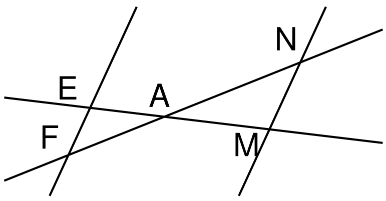
**Exercice 1 : Questions à choix multiples** **12 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (Q. C. M.). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, écrire le numéro de la question et la réponse choisie.

**On ne demande pas de justifier**. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

| | | **Réponses proposées** | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Questions** | A | B | C |
| 1 | La décomposition en facteurs premiers de 1,600 est : | $4^2 \times 10^2$ | $2^8 \times 5^2$ | $2^6 \times 5^2$ |
| 2 | Sachant que (EF) // (MN) et EA = 2 cm ; AM = 5 cm ; EF = 4 cm la longueur MN est égale à :   | 7 cm | 10 cm | 1,6cm |
| 3 | La forme développée et réduite de $6x(3x-5)+7x$ est : | $18x^2 - 23x$ | $-18x^2 - 30x + 7x$ | $18x^2 - 37x$ |

**Exercice 2 :** **9 points**

Lors d'un voyage à Osaka, Jade a mangé des TAKOYAKI (gâteaux japonais) qu'elle veut refaire chez elle.

Pour cela, elle dispose d'une plaque de cuisson comportant plusieurs moules à gâteaux. Tous les moules sont identiques.

Chaque moule a la forme d'une demi-sphère de rayon 3 cm.

**Rappels** : 1 L = 1 dm$^3$

Volume d'une boule de rayon $r$ : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

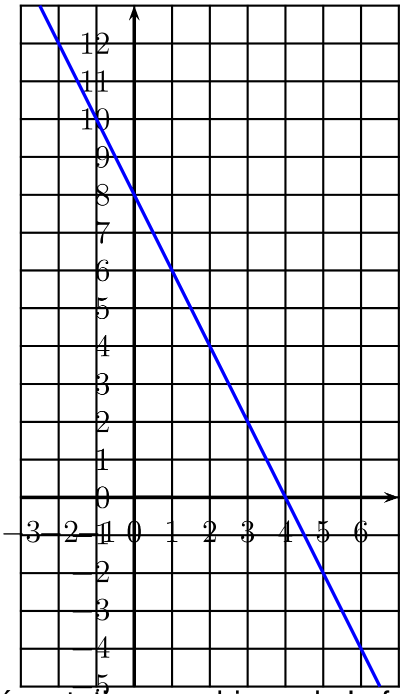
1. Calculer le volume d'un moule (en cm$^3$), arrondir le résultat au dixième.
2. Dans cette question, on considère que le volume d'un moule est de 57 cm$^3$.

   Jade a préparé 1 L de pâte. Elle doit remplir chaque moule aux $\frac{3}{4}$ de son volume.

   Combien de TAKOYAKI peut-elle faire ? Justifier la réponse.

**Exercice 3 :** **17 points**

1. On considère la fonction $g$ représentée dans le repère ci-dessous.



| $x$ | $-2$ | | 4 | |
|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | 8 | | $-4$ |

Représentation graphique de la fonction

   (a) Donner l'antécédent de $4$ par la fonction $g$.
   (b) Compléter le tableau de valeurs ci-dessus de la fonction $g$.

2. La fonction $f$ est donnée par $f(x) = 2x$.
   (a) Quelle est l'image de $-2$ par la fonction $f$ ?
   (b) Calculer $f(3)$.
   (c) Dans le graphique ci-dessus, tracer la représentation graphique de la fonction $f$.

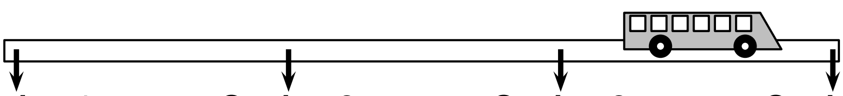
3. Déterminer graphiquement l'abscisse du point d'intersection S des deux représentations graphiques. Faire apparaître en pointillés la lecture sur le graphique ci-dessus.

4. L'expression de la fonction $g$ est $g(x) = -2x + 8$.
   (a) Résoudre l'équation $2x = -2x + 8$
   (b) Que représente graphiquement le résultat précédent ?

**Exercice 4 : Calédorail** **11 points**

Calédorail est un projet de bus qui relierait différents points stratégiques de la ville de Nouméa.

1. **Longueur de la ligne**



La distance moyenne entre deux stations est d'environ 450 mètres. Estimer la distance entre la station 1 et la station 4.

2. **Vitesse moyenne**

   Le bus Calédorail mettrait 24 minutes pour effectuer un trajet de 9,9 km.

   Quelle serait sa vitesse moyenne en km/h ?

3. **Tarif**

   Actuellement, un ticket de bus coûte 190 F. Le ticket de bus Calédorail coûterait 40 % plus cher.

   Quel serait le prix du ticket de bus Calédorail ?

**Exercice 5 :** **17 points**

Voici le classement des 21 pays ayant obtenu des médailles d'or lors des jeux olympiques d'hiver de Pyeongchang 2018 en Corée.

| Pays | Norvège | Allemagne | Canada | États-Unis | Pays-Bas | Suède | Rép. de Corée | Suisse | France | Autriche | Japon | Italie | Russie | Rép. Tchèque | Bélarus | Chine | Slovaquie | Finlande | Grande-Bretagne | Pologne | Hongrie |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Or | 14 | 14 | 11 | 9 | 8 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

On considère la série constituée des nombres de médailles d'or obtenues par chaque pays.
Le classement est résumé dans la feuille de calcul ci-dessous:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Nombre de médailles | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 14 | |
| 2 | Effectif | 6 | 3 | 1 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 21 |

1. (a) Calculer le nombre moyen de médailles d'or par pays (arrondir le résultat au dixième).
   (b) Déterminer la médiane des nombres de médailles d'or par pays.
   (c) Interpréter le résultat de la question **1. b.**

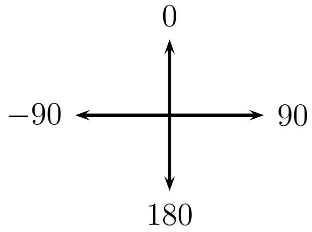
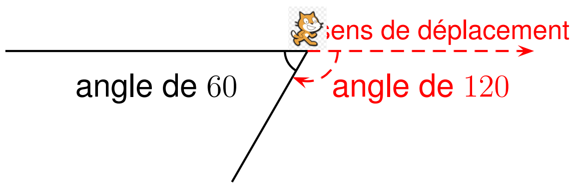
2. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule L2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu au moins une médaille d'or ?

3. On prend un pays au hasard parmi les pays qui ont au moins une médaille d'or.

   (a) Quelle est la probabilité qu'il ait une seule médaille d'or? Donner la réponse sous forme fractionnaire.

   (b) Quelle est la probabilité qu'il ait au moins 5 médailles d'or? Donner la réponse sous forme fractionnaire.

**Exercice 6 :** **10 points**

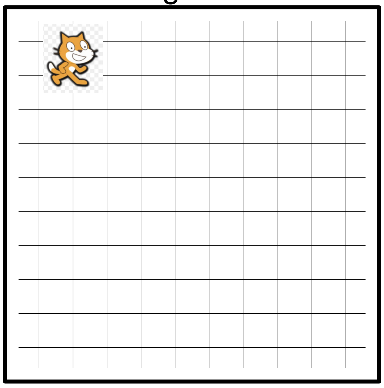
<table>
<tr><th colspan="2">Rappels Scratch</th></tr>
<tr>
<td>Orientation du lutin :<br><br>S'orienter à $90$ : pour se déplacer vers la droite<br>S'orienter à $0$ : pour se déplacer vers le haut<br>S'orienter à $-90$ : pour se déplacer vers la gauche<br>S'orienter à $180$ : pour se déplacer vers le bas</td>
<td>Les angles :<br>Dans le tracé ci-dessous, pour obtenir un angle de $60$, on peut utiliser l'instruction :<br>tourner de ↻ de $120$ degrés<br></td>
</tr>
</table>

Le chat indique la position de départ.

Voici ci-contre un programme réalisé avec Scratch pour construire un parallélogramme.
Selon la longueur et l'angle donnés, ce parallélogramme peut être particulier (rectangle, losange, carré).

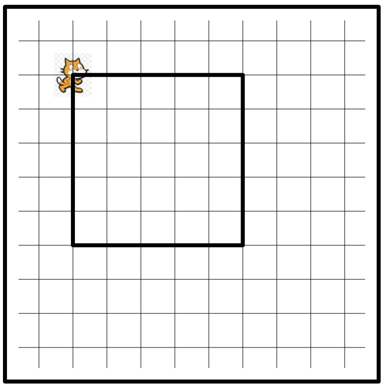
1. Dessiner, ci-dessous, le parallélogramme obtenu avec la **longueur** et l'**angle** donnés.

longueur : 80
angle : 90



Le côté d'un carreau représente 20 unités

2. Quelle valeur faut-il donner à **longueur** et quelle valeur à **angle** pour obtenir la figure ci-dessous ?



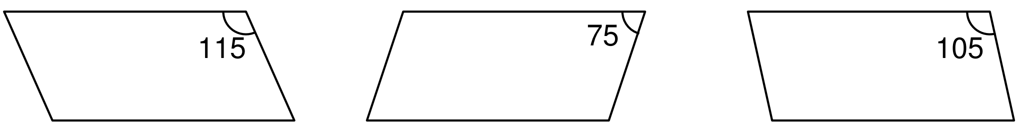
Le côté d'un carreau représente 20 unités


Script 1

4. Un élève a choisi la **longueur** 50 et l'**angle** $75$ puis a recopié la figure obtenue après exécution du script.

   Lequel des trois parallélogrammes ci-dessous a-t-il tracé ?

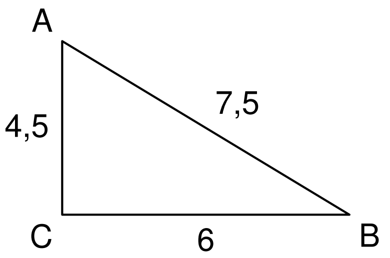
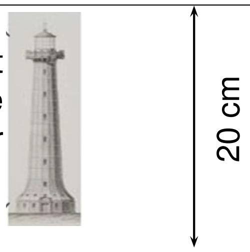
   Écrire sur la copie la lettre correspondante.




**A** **B** **C**

**Exercice 7 :** **12 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est **Vraie** ou **Fausse** en cochant la case.
Justifier chaque réponse dans la partie réservée.
Toute trace de recherche sera valorisée.

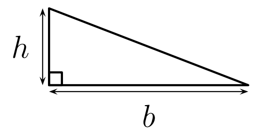
| | |
|---|---|
| On donne le triangle suivant :<br><br><br>**Affirmation 1** :<br>ABC est un triangle rectangle. | **Vraie** ☐ **Fausse** ☐<br>Justification : |
| **Affirmation 2** :<br>Si un produit de cinq facteurs est strictement positif, alors aucun des facteurs n'est négatif. | **Vraie** ☐ **Fausse** ☐<br>Justification : |
| La maquette ci-contre est une maquette du Phare Amédée qui a une hauteur réelle de 56 m.<br><br><br>**Affirmation 3 :**<br>Le rapport de réduction est égal à $\frac{1}{28}$ . | **Vraie** ☐ **Fausse** ☐<br>Justification : |

**Exercice 8 :** **12 points**

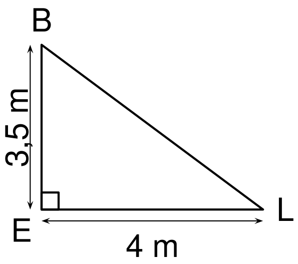
Pour son confort, Lisa souhaite installer une voile d'ombrage triangulaire dans son jardin.
L'aire de celle-ci doit être de 8 m$^2$ au minimum.

Pour chacun des trois modèles suivants indiquer sur la copie s'il convient en justifiant chaque réponse.

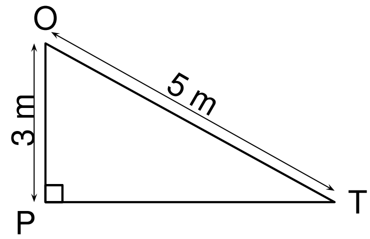
| **Rappel** |
|---|
| Aire d'un triangle rectangle : $A = \dfrac{h \times b}{2}$ |

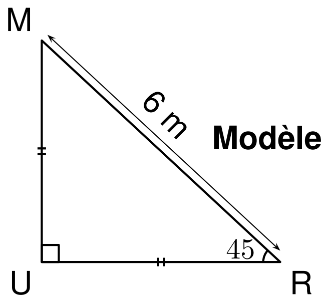



**Modèle 1**




**Modèle 2**




**Modèle 3**

# Correction

**Exercice 1 : Questions à choix multiples** **12 points**

Bien que l'exercice ne demande pas de justification, on en donnera une rapide, dans ce corrigé.

1. **Réponse C**

   On peut procéder par décompositions successives :

   $1{,}600 = 100 \times 16 = 10^2 \times 4^2 = (2 \times 5)^2 \times (2^2)^2 = 2^2 \times 5^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2} \times 5^2 = 2^6 \times 5^2$.

   On peut aussi procéder par élimination : la proposition A donne 1,600 mais ni 4 ni 10 ne sont des nombres premiers. La proposition B ne donne pas 1,600, en effet, $2^8 \times 5^2 = 6{,}400$.

2. **Réponse B**

   - Les points E, A et M sont alignés, dans cet ordre;
   - Les points F, A et N sont alignés, dans le même ordre

   On a donc une configuration de Thalès.

   Comme les droites (EF) et (MN) sont parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès, et donc, on en déduit : $\dfrac{\text{AE}}{\text{AM}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AN}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{MN}}$.

   Notamment : $\dfrac{\text{AE}}{\text{AM}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{MN}}$, soit, avec les distances données : $\dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{\text{MN}}$.

   Et donc, grâce à un produit en croix, $\text{MN} = \dfrac{4 \times 5}{2} = 10\,\text{cm}$

3. **Réponse A**

   On développe : $6x(3x-5)+7x = 6x\times 3x - 6x\times 5 + 7x = 18x^2 - 30x + 7x = 18x^2 - 23x$.

   On remarque que la proposition B est notre avant dernière étape. Ce n'est pas la bonne réponse car l'expression n'est pas réduite, avec deux termes en $x$.

**Exercice 2 :** **9 points**

1. Calculons le volume d'un moule, en prenant la moitié du volume d'une boule de rayon $r = 3\,\mathrm{cm}$. On a :

   $\mathcal{V}_{\text{moule}} = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\times\pi\times r^3 = \dfrac{2}{3}\times\pi\times 3^3 = 18\pi \approx 56.5\,\mathrm{cm}^3$.

2. Remplir un moule dont le volume est de 57 $\mathrm{cm}^3$ au trois quarts signifie que chaque moule contiendra $\dfrac{3}{4}\times 57 = 42.75\,\mathrm{cm}^3$ de pâte, soit 0.042,75 $\mathrm{dm}^3$ de pâte, et donc 0.042,75 $\mathrm{L}$.

   $\dfrac{1}{0.042{,}75} \approx 23,4$.

   Jade a assez de pâte pour préparer 23 takoyakis.

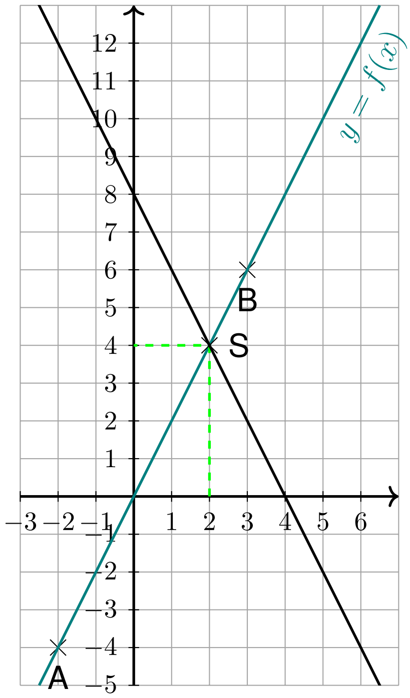
**Exercice 3 :** **17 points**

Afin de ne pas surcharger la figure, ici, on n'aura tracé les traits de lecture graphique que quand le sujet le demande.

1. (a) On lit que 4 a un antécédent par la fonction $g$, qui est 2.
   (b) On a le tableau de valeurs suivant :

| $x$ | $-2$ | 0 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 12 | 8 | 0 | $-4$ |

2. (a) On a : $f(-2) = 2 \times (-2) = -4$.
   (b) On a : $f(3) = 2 \times 3 = 6$.
   (c) La fonction $f$ est linéaire, donc elle sera représentée par une droite, passant par l'origine du repère.
   En utilisant les réponses aux deux questions précédentes, on peut dire qu'elle passera à la fois par le point A$(-2\ ;\ -4)$ et par B$(3\ ;\ 6)$.
3. Le point d'intersection S dont l'abscisse est égale à 2.



Représentation graphique de la fonction

4. (a) Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} 2x = -2x + 8 &\iff 4x = 8 \\ &\iff x = 2 \end{aligned}$$

   L'équation a une unique solution : 2.
   (b) L'équation que nous venons de résoudre est : $f(x) = g(x)$, puisque l'on a $g(x) = 2x$ et $g(x) = -2x + 8$ pour tout $x$.
   La solution trouvée est donc la valeur de $x$ qui donne une même image pour la fonction $f$ et la fonction $g$, c'est donc l'abscisse du point d'intersection S des deux courbes représentatives, ce qui confirme notre lecture graphique de la question **3.**.

**Exercice 4 : Calédorail** **11 points**

1. Entre la station 1 et la station 4, il y a $(4-1) = 3$ distances inter-stations, donc la distance entre la station 1 et la station 4 est donc d'environ $3 \times 450 = 1{,}350\,\mathrm{m}$
2. Il y a 60 minutes dans une heure, donc 24 minutes correspondent à : $\dfrac{24}{60} = \dfrac{4}{10} = 0,4\,$h.

   Pendant cette durée, le bus parcourt 9,9 km, cela donne une vitesse moyenne de $\dfrac{9,9}{0,4} = 24.75\,\mathrm{km/h}$.

3. Une augmentation de 40 %, cela se traduit par un coefficient multiplicateur de $1 + \dfrac{40}{100} = 1,4$.

   Le nouveau prix du bus Calédorail serait donc de : $190 \times 1,4 = 266\,\text{F}$.

**Exercice 5 :** **17 points**

1. (a) On compte 21 pays dans la série statistique présentée, qui ont accumulé :
$14+14+11+9+8+7+5+55+5+4+3+2+2+2+1+1+1+1+1+1+1 = 102$ médailles d'or.
Le nombre moyen de médaille d'or des pays en ayant obtenu s'établit donc à $\dfrac{34}{7} \approx 4,9$ médailles (au dixième près).

   (b) Il y a 21 pays dans notre série statistique, donc comme $\dfrac{21+1}{2} = 11$, la médiane est la 11e valeur de la série, rangée dans l'ordre (croissant, ou décroissant, peu importe). Ici, la médiane est donc de 4.

   (c) Au moins la moitié des pays ont un nombre de médailles inférieur ou égal à 4.
En effet, il y en a 11 (Norvège, Allemagne, Canada, États-Unis, Pays-Bas, Suède, République de Corée, Suisse, France, Autriche et Japon), et 11 est supérieur à $\dfrac{21}{2}$.

   De façon analogue, on peut aussi dire Au moins la moitié des pays ont un nombre de médailles supérieur ou égal à 4.
Là encore, 11 pays ont un nombre de médailles inférieur ou égal à 4 (Japon, Italie, Russie, République Tchèque, Bélarus, Chine, Slovaquie, Finlande, Grande Bretagne, Pologne et Hongrie), et 11 est supérieur à $\dfrac{21}{2}$.

2. Comme il faut additionner tous les effectifs, la formule la plus efficace est : $=\mathrm{SOMME(B2{:}\ K2)}$.

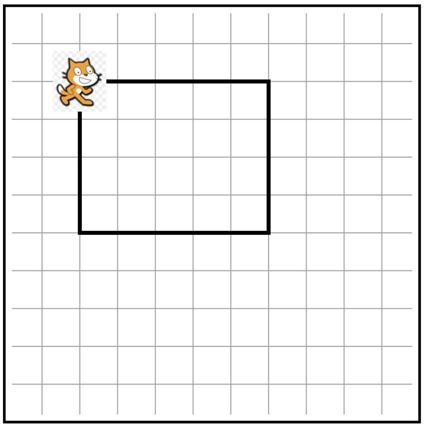
3. Dans cette expérience aléatoire, on choisit un pays au hasard, donc on est en situation d'équiprobabilité, avec vingt et une issues possibles, donc :

   (a) Il y a six issues favorables à l'évènement (Chine, Slovaquie, Finlande, Grande Bretagne, Pologne et Hongrie), donc la probabilité de l'évènement est $\dfrac{6}{21}$.

   (b) Il y a dix issues favorables à l'évènement (Norvège, Allemagne, Canada, États-Unis, Pays-Bas, Suède, République de Corée, Suisse, France et Autriche), donc la probabilité de l'évènement est $\dfrac{10}{21}$.

**Exercice 6 :** **10 points**

1. En suivant le programme, une fois que le stylo est en position d'écriture, le chat est orienté vers la droite, et il avance d'abord de 100 pas, d'où un premier segment horizontal de 100 pas (donc 5 carreaux sur la figure).
   Ensuite, il tourne vers la droite, de **angle**ř, soit ici 90ř, donc il est maintenant orienté vers le bas.
   C'est là qu'il avance de **longueur** pas, donc, ici de 80 pas (soit un segment vertical de 4 carreaux sur la figure).
   Puis il tourne de $180-$**angle** $= 180-90 = 90$ř. Il est donc maintenant orienté vers la gauche.
   Puis, le programme continue pour terminer le parallèlogramme, qui, ici, sera un rectangle. On obtient la figure ci-contre:



2. Puisque le parallélogramme est aussi un rectangle dans ce deuxième exemple, on va également choisir **angle** = 90.

   Ce parallélogramme étant même un carré, il faut que les quatre côtés soient de même longueur, de 100 pas sur la figure, donc on choisit **longueur** = 100.

3. Sur les trois figures proposées la longueur des côtés qui ne sont pas horizontaux est bien la moitié de la longueur des côtés horizontaux, donc seul l'angle permettra de trancher.

   Avec le rappel fait au début de l'exercice, si l'angle saisit est de $75$, l'angle constaté entre les deux segments tracés sera l'angle supplémentaire, dont la mesure sera donc : $180 - 75 = 105$.

**Exercice 7 :** **12 points**

1. L'affirmation est **Vraie**.

   *Justification :* Dans le triangle ABC, le côté le plus long est le côté [AB].

   On a d'une part : $\text{AB}^2 = 7,5^2 = 56,25$ et, d'autre part : $\text{AC}^2 + \text{BC}^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$.

   On a donc $\text{AB}^2 = \text{AC}^2 + \text{BC}^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est rectangle (en C).

2. L'affirmation est **Fausse**.

   Un contre-exemple permet de l'établir : $(-1) \times (-2) \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

   Le produit 120 est strictement positif, alors que deux des facteurs étaient négatifs (en fait, il faut et il suffit que le nombre de facteurs négatifs soit pair pour que le produit soit positif).

3. L'affirmation est **Fausse**.

   En effet, $56\,\text{m} \times \dfrac{1}{28} = 2\,\text{m} = 200\,\text{cm}$.

   Le rapport de réduction correct est : $\dfrac{1}{280}$

**Exercice 8 :** **12 points**

Déterminons l'aire de chacun des trois modèles. Dans les trois cas, le triangle est rectangle, donc on choisira comme base l'un des côté adjacent à l'angle droit, et la hauteur correspondante sera alors l'autre côté adjacent à l'angle droit.

1. L'aire du modèle 1 est : $\mathcal{A}_1 = \dfrac{\text{ES} \times \text{EL}}{2} = \dfrac{4 \times 3,5}{2} = 7\,\text{m}^2$.

   Le modèle 1 ne convient pas.

2. Le modèle 2 est un triangle rectangle en P, donc, d'après le théorème de Pythagore :

   $\text{PT}^2 = \text{OT}^2 - \text{PO}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16\,\text{m}^2$.

   Donc $\text{PT} = \sqrt{16} = 4\,\text{m}$.

   On en déduit $\mathcal{A}_2 = \dfrac{\text{PO} \times \text{PT}}{2} = \dfrac{3 \times 4}{2} = 6\,\text{m}^2$.

   Le modèle 2 ne convient pas non plus.

3. Le triangle est rectangle, on pourrait utiliser ici le théorème de Pythagore, mais, pour changer, on va utiliser la trigonométrie.

   Dans le triangle rectangle MUR, on a : $\cos\widehat{\text{MRU}} = \dfrac{\text{UR}}{\text{MR}}$, soit $\cos(45) = \dfrac{\text{UR}}{6}$.

   Donc on en déduit $\text{UR} = 6\cos(45) = 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \approx 4.24\,\text{m}$.

   Comme le triangle est isocèle en U, on a : $\text{MU} = \text{UR}$

On a alors : $\mathcal{A}_3 = \dfrac{\text{MU} \times \text{UR}}{2} = \dfrac{3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 9\,\text{m}^2$.

Le modèle 3 convient.

Finalement, seul le modèle 3 convient à Lisa.