse.
- Voici un tableau donnant quelques informations chiffrées sur ce saut :

Altitude du saut	38,969.3 m
Distance parcourue en chute libre	36,529 m
Durée totale du saut	9 min 3 s
Durée de la chute libre	4 min 19 s

Calculer la vitesse moyenne de Félix Baumgartner en chute avec parachute ouvert exprimée en m.s^{-1} . On arrondira à l'unité.

EXERCICE 3

6 points

Soit un cercle de diamètre [KM] avec $KM = 6 \text{ cm}$.

Soit un point L sur le cercle tel que $ML = 3 \text{ cm}$.

- Faire une figure.

2. Déterminer l'aire en cm^2 du triangle KLM. Donner la valeur exacte puis un arrondi au cm^2 près.

EXERCICE 4

6 points

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul :

Programme de calcul de Mathilde

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 9
- Soustraire 8 au résultat obtenu

Programme de calcul de Paul

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par -3
- Ajouter 31 au résultat obtenu

1. On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

- Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?
 - Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?
2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.

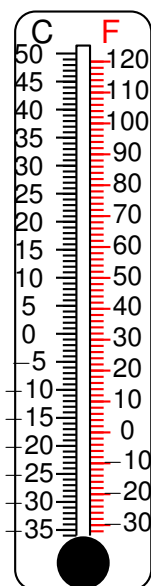
Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

3. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

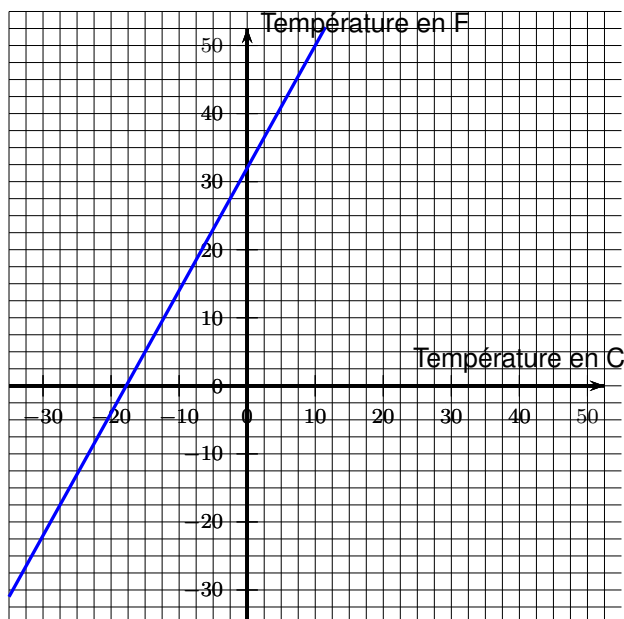
EXERCICE 5

8 points

Il existe différentes unités de mesure de la température. En France, on utilise le degré Celsius (C), aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit (F). Voici deux représentations de cette correspondance :



Représentation 1



Représentation 2

- En vous appuyant sur les représentations précédentes, déterminer s'il y a proportionnalité entre la température en degré Celsius et la température en degré Fahrenheit. Justifier votre réponse.
- Soit f la fonction qui à une température x en degré Celsius associe la température $f(x)$ en degré Fahrenheit correspondante. On propose trois expressions de $f(x)$:

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$f(x) = x + 32$	$f(x) = 1,8x + 32$	$f(x) = 2x + 30$

Les propositions 1 et 3 ne peuvent pas être correctes. C'est donc la proposition 2 qui convient. Justifier cette affirmation.

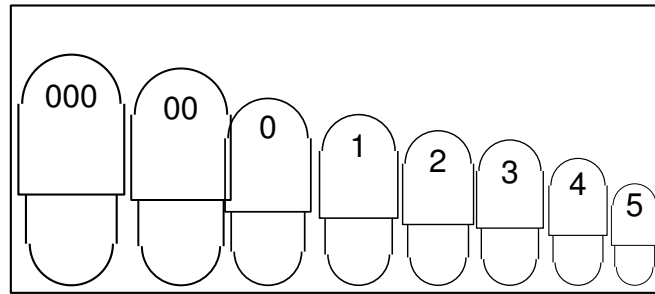
- On considère la fonction f définie par $f(x) = 1,8x + 32$.
Calculer $f(10)$ et $f(-40)$.
- Existe-t-il une valeur pour laquelle la température exprimée en degré Celsius est égale à la température exprimée en degré Fahrenheit ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 6

6,5 points

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de 000 à 5 comme le montre l'illustration ci-contre (000 désignant le plus grand calibre et 5 désignant le plus petit) :

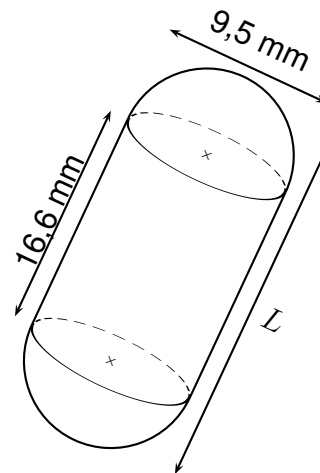


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source: Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.



Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

1. À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.
2. Calculer le volume arrondi au mm^3 de cette gélule.

On rappelle les formules suivantes :

<p>Volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h</p> $V = \pi \times R^2 \times h$	<p>Volume d'un cône de rayon de base R et de hauteur h</p> $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	<p>Volume d'une sphère de rayon R :</p> $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$
--	--	--

3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.

Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6,15 \times 10^{-4} \text{ g/mm}^3$. La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ? Donner le résultat en grammes arrondi à l'unité.

Correction



Exercice 1

4 points

1. On lit à 7 h une consommation de 68,100 MW.
2. La consommation est de 54,500 MW à 3 h et à 5 h 30 min.
3. L'écart le plus grand entre les deux courbes se situe vers 19 h 30 min.
4. La différence précédente se monte à 10,200 MW.

Exercice 2

3 points

1. $(4x + 5)(x - 3) = 0$ est équivalente à $4x + 5 = 0$ ou $x - 3 = 0$, c'est-à-dire à $4x = -5$ ou $x = 3$, soit finalement à $x = -\frac{5}{4}$ ou $x = 3$.
2. $\frac{8 \times 10^3 \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}} = \frac{8 \times 2 \times 14}{14} \times \frac{10^1}{10^{-3}} = 16 \times 10^{1+3} = 1,6 \times 10^4$.
3. $\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{2 \times 16}}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{16}}{2} = \sqrt{16} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Exercice 3

4 points

1. A1 A2 A3 B1 B2 B3 C1 C2 C3.

2. (a) Aurélie a un chance sur neuf : probabilité égale à $\frac{1}{9}$.
- (b) Si l'on supprime la lettre A et le nombre 1, il reste deux lettres et deux nombres donc $2 \times 2 = 4$ choix possibles. La probabilité de trouver le bon code à son deuxième essai est donc égale à $\frac{1}{4}$.
- (c) Comme elle n'avait plus que le choix entre deux lettres mais le bon nombre il lui suffit donc de changer de lettre pour avoir le bon code.

Exercice 4

8 points

Des ingénieurs de l'Office National des Forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente.

1. Dans le triangle rectangle en A, OAS, on a : $\tan \widehat{AOS} = \frac{AS}{OA}$ soit $\tan 45 = \frac{AS}{15}$, d'où $AS = 15 \tan 45$;
- Dans le triangle rectangle en A, OAP, on a : $\tan \widehat{AOP} = \frac{AP}{OA}$ soit $\tan 25 = \frac{AP}{15}$, d'où $AP = 15 \tan 25$.

La hauteur de l'arbre est :

$$h = AS + AP = 15 \tan 45 + 15 \tan 25 = 15(\tan 45 + \tan 25) \approx 21,99 \text{ soit } 22 \text{ m au mètre près.}$$

2. (a) Il faut inscrire en M2 : = SOMME(B2 : L2).
- (b) Si d est le diamètre moyen, alors :
- $$d = \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + 40 \times 8 + \dots + 80 \times 3}{2 + 4 + 8 + \dots + 3} = \frac{5,210}{92} \approx 57 \text{ cm au centimètre près.}$$

3. Le volume des 92 arbres est égal à :

$$92 \times \frac{10}{24} \times 0,57^2 \times 22.$$

Chaque mètre cube rapportant 70 €, la vente rapportera :

$$70 \times 92 \times \frac{10}{24} \times 0,57^2 \times 22 = 19,179.93 \approx 19,180 \text{ €}.$$

Exercice 5

6 points

Affirmation 1 :

Sur 100 €, la réduction serait de 20 €, donc sur 400 € la réduction est de $4 \times 20 = 80$ €. Le billet ne coûte plus que $400 - 80 = 320$ €. L'affirmation est fausse.

Affirmation 2 :

$$\text{On a } f(2) = 4 \times 2 - 2 = 8 - 2 = 6.$$

La moitié de 6 est 3 et :

$$f(3) = 4 \times 3 - 2 = 12 - 2 = 10.$$

L'affirmation 2 est vraie.

Affirmation 3 :

Si (AB) et (CD) sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire :

$\frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$, soit
 $\frac{45}{50} = \frac{75}{100}$ ou encore $\frac{9}{10} = \frac{3}{4}$, c'est-à-dire $0,9 = 0,75$ qui est une égalité fausse.
 L'affirmation 3 est faussée.

Exercice 6
3,5 points

- Programme A : $(3 + 2)^2 = 5^2 = 25$;
 Programme B $(3 + 4) \times 3 + 4 = 7 \times 3 + 4 = 21 + 4 = 25$.
- Avec au départ le nombre x introduit dans le programme A, on obtient :
 $(x + 2)^2$, donc $(x + 2)^2 = 0$ si $x + 2 = 0$ ou encore $x = -2$.
- Avec le programme A un nombre x donne en sortie $(x + 2)^2$.
 Avec le programme B un nombre x donne en sortie $(x + 4) \times x + 4$.
 On a donc : $(x + 2)^2 = (x + 4) \times x + 4$ soit $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$, égalité vraie quel que soit le nombre x . Yeah a raison.

Exercice 7
7,5 points

- Le sol est un rectangle de 12 m sur 9 m ; la surface au sol est donc égale à $12 \times 9 = 108 \text{ m}^2$.
- La base est un pavé dont on vient de calculer l'aire de la base et de hauteur 3 m ; le volume de la partie principale est donc égal à : $108 \times 3 = 324 \text{ m}^3$.
 - La partie haute (grenier) est une réduction de la pyramide IABCD dans le rapport $\frac{4,5}{6,75} = \frac{450}{675} = \frac{2}{3}$.
 $\frac{18 \times 25}{27 \times 25} = \frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$.
 Chaque dimension de la petite pyramide étant égale à celle de la grande multipliée par $\frac{2}{3}$, son volume est donc égal à celui de la grande multiplié par $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.
 Volume de la grande pyramide :
 $\frac{108 \times 6,75}{3} = 108 \times 2,25 = 243 \text{ m}^3$.
 Volume de la petite pyramide = $243 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{9 \times 27 \times 8}{\times 27} = 72 \text{ m}^3$.
 Le volume des chambres est donc égal à $243 - 72 = 171 \text{ m}^3$.
- Le volume total à chauffer est donc égal à : $324 + 171 = 495$.
- Pour chauffer la partie principale et les chambres il faut une puissance de $\frac{495}{25} \times 925 = 495 \times 37 = 18,315 \text{ Watts}$.

Il faut donc acheter un nombre de radiateurs égal à : $\frac{18,315}{1,800} \approx 10,17$.

IL faut acheter 11 radiateurs à 349,90 euros pièce d'où une dépense de :

$$11 \times 349,90 = 3,848.90 (\text{€}).$$