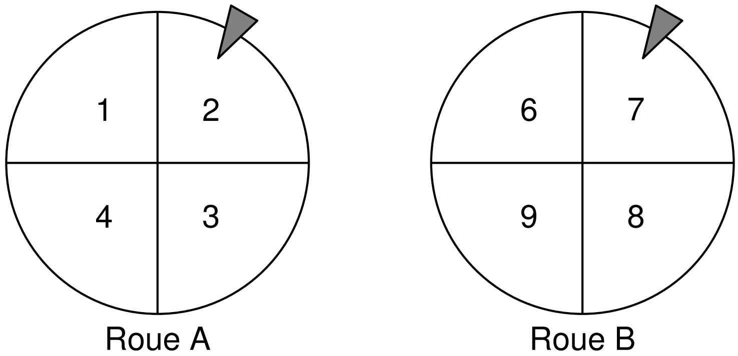
EXERCICE 1 **12 POINTS**

Mathilde fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune quatre secteurs numérotés comme sur le schéma ci-dessous:



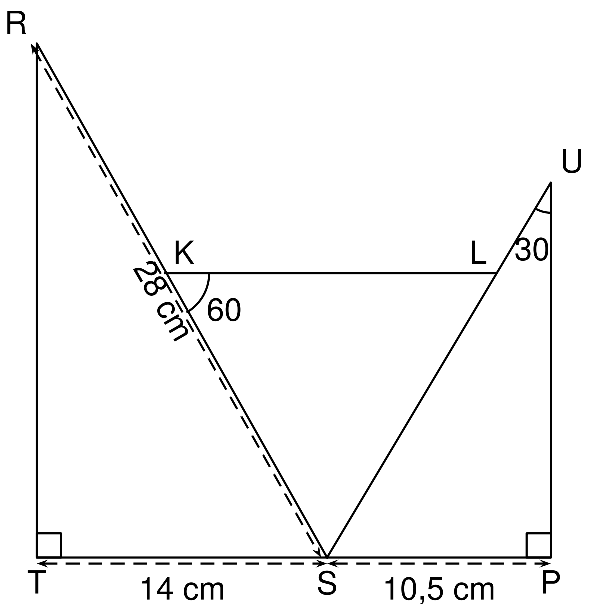
La probabilité d'obtenir chacun des secteurs d'une roue est la même. Les flèches indiquent les deux secteurs obtenus.

L'expérience de Mathilde est la suivante: elle fait tourner les deux roues pour obtenir un nombre à deux chiffres. Le chiffre obtenu avec la roue A est le chiffre des dizaines et celui avec la roue B est le chiffre des unités.

Dans l'exemple ci-dessus, elle obtient le nombre 27 (Roue A : 2 et Roue B : 7).

1. Écrire tous les nombres possibles issus de cette expérience.
2. Prouver que la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 est 0,25.
3. Quelle est la probabilité que Mathilde obtienne un nombre divisible par 3 ?

EXERCICE 2 **20 POINTS**



Données :
TSR et SPU sont des triangles rectangles respectivement en T et en P.
TS = 14 cm
SP = 10,5 cm
RS = 28 cm
$\widehat{\text{SKL}} = 60$; $\widehat{\text{SUP}} = 30$
Les points T, S et P sont alignés
Les points R, K et S sont alignés
Les points S, L et U sont alignés

1. Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{\text{TSR}}$ est 60.

2. Démontrer que les triangles SRT et SUP sont semblables
3. Déterminer le coefficient de réduction liant les triangles SRT et SUP.
4. Calculer la longueur SU.
5. Quelle est la nature du triangle SKL ? A justifier.

EXERCICE 3 **15 POINTS**

Marc et Jim, deux amateurs de course à pied, s'entraînent sur une piste d'athlétisme dont la longueur du tour mesure 400 m.

Marc fait un temps moyen de 2 minutes par tour.
Marc commence son entrainement par un échauffement d'une longueur d'un kilomètre.

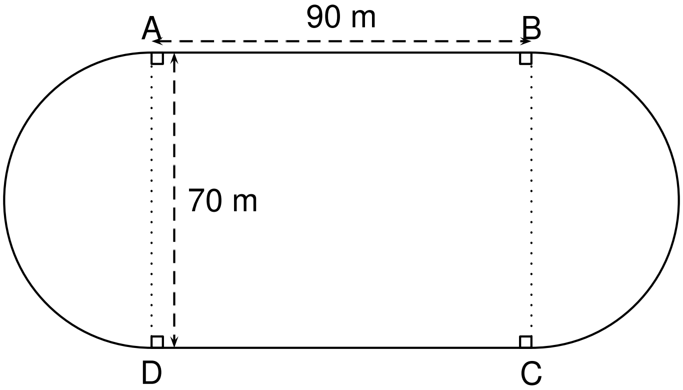
1. Combien de temps durera l'échauffement de Marc?
2. Quelle est la vitesse moyenne de course de Marc en km/h ?

À la fin de l'échauffement, Marc et Jim décident de commencer leur course au même point de départ A et vont effectuer un certain nombre de tours.

Jim a un temps moyen de 1 minute et 40 secondes par tour.

Le schéma ci-dessous représente la piste d'athlétisme de Marc et Jim constituée de deux segments [AB] et [CD] et de deux demi-cercles de diamètre [AD] et [BC].

(*Le schéma n'est pas à l'échelle et les longueurs indiquées sont arrondies à l'unité.*)



ABCD est un rectangle
AB = 90 m et AD = 70 m

3. Calculer le temps qu'il faudra pour qu'ils se retrouvent ensemble, au même moment, et pour la première fois au point A.

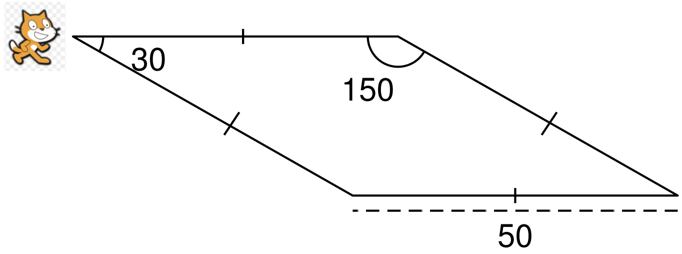
   Puis déterminer combien de tours de piste cela représentera pour chacun d'entre eux.

   Toute trace de recherche, même non aboutie, devra apparaître sur la copie. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 4 **16 POINTS**

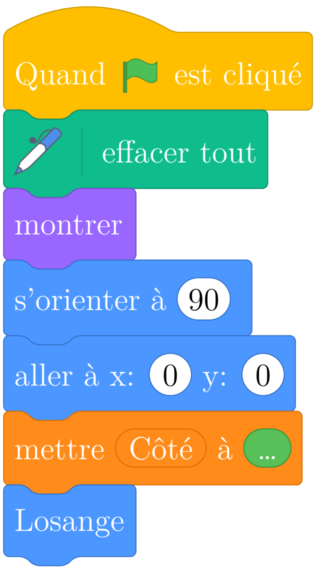
Pour occuper son petit frère, Lucie, qui aime bien l'informatique, décide de fabriquer des rosaces à colorier. Elle décide de partir d'un motif ayant la forme d'un losange.

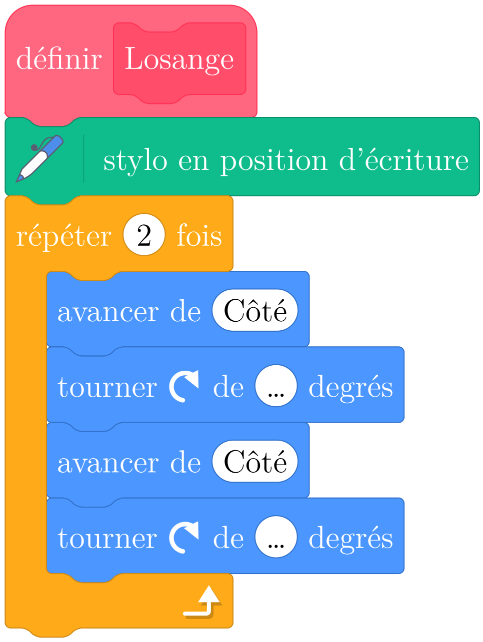
A l'aide d'un logiciel de programmation assisté (type scratch), elle a représenté le motif suivant :



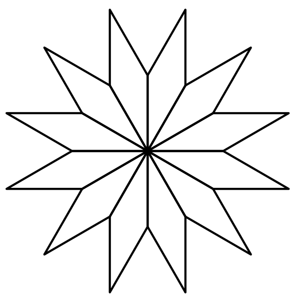
Il s'agit d'un losange dont les côtés ont pour longueur 50 pixels et dont les angles aigus mesurent 30 et les angles obtus 150.

Afin de représenter ce losange, elle a écrit le programme suivant:





1. Compléter le programme ci-dessus en remplaçant les pointillés par les bonnes valeurs pour que le losange soit dessiné tel qu'il est défini.
2. En utilisant le losange ci-dessus, elle obtient la rosace suivante qui n'est pas en vraie grandeur:



Quelle transformation géométrique, partant du premier losange ABCD et répétée 12 fois, a été utilisée pour obtenir cette figure ? Définir le mieux que vous pouvez cette transformation.

3. Pour finir, Lucie souhaite encore compléter cette rosace de trois façons différentes. Pour cela trois programmes ont été effectués.

   Recopier sur votre copie le numéro des trois programmes, et pour chacun, la lettre de la figure qui lui est associée.

Programme 1 :

```
Quand [drapeau] est cliqué
effacer tout
montrer
s'orienter à (90)
aller à x: (0) y: (0)
mettre (Côté) à (50)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
ajouter à (Côté) (- 25)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
cacher
```

Programme 2 :

```
Quand [drapeau] est cliqué
effacer tout
montrer
s'orienter à (90)
aller à x: (0) y: (0)
mettre (Côté) à (50)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
tourner ↻ de (15) degrés
ajouter à (Côté) (10)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
cacher
```

Programme 3 :

```
Quand [drapeau] est cliqué
effacer tout
montrer
s'orienter à (90)
aller à x: (0) y: (0)
mettre (Côté) à (50)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
ajouter à (Côté) (10)
répéter (12) fois
    Losange
    tourner ↻ de (30) degrés
cacher
```

Figure A:

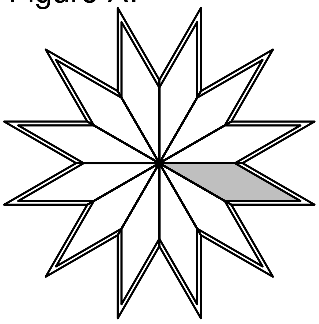


Figure B :

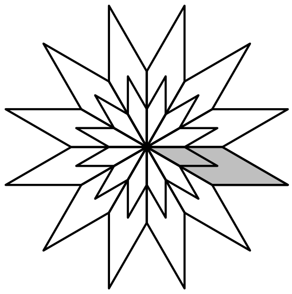
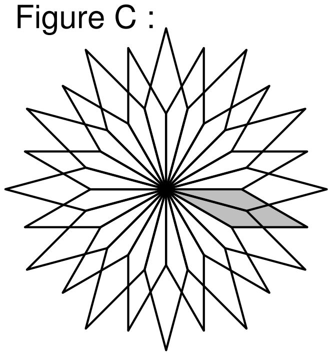


Figure C :



Pour plus de lisibilité, le losange initial a été grisé.

Question 1

EXERCICE 5 **15 POINTS**

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Élever le résultat au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ

1. Montrer que lorsqu'on choisit le nombre 2 au départ, on obtient le nombre 5 au final.
2. Quel résultat obtient-on lorsqu'on choisit au départ le nombre -3 ?
3. On définit une fonction f qui, à tout nombre x choisi à l'entrée du programme, associe le résultat obtenu à la fin de ce programme.

   $$\text{Ainsi, pour tout } x, \text{on obtient } f(x) = (x+1)^2 - x^2$$

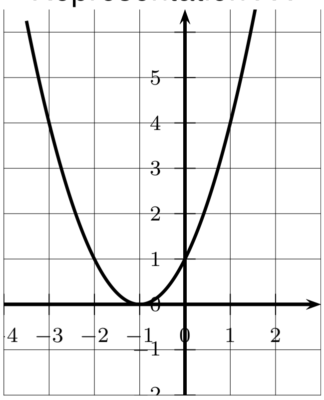
   Montrer que $f(x) = 2x + 1$.
4. Cette question est un questionnaire à choix multiples (QCM).

   Dans chaque cas, une seule réponse est correcte. Pour chacune des questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la bonne réponse.

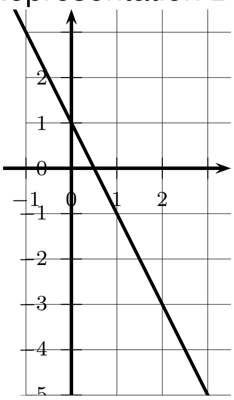
   Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La représentation graphique de la fonction f est:	La représentation A	La représentation B	La représentation C
2. En utilisant la représentation A, l'image de 1 par la fonction représentée est:	4	-2	0
3. En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est :	-1	-5	2

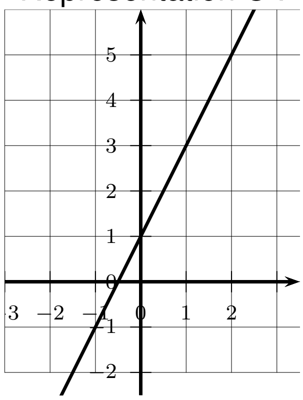
Représentation A :



Représentation B :



Représentation C :



EXERCICE 6 **22 POINTS**

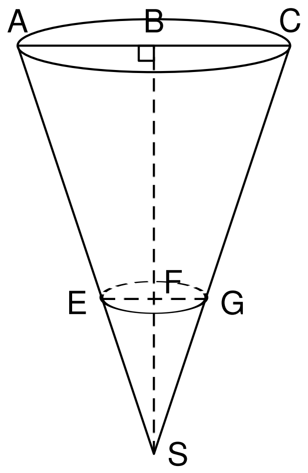
Dans le village de Jean, une brocante est organisée chaque année lors du premier week-end de juillet. Jean s'est engagé à s'occuper du stand de vente de frites. Pour cela, il fabrique des cônes en papier qui lui serviront de barquette pour les vendre.

Dans le fond de chaque cône, Jean versera de la sauce: soit de la mayonnaise, soit de la sauce tomate.

Il décide de fabriquer 400 cônes en papier et il doit estimer le nombre de bouteilles de mayonnaise et de sauce tomate à acheter pour ne pas en manquer.

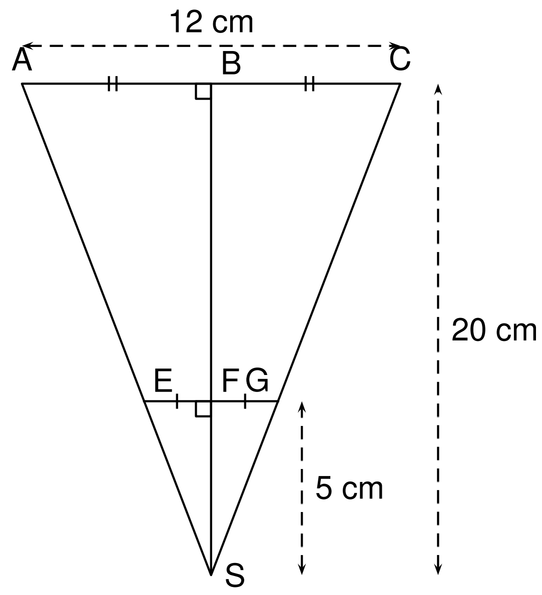
Voici les informations dont Jean dispose pour faire ses calculs :

Le cône de frites :



La sauce sera versée dans le fond du cône jusqu'au cercle de diamètre [EG].

Le schéma et les mesures de Jean :



B est le milieu de [AC]
F est le milieu de [EG]
BS = 20 cm ; FS = 5 cm ; AC = 12 cm

Les acheteurs :
80 % des acheteurs prennent de la sauce tomate et tous les autres prennent de la mayonnaise.

Les sauces :
La bouteille de mayonnaise est assimilée à un cylindre de révolution dont le diamètre de base est 5 cm et la hauteur est 15 cm.
La bouteille de sauce tomate a une capacité de 500 mL.

1. Montrer que le rayon [EF] du cône de sauce a pour mesure $1,5$ cm.
2. Montrer que le volume de sauce pour un cône de frites est d'environ $11,78$ cm^3
3. Déterminer le nombre de bouteilles de chaque sauce que Jean devra acheter.
   Toute trace de recherche même non aboutie devra apparaître sur la copie.

Rappels: Volume d'un cône de révolution : $\dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$
Volume d'un cylindre de révolution : $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
1,000 cm^3 $= 1$ Litre

Correction

Exercice 1 — 12 points

1. 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 46 ; 47 ; 48 ; 49, soit 16 nombres.
2. Il y a 4 nombres supérieurs à 40 sur 16 ; la probabilité est donc égale à $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$.
3. Les nombres divisibles par 3 sont : 18 ; 27 ; 36 ; 39 ; 48 : il y en a 5 sr 16 ; la probabilité est donc égale à $\frac{5}{16} = 0.312{,}5$.

Exercice 2 — 20 points

1. Dnas le triangle RST rectangle en T, on a $\cos\widehat{\text{RST}} = \frac{\text{ST}}{\text{SR}} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} = 0,5$. On a donc $\widehat{\text{RST}} = 60$.

   Rem. STR est un demi-triangle équilatéral obtenu en prenant le symétrique S par rapport à T et les angles d'un triangle équilatéral mesurent . . .

2. Le triangle SUP est aussi un demi triangle équilatéral puisque par complément $\widehat{\text{PSU}} = 90 - 30 = 60$, donc SU $= 2$SP $= 2 \times 10,5 = 21$.
   Or $\frac{\text{SP}}{\text{ST}} = \frac{10,5}{14} = \frac{105}{140} = \frac{5 \times 21}{5 \times 28} = \frac{5 \times 7 \times 3}{5 \times 7 \times 4} = \frac{3}{4}$ et
   $\frac{\text{SU}}{\text{SR}} = \frac{21}{28} = \frac{10,5}{14} = \frac{3}{4}$ (d'après le calcul précédent).
   Les côtés des triangles rectangles SRT et SUP sont donc proportionnels.

3. On a vu que le triangle SUP est une réduction du triangle SRT de coefficient $\dfrac{3}{4} = 0,75$.

4. On a déjà vu que SU $= 21$.

5. On a vu que $\widehat{\text{PSU}} = \widehat{\text{TSR}} = 60$ donc par supplément :

   $\widehat{\text{RSU}} = 180 - 60 - 60 = 60$.

   Le triangle SKL a deux angles de 60 ; le troisième angle a pour mesure : $180 - 60 - 60 = 60$: le triangle SKL a donc trois angles de même mesure c'est donc un triangle équilatéral.

Exercice 3 — **15 points**

1. En supposant que Marc coure à la vitesse de 2 minutes pour faire 400 m, il mettra 1 minute pour faire 200 m, donc 5 minutes pour faire $5 \times 200 = 1{,}000$ m

2. 1 km en 5 min représente une vitesse de $12 \times 1 = 12$ (km/h) en $12 \times 5 = 60$ min = 1 h.

3. Un tour de piste a pour longueurs la longueur des deux lignes droites et la longueur d'un cercle de diamètre [AD].

   Longueur d'un tour : $2 \times 90 + 70 \times \pi = 180 + 70\pi \approx 399,911$ ce qui correspond bien à l'unité près à 400 m.

   - Marc passe donc au point A toutes les deux minutes soit toutes les 120 secondes ;
   - Jim passe au point toute les 1 ţin 40, soit toutes les 100 secondes.

   Ils repasseront la première fois ensemble au point A au bout d'un temps égal au plus petit multiple commun à 100 et à 120.

   $100 = 10 \times 10 = 2^2 \times 5^2$ et

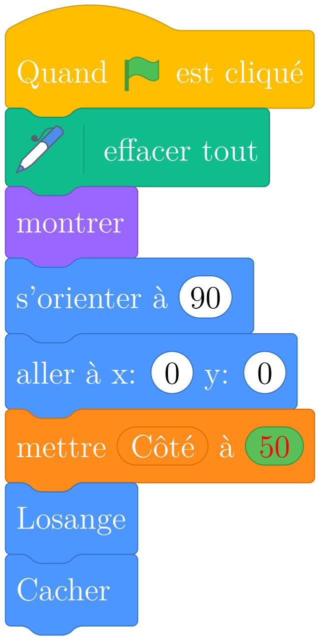
   $120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5$.

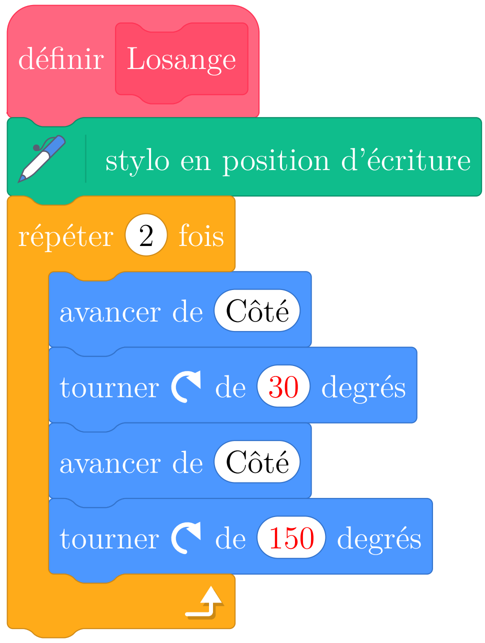
   Le p.p.c.m. à 100 et 120 est $2^3 \times 3 \times 5^2 = 24 \times 25 = 600$ (s)

   - Marc aura donc fait $\dfrac{600}{100} = 6$ tours et
   - Jim aura fait $\dfrac{600}{120} = \dfrac{60}{12} = 5$ tours.

Exercice 4 — **16 points**

1.





2. La rotation de centre O et d'angle 30 dans n'importe quel sens répétée 12 fois permet d'obtenir la rosace à partir du losange.

3. Le programme 1 permet d'obtenir la figure B.

   Le programme 2 permet d'obtenir la figure C.

   Le programme 3 permet d'obtenir la figure A.

EXERCICE 5 — 15 POINTS

1. On obtient successivement :

   $2 \to 2+1=3 \to 3^2=9 \to 9-2^2=9-4=5.$

2. En patant de -3, on obtient :

   $-3 \to -3+1=-2 \to (-2)^2=4 \to 4-(-3)^2=4-9=-5.$

3. Ainsi, pour tout $x,$ on obtient $f(x)=(x+1)^2-x^2$

   $f(x)=(x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1.$

4.
   - La représentation graphique de la fonction f est la représentation C ;
   - L'image de 1 par la fonction représentée est 3 ;
   - En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est -1.

EXERCICE 6 — 22 POINTS

1. Les droite (FG) et (BC) car perpendiculaires à la même droite (SB). On peut donc d'après la propiété de Thalès avec les triangles SFG et SBC, écrire :
   $\dfrac{\text{SF}}{\text{SB}} = \dfrac{\text{FG}}{\text{BC}}$, soit $\dfrac{5}{20} = \dfrac{\text{FG}}{6}$ d'où FG $= \dfrac{5}{20} \times 6 = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2} = 1,5$ cm.

2. Le volume d'un cône est égal à $\dfrac{\pi \times \text{EF}^2 \times \text{SF}}{3} = \dfrac{\pi \times 1,5^2 \times 5\pi}{3} = \dfrac{15\pi}{4} \approx 11,781$, soit 11,78 cm^3 au centième près

3. Jean doit remplir 80 % des 400 cônes, de sauce tomate soit $400 \times \dfrac{80}{100} = 4 \times 80 = 320$ cônes.

   320 cônes de 11,78 cm^3 de sauce tomate représentent $320 \times 11,78 = 3{,}769.6$ cm^3.

   Il a donc besoin de $\dfrac{3{,}769.6}{500} \approx 7,5$ bouteilles soit 8 bouteilles de sauce tomate.

   Pour la mayonnaise il lui faut remplir 80 cônes soit $80 \times 11,78 = 942,4$ cm^3.

   Or chaque bouteille de mayonnaise a un volume de : $\pi \times 2,5^2 \times 15 = 93,75\pi \approx 294.524$ cm^3. Il lui donc acheter
   $\dfrac{942,4}{294,524} \approx 3,2$ soit 4 bouteilles de mayonnaise.

   Il lui faut donc 8 bouteilles de sauce tomate et 4 bouteilles de mayonnaise.