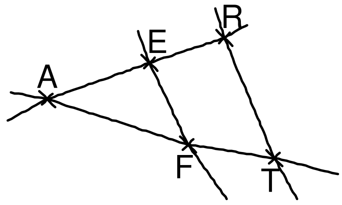
EXERCICE 1 **14 POINTS**

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.
On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- AE $= 8\,\text{cm}$, AF $= 10\,\text{cm}$, EF $= 6\,\text{cm}$;
- AR $= 12\,\text{cm}$, AT $= 14\,\text{cm}$



1. Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.
2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{\text{EAF}}$ au degré près.
3. Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 2 **17 POINTS**

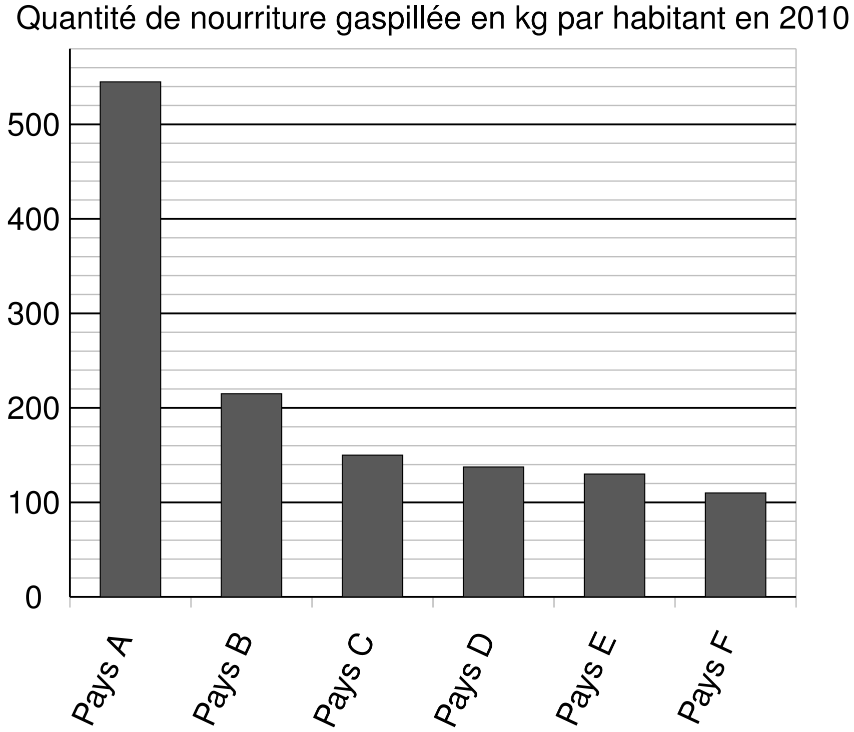
Voici quatre affirmations. Pour chacune d'entre elles, dire si elle est vraie ou fausse. On rappelle que la réponse doit être justifiée.

1. **Affirmation 1 :** $\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3+1}{5+2}$.
2. On considère la fonction $f : x \longmapsto 5 - 3x$.
   Affirmation 2 : l'image de -1 par f est -2.
3. On considère deux expériences aléatoires :
   - *expérience no* 1 *:* choisir au hasard un nombre entier compris entre 1 et 11 (1 et 11 inclus).
   - *expérience no* 2 *:* lancer un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6 et annoncer le nombre qui apparait sur la face du dessus.

   Affirmation 3 : il est plus probable de choisir un nombre premier dans l'expérience no 1 que d'obtenir un nombre pair dans l'expérience no 2.
4. **Affirmation 4 :** pour tout nombre x, $\quad (2x+1)^2 - 4 = (2x+3)(2x-1)$.

EXERCICE 3 **12 POINTS**

Le diagramme ci-dessous représente, pour six pays, la quantité de nourriture gaspillée (en kg) par habitant en 2010.



1. Donner approximativement la quantité de nourriture gaspillée par un habitant du pays D en 2010.
2. Peut-on affirmer que le gaspillage de nourriture d'un habitant du pays F représente environ un cinquième du gaspillage de nourriture d'un habitant du pays A ?
3. On veut rendre compte de la quantité de nourriture gaspillée pour d'autres pays. On réalise alors le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur. *Rappel :* 1 tonne = 1,000 kg.

	A	B	C	D
1		Quantité de nourriture gaspillée par habitant en 2010 (en kg)	Nombre d'habitants en 2010 (en millions)	Quantité totale de nourriture gaspillée (en tonnes)
2	Pays X	345	10,9	3,760,500
3	Pays Y	212	9,4	
4	Pays Z	135	46,6	

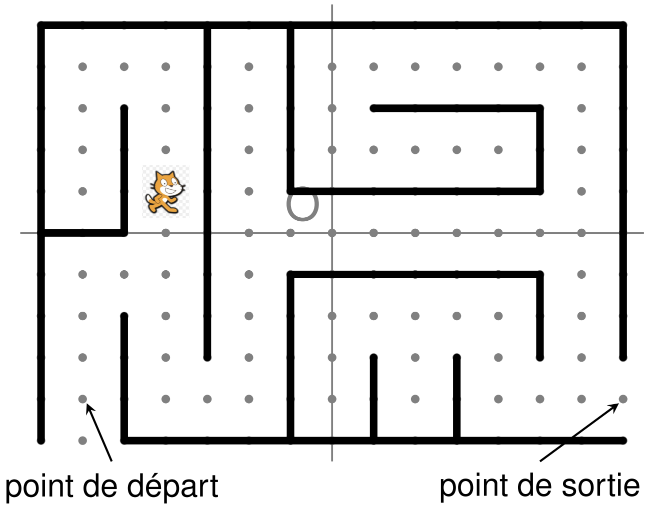
(a) Quelle est la quantité totale de nourriture gaspillée par les habitants du pays X en 2010 ?

(b) Voici trois propositions de formule, recopier sur votre copie celle qu'on a saisie dans la cellule $\mathrm{D2}$ avant de l'étirer jusqu'en $\mathrm{D4}$.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
=B2*C2*1,000,000	=B2*C2	=B2*C2*1,000

EXERCICE 4 — 10 POINTS

On a programmé un jeu. Le but du jeu est de sortir du labyrinthe. Au début du jeu, le lutin se place au point de départ. Lorsque le lutin touche un mur, représenté par un trait noir épais, il revient au point de départ.



L'arrière-plan est constitué d'un repère d'origine O avec des points espacés de 30 unités verticalement et horizontalement.

Dans cet exercice, on considèrera que seuls les murs du labyrinthe sont noirs.

Voici le programme :

```
quand [drapeau] est cliqué
aller à x: (-180) y: (-120)
répéter indéfiniment
    si <couleur black touchée ?> alors
        dire (perdu) pendant (2) secondes
        aller à x: ( ) y: ( )
    sinon
        Réussite
```

Couleur : noir

```
quand [flèche haut] est pressé
ajouter (30) à y
attendre (0.1) secondes

quand [flèche bas] est pressé
ajouter (-30) à y
attendre (0.1) secondes

quand [flèche droite] est pressé
ajouter (30) à x
attendre (0.1) secondes

quand [flèche gauche] est pressé
ajouter (-30) à x
attendre (0.1) secondes
```

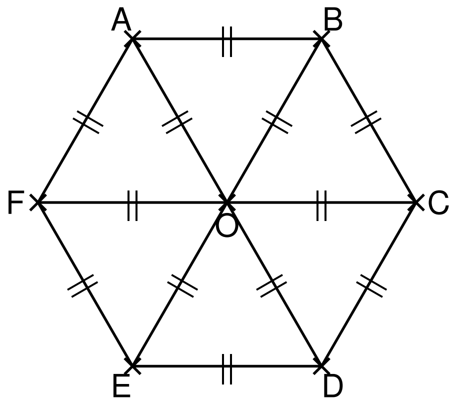
Le bloc Réussite correspond à un sous-programme qui fait dire Gagné ! au lutin lorsqu'il est situé au point de sortie; le jeu s'arrête alors.

1. Recopier et compléter l'instruction `aller à x: ( ) y: ( )` du programme pour ramener le lutin au point de départ si la couleur noire est touchée.
2. Quelle est la distance minimale parcourue par le lutin entre le point de départ et le point de sortie ?
3. On lance le programme en cliquant sur le drapeau. Le lutin est au point de départ. On appuie brièvement sur la touche ↑ (flèche haut) puis sur la touche → (flèche droite). Quelles sont toutes les actions effectuées par le lutin ?

Exercice 5 — 10 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue

On considère l'hexagone ABCDEF de centre O représenté ci-contre.



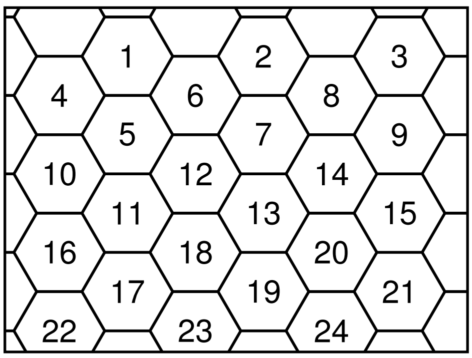
1. Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1	**Proposition 2**	**Proposition 3**
FABO	ABCO	FODE

2. Quelle est l'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF) ?
3. On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD.

   Quelle est l'image du triangle BOC par cette rotation ?

La figure ci-contre représente un pavage dont le motif de base a la même forme que l'hexagone ci-dessus. On a numéroté certains de ces hexagones.



4. Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12 ?

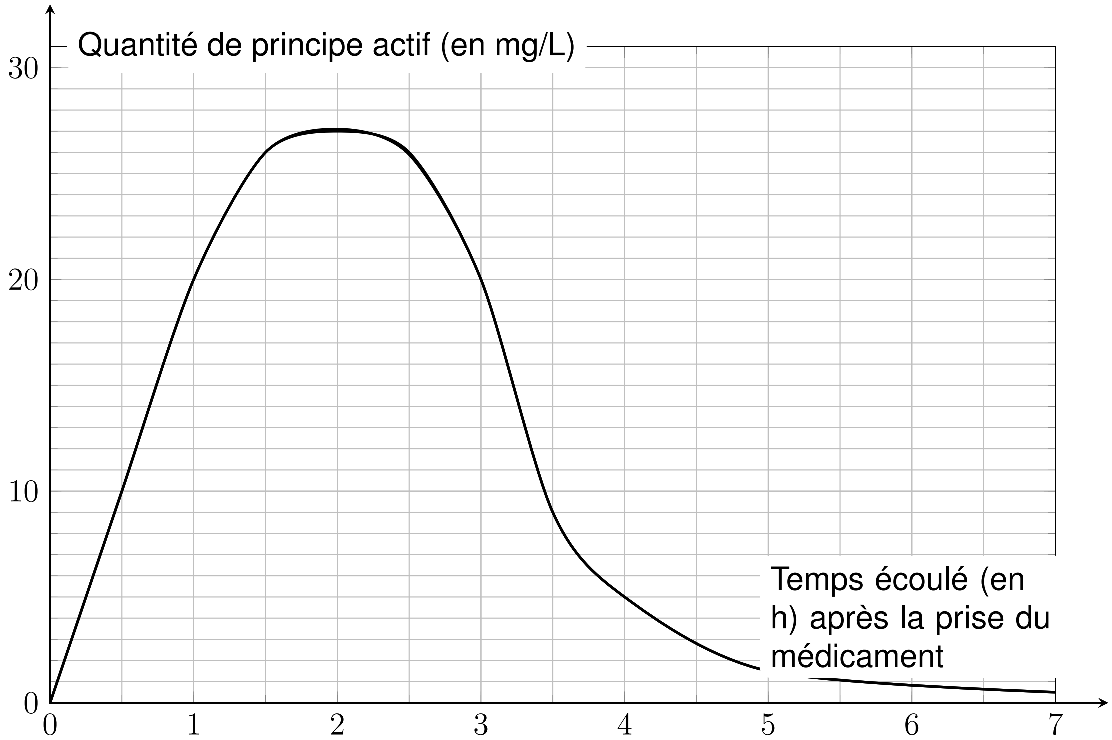
EXERCICE 6 **12 POINTS**

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A : absorption du principe actif d'un médicament

Lorsqu'on absorbe un médicament, que ce soit par voie orale ou non, la quantité de principe actif de ce médicament dans le sang évolue en fonction du temps. Cette quantité se mesure en milligrammes par litre de sang.

Le graphique ci-dessous représente la quantité de principe actif d'un médicament dans le sang, en fonction du temps écoulé, depuis la prise de ce médicament.



1. Quelle est la quantité de principe actif dans le sang, trente minutes après la prise de ce médicament ?
2. Combien de temps après la prise de ce médicament, la quantité de principe actif est-elle la plus élevée ?

Partie B : comparaison de masses d'alcool dans deux boissons

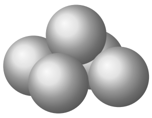
On fournit les données suivantes :

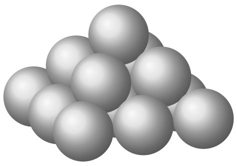
Formule permettant de calculer la masse d'alcool en g dans une boisson alcoolisée :	**Deux exemples de boissons alcoolisées :**	
$$m = V \times d \times 7,9$$	**Boisson 1**	**Boisson 2**
V: volume de la boisson alcoolisée en cL	Degré d'alcool : 5 %	Degré d'alcool : 12 %
d: degré d'alcool de la boisson (exemple, un degré d'alcool de 2 % signifie que d est égal à 0,02)	Contenance : 33 cL	Contenance 125 mL

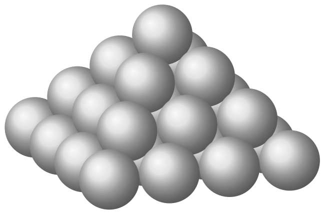
Question : la boisson 1 contient-elle une masse d'alcool supérieure à celle de la boisson 2 ?

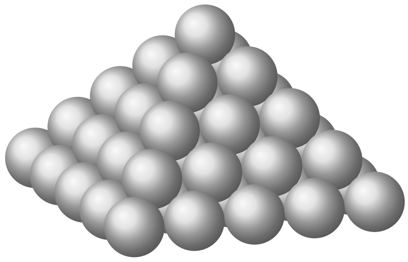
EXERCICE 7 **15 POINTS**

Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVIe siècle utilisaient souvent un type d'empilement pyramidal à base carrée, comme le montrent les dessins suivants :


Empilement à 2 niveaux


Empilement à 3 niveaux


Empilement à 4 niveaux


Empilement à 5 niveaux

1. Combien de boulets contient l'empilement à 2 niveaux ?
2. Expliquer pourquoi l'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets.
3. On range 55 boulets de canon selon cette méthode. Combien de niveaux comporte alors l'empilement obtenu ?
4. Ces boulets sont en fonte; la masse volumique de cette fonte est de 7,300 $\mathrm{kg/m^3}$.
   On modélise un boulet de canon par une boule de rayon 6 cm.
   Montrer que l'empilement à 3 niveaux de ces boulets pèse 92 kg, au kg près.
   Rappels:
   - *volume d'une boule* $= \frac{4}{3} \times \pi \times$ *rayon* $\times$ *rayon* $\times$ *rayon*.
   - une masse volumique de 7,300 $\mathrm{kg/m^3}$ signifie que 1 $\mathrm{m^3}$ pèse 7,300 kg.

EXERCICE 8 **10 POINTS**

Dans une classe de terminale, huit élèves passent un concours d'entrée dans une école d'enseignement supérieur.

Pour être admis, il faut obtenir une note supérieure ou égale à 10.

Une note est attribuée avec une précision d'un demi-point (par exemple : 10 ; 10,5 ; 11 ; ...) On dispose des informations suivantes :

Information 1
Notes attribuées aux 8 élèves de la classe qui ont passé le concours : 10; 13; 15; 14,5; 6; 7,5; $\blacklozenge$; $\bullet$

Information 2	
La série constituée des huit notes : • a pour étendue 9; • a pour moyenne 11,5; • a pour médiane 12.	75 % des élèves de la classe qui ont passé le concours ont été reçus.

1. Expliquer pourquoi il est impossible que l'une des deux notes désignées par ⬩ ou • soit 16.
2. Est-il possible que les deux notes désignées par ⬩ et • soient 12,5 et 13,5 ?

Correction

Exercice 1 — 14 points

1. On a AE$^2 = 8^2 = 64$; EF$^2 = 6^2 = 36$ et F$^2 = 10^2 = 100$.
   Or $64 + 36 = 100$, soit AE^2 + EF^2 = AE^2.
   Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en E.
2. On sait que dans le triangle rectangle en E, $\cos \widehat{\text{EAF}} = \dfrac{\text{AE}}{\text{AF}} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.
   Grâce à la calculatrice on en déduit que $\widehat{\text{EAF}} \approx 36,8$, soit 37 au degré près.
3. Si les droites sont parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire que $\dfrac{\text{AE}}{\text{AR}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AT}}$, soit $\dfrac{8}{12} = \dfrac{12}{14}$; or $8 \times 14 = 112$ et $12 \times 12 = 144$. les quotients ne sont pas égaux, les droites ne sont pas parallèles.

Exercice 2 — 17 points

1. • $\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3 \times 2}{5 \times 2} + \dfrac{1 \times 5}{2 \times 5} = \dfrac{6+5}{10} = \dfrac{11}{10}$;
   • $\dfrac{3+1}{5+2} = \dfrac{4}{7}$. Le premier nombre est supérieur à 1, le second est inférieur à 1 : ils ne sont donc pas égaux. **Affirmation fausse**
2. On a $f(-1) = 5 - -3 \times (-1) = 5 + 3 = 8 \neq -2$. **Affirmation fausse**

3. De 1 à 11, il y a 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 soit 5 nombres sur 11 qui sont des naturels premiers. La probabilité de choisir un naturel premier est donc égale à $\frac{5}{11}$.

   2 ; 4 ; 6 sont pairs ; il y a donc $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

   $\frac{5}{11} < \frac{5,5}{11} = \frac{1}{2}$. Donc **Affirmation fausse**.

4. Quel que soit le nombre x, $(2x+1)^2 - 4 = (2x+1)^2 - 2^2$ (identité $a^2 - b^2$) $= (2x+1+2)(2x+1-2) = (2x+3)(2x-1)$. **Affirmation vraie**.

Exercice 3 — 12 points

1. On lit approximativement 130 kg.
2. On lit pour un habitant du pays F à peu près 110 et pour un habitant du pays A un peu plus de 540 kg. Comme $5 \times 110 = 550$ l'affirmation est correcte.
3. (a) Le résultat est dans le tableau. On peut le justifier :
   La quantité totale pour les habitants du pays X est :
   $345 \times 10,9 \times 10^6 = 3{,}760{,}500{,}000$ kg soit 3,760,500 tonnes.

   (b) $=$B2*C2*1,000

Exercice 4 — 10 points

1. aller à x: - 180 y: - 120
2. Le chemin le plus court : monter de 3, aller à droite de 2, descendre de 3, aller à droite de 2, monter de 4, aller à droite de 8, descendre de 4, aller à droite de 1, donc en tout 27 pas de 30 unités soit 810 unités
3. Le lutin monte de 30 unités puis se déplace vers la droite de 30 unités. Il percute le mur. le jeu annonce Perdu et replace le lutin au point de départ.

Exercice 5 — 10 points

1. FABO.
2. Le segment [EO].
3. La rotation est d'angle 120 dans le sens horaire.
   L'image du triangle BOC par cette rotation est le triangle DOE.
4. C'est l'hexagone 19.

EXERCICE 6 **12 POINTS**

Les deux parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A : absorption du principe actif d'un médicament

1. On lit pour 0,5 h une quantité égale à 10 mg/L.
2. La quantité de principe actif est la plus élevée au bout de 2 h.

Partie B : comparaison de masses d'alcool dans deux boissons

La boisson 1 contient $33 \times 0,05 \times 7,9 = 13,035$ g.
La boisson 2 contient $12,5 \times 0,12 \times 7,9 = 11,85$ g.
La boisson 1 contient plus d'alcool que la boisson 2.

EXERCICE 7 **15 POINTS**

1. L'empilement à 2 niveaux contient $4 + 1 = 5$ (boulets).
2. L'empilement à 3 niveaux contient $9 + 4 + 1 = 14$ (boulets).
3. Avec 4 niveaux on peut ranger $16+9+4+1 = 30$ (boulets). Il faut donc un niveau de plus de $5 \times 5 = 25$ (boulets).

   Sur 5 niveaux il y aura $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ (boulets exactement).
4. – Volume d'un boulet : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 6 = 288\pi$ cm^3.

   – L'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets qui ont un volume de $14 \times 288\pi = 4{,}032\pi$ cm^3.

   1 m^3 de fonte a une masse de 7,300 kg, donc 1 dm^3 de fonte a une masse de 7,3 kg et 1 cm^3 de fonte a une masse de 0.007,3 kg, donc les 14 boulets ont une masse de :

   $4{,}032\pi \times 0.007{,}3 = 29.433{,}6\pi \approx 92,46$ kg, soit 92 kg au kilogramme près.

EXERCICE 8 **10 POINTS**

1. Si l'une des notes inconnues était 16, l'étendue serait au moins égale à $16 - 6 = 10$; or celle-ci est égale à 9. Il est donc impossible que l'une des deux notes inconnues soit égale à 16.
2. Si les deux notes inconnues sont 12,5 et 13,5, alors

   – l'étendue est égale à $15 - 6 = 9$;

   – la moyenne serait égale à $\dfrac{10 + 13 + 15 + 14,5 + 6 + 7,5 + 12,5 + 13,5}{8} = \dfrac{92}{8} = 11,5$;

   – il y aurait 6 élèves sur 8 ayant une note supérieure ou égale à 10, donc une proportion de $\dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \times 25}{4 \times 25} = \dfrac{75}{100} = 75\,\%$ de candidat reçus ;

   – La liste des notes serait donc :

   6 ; 7,5 ; 10 ; 12,5 ; 13 ; 13,5 ; 14,5 ; 15 la médiane serait supérieure à 12,5 : ce n'est pas possible.