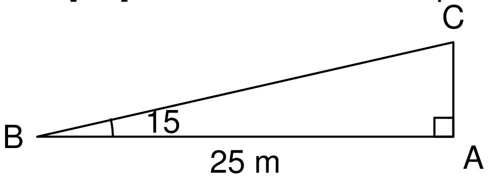
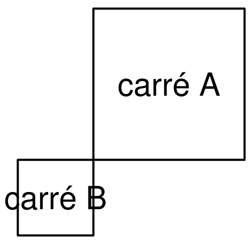
EXERCICE 1 **15 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, **une seule** des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 3 points; aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2\times 7$
2. Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20 % ?	38	46,40	57,80
3. Quelle est la longueur en m du côté [AC], arrondie au dixième près ? 	6,5	6,7	24,1
4. Quelle est la médiane de la série statistique suivante ? 2 ; 5 ; 3 ; 12 ; 8 ; 6.	5,5	6	10
5. Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré A en carré B ? 	$-0,5$	0,5	2

EXERCICE 2 **14 POINTS**

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.
2. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ ?
3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.
4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.
5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$(x+2)(x+1)$	6	2	0	0	2	6	12	20	30

(a) Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

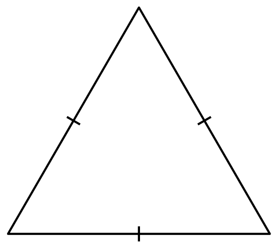
(b) Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

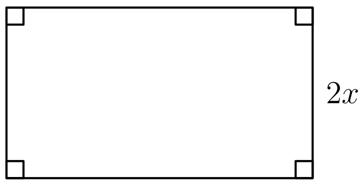
EXERCICE 3 **16 POINTS**

Partie I

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètre.

On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.



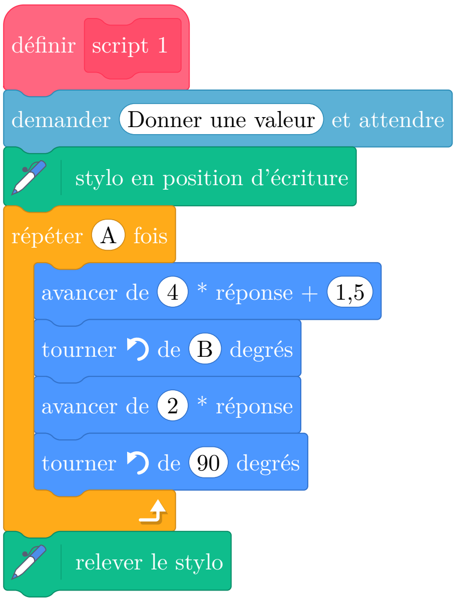


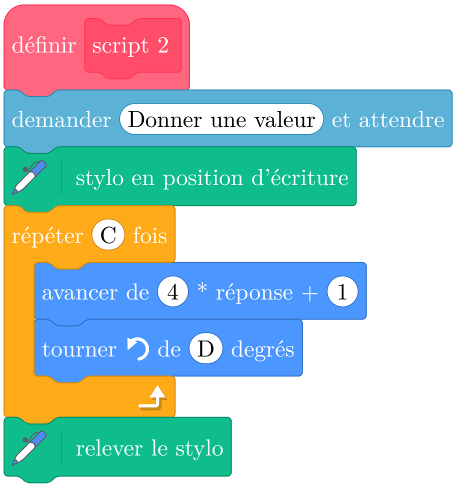
1. Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.
2. (a) Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x+3$.

   (b) Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?
3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ? Justifier.

Partie II

On a créé les scripts (ci-contre) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la partie I.
Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres.
Donner des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de la partie 1 et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.





EXERCICE 4 **13 POINTS**

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes: noire, blanche ou marron.

1. Compléter le tableau suivant.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.
   (a) Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?
   (b) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?
   (c) Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?
3. Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire.
   On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B.

Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifier.

Exercice 5 — 14 points

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.
Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

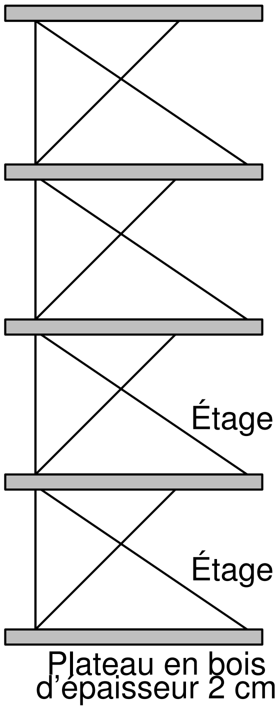


Figure 1

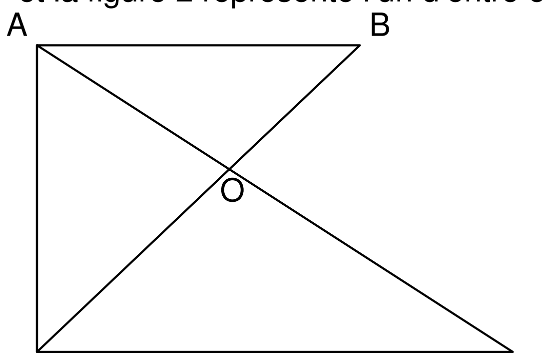


Figure 2

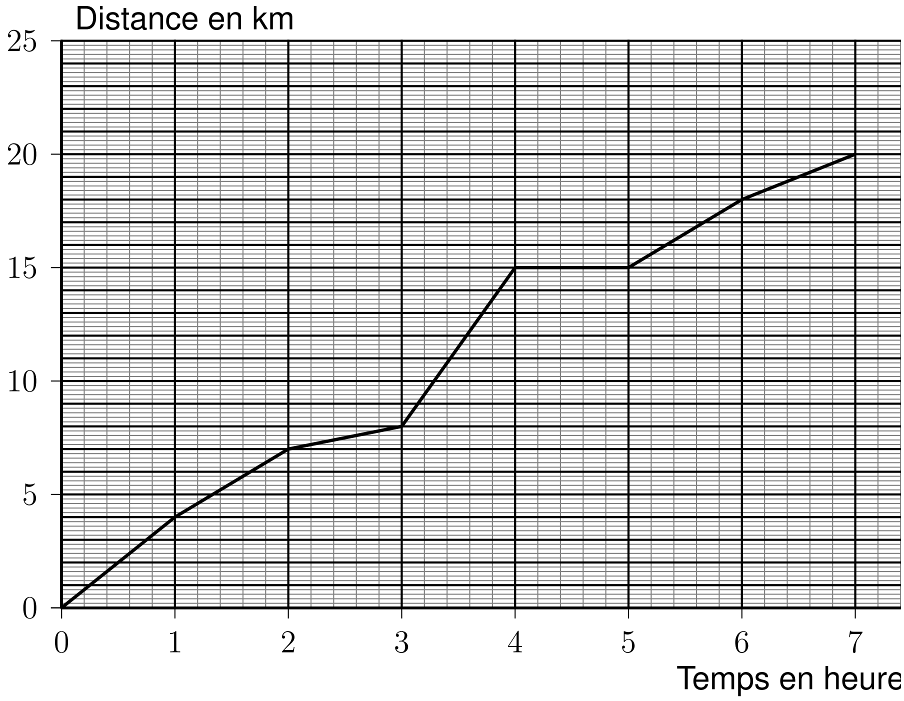
On donne :

- OC = 48 cm ; OD = 64 cm ; OB = 27 cm ; OA = 36 cm et CD = 80 cm ;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Montrer par le calcul que AB $= 45$ cm.
3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

Exercice 6 — 14 points

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



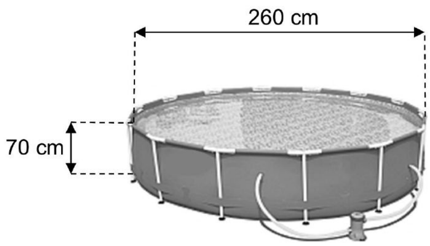
1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.
2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.
   (a) Quelle est la durée totale de cette randonnée?
   (b) Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total?
   (c) Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche?
   (d) Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?
   (e) Que s'est-il passé entre la 4e et la 5e heure de randonnée?
3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Cette famille est-elle expérimentée? Justifier la réponse.

EXERCICE 7 **14 POINTS**

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

Document 1  **Caractéristiques techniques :** • Hauteur de l'eau : 65 cm • Consommation électrique moyenne de la pompe : $3,42$ kWh par jour. • Prix (piscine + pompe) : 80 €.	**Document 2** Prix d'un kWh: 0,15 €. Le kWh (kilowatt-heure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique. **Document 3** Prix d'un m^3 d'eau : $2,03$ €. **Document 4** Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante: $V = \pi \times r^2 \times h$ où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

Correction

EXERCICE 1 — 15 POINTS

1. $28 = 4 \times 7 = 2^2 \times 7$: Réponse C

   A et B contiennent des facteurs non premiers.

2. Le nouveau prix est égal à : $58 \times \left(1 - \dfrac{20}{100}\right) = 58 \times \dfrac{80}{100} = 58 \times 0,8 = 46,4$, soit 46,40 €: Réponse B

3. Dans le triangle ABC rectangle en A, on a $\tan 15 = \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AC}}{25}$, d'où en multipliant chaque membre par 25 :

   AC $= 25 \times \tan 15 \approx 6,698$: réponse la plus proche

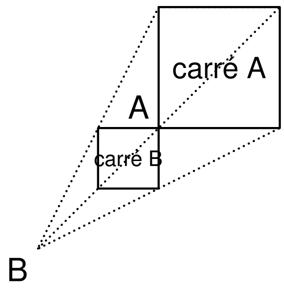
4. Rangés dans l'ordre croissant les termes de la série sont : 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12.

   Il y a 6 termes, donc la médiane est tout nombre compris entre le 3e et le 4e terme, donc en particulier la moyenne des deux nombres soit 5,5 : réponse A.

5. Les dimensions du carré B sont deux fois plus petites que celles du carré A : le rapport d'homothétie est donc égal à $+0,5$ ou $-0,5$.

   Avec A comme centre d'homothétie le rapport est égal à $-0,5$; réponse a.

   Avec B comme centre d'homothétie le rapport est égal à $0,5$: réponse b.



EXERCICE 2 **14 POINTS**

1. On obtient successivement :
   $1 \rightarrow 1^2 = 1 \rightarrow 1 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4 \rightarrow 4 + 2 = 6.$
2. De même en partant de -5 :
   $-2 \rightarrow (-5)^2 = 25 \rightarrow 25 + 3 \times (-5) = 25 - 15 = 10 \rightarrow 10 + 2 = 12.$
3. En partant de x, on obtient :
   $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 + 3x \rightarrow x^2 + 3x + 2.$
4. On a quel que soit le nombre x :
   $(x+2)(x+1) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$, donc inversement, quel que soit le nombre x :
   $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2).$
5. (a) La formule est =(B1 + 2)*(B1 + 1)
   (b) Il faut trouver les nombres x tels que $(x+2)(x+1) = 0$; or un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul, soit :
   $\left\{\begin{array}{rcl} x+2 & = & 0 \text{ ou} \\ x+1 & = & 0 \end{array}\right.$ ou encore $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -2 \text{ ou} \\ x & = & -1 \end{array}\right.$
   Si l'on part de -1 ou de -2, le programme donne 0.

EXERCICE 3 **16 POINTS**

Partie I

1. On trace un segment de longueur $4 \times 2 + 1 = 8 + 1 = 9$ cm. Par les deux extrémités de ce segment on trace deux arcs de cercle de rayon 9 (cm) qui se coupent au troisième sommet du triangle équilatéral.
2. (a) Le périmètre du rectangle est égal à :
   $2(L + l) = 2(4x + 1,5 + 2x) = 2(6x + 1,5) = 12x + 3.$

(b) Il faut résoudre l'équation :
$12x + 3 = 18$ ou en ajoutant à chaque membre -3 :
$12x = 15$ soit $3 \times 4x = 3 \times 5$ et en simplifiant par 3 :
$4x = 5$ et enfin en multipliant chaque membre par l'inverse de 4 :
$\dfrac{1}{4} \times 4x = \dfrac{1}{4} \times 5$, d'où finalement :
$x = \dfrac{5}{4}$

3. Le périmètre du triangle équilatéral est égal à :
$3 \times (4x + 1) = 3 \times 4x + 3 \times 1 = 12x + 3.$
Quel que soit le nombre positif x, le triangle équilatéral et le rectangle ont le même périmètre.

Partie II
A = 2 (on trace deux fois la longueur puis la largeur)
B = 90 (mesures des angles d'un rectangle)
C = 3 (tracé des trois côtés)
D = 120 (mesure en degré des trois angles d'un triangle équilatéral : 60).
Le premier script trace le rectangle et le second le triangle équilatéral.

EXERCICE 4 — 13 POINTS

1. Tableau complété :

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

2. (a) La probabilité de choisir un modèle de couleur noire est égale à $\dfrac{20}{45} = \dfrac{5 \times 4}{5 \times 9} = \dfrac{4}{9}$.

(b) La probabilité de choisir un modèle pour le sport est égale à $\dfrac{18}{45} = \dfrac{9 \times 2}{9 \times 5} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4.$

(c) La probabilité de choisit un modèle pour la ville de couleur marron est égale à $\dfrac{5}{45} = \dfrac{5 \times 1}{5 \times 9} = \dfrac{1}{9}$.

3. Dans le magasin B la probabilité de choisir un modèle de couleur noire est égale à $\dfrac{30}{54} = \dfrac{6 \times 5}{6 \times 9} = \dfrac{5}{9}$.

Comme $\dfrac{5}{9} > \dfrac{4}{9}$ on a plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire dans le magasin B.

EXERCICE 5 — 14 POINTS

1. On compare les longueurs des côtés des triangles OAB et ODC :
   On a $\frac{\text{OA}}{\text{OD}} = \frac{36}{64} = \frac{4 \times 9}{4 \times 16} = \frac{9}{16}$;
   $\frac{\text{OB}}{\text{OC}} = \frac{27}{48} = \frac{3 \times 9}{3 \times 16} = \frac{9}{16}$, donc
   $\frac{\text{OA}}{\text{OD}} = \frac{\text{OB}}{\text{OC}}$: Comme les points O,A et D d'une part, et les points O, B et C d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès cette égalité montre que les droites(AB) et (CD) sont parallèles.

2. On sait que l'on a également $\frac{\text{OA}}{\text{OD}} = \frac{\text{AB}}{\text{CD}}$ ou encore en remplaçant par les valeurs connues :
   $\frac{9}{16} = \frac{\text{AB}}{80}$, d'où en multipliant chaque membre par 80 :
   AB $= 80 \times \frac{9}{16} = 16 \times 5 \times \frac{9}{16} = 5 \times 9 = 45$ (cm).

3. On sait que le triangle ACD est rectangle en C ; donc le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $\text{AC}^2 + \text{CD}^2 = \text{AD}^2$. (1)
   Or CD $= 80$ et AD = AO + OD $= 36 + 64 = 100$.
   L'égalité (1) devient :
   $\text{AC}^2 + 80^2 = 100^2$, d'où $\text{AC}^2 = 100^2 - 80^2 = 10{,}000 - 6{,}400 = 3{,}600$; d'où AC $= \sqrt{3600} = 60$.
   Chaque étagère a une hauteur de 60 cm avec un plateau de 2 cm soit une hauteur de 62 cm ; il y a 4 étagères, donc la hauteur totale du meuble est égale à : $4 \times 62 = 248$ (cm) plus le dernier plateau donc une hauteur totale de 250 cm.

EXERCICE 6 — 14 POINTS

1. Les points du graphique ne sont pas alignés. Il ne s'agit donc pas d'une situation de proportionnalité.

2. (a) La randonnée a duré 7 heures.
   (b) La famille a parcouru 20 km.
   (c) Le point d'abscisse 6 a une ordonnée de 18 : au bout de six heures la famille a parcouru 18 km.
   (d) Le point d'ordonnée 8 a pour abscisse 3 : la famille a parcouru 8 km en 3 heures.
   (e) Entre la 4e et la 5e heure la distance parcourue n'a pas augmenté : ceci signifie que la famille s'est arrêtée.

3. Un randonneur expérimenté parcourt $7 \times 4 = 28$ km en 7 heures. La famille n'en a fait que 20 : elle n'est pas expérimentée.

EXERCICE 7 **14 POINTS**

- Dépense électrique : Sur les mois de juin, juillet, août et septembre soit $30+31+31+30=122$ jours de fonctionnement, la pompe va consommer :

$122\times 3,42\times 0,15=62,586$ €soit environ 62,59 € ;

- Dépense en eau :

Le volume de la piscine est égal à :

$\pi\times 1,3^2\times 065\approx 3.451{,}04$ m^3 d'où un coût en eau de

$3.451{,}04\times 2,03\approx 7,01$ €

- Dépense en matériel : 80 €.

le coût total est donc :

$62,59+7,01+80=149,60$ € soit moins que les 200 €de budget.

La famille pourra se baigner l'été prochain.