

Calculer la longueur CD.

Pour que le parcours soit validé il est nécessaire que les droites (CD) et (BE) soient parallèles et que la mesure de l'angle \widehat{ACD} soit supérieure à 20°.

1. Les droites (CD) et (BE) sont-elles parallèles ?
2. La mesure de l'angle \widehat{ACD} est-elle supérieure à 20° ?
3. Le parcours est-il validé ?

Partie B : La natation

Concernant l'épreuve de natation, il s'agit de nager une distance de 200 m.

Voici les temps de 9 élèves: 5 min 30 s ; 5 min 45 s ; 5 min 49 s ; 5 min 50 s ; 6 min ; 6 min 11 s ; 6 min 12 s ; 6 min 20 s ; 6 min 40.

4. Quel est le temps médian de cette série ?
5. Un poisson rouge nage à la vitesse de 5 km/h.
Nage-t-il plus vite que l'élève le plus rapide ?

Exercice 3

18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, quatre réponses (A, B, C ou D) sont proposées.

Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.

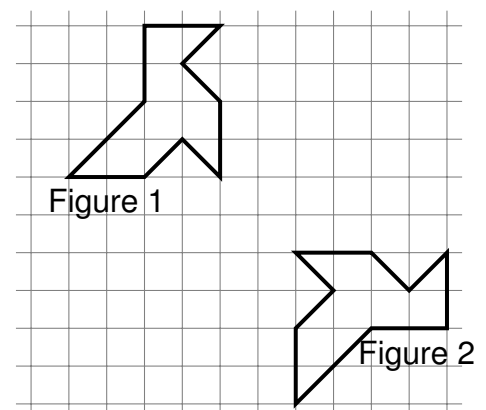
Question 1

Le prix de 3 melons est 8,40 €. Combien coûtent 5 melons ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
16,40 €	42 €	14 €	10,40 €

Question 2

Quelle transformation permet de passer de la figure 1 à la figure 2 ?



Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
Une symétrie centrale	Une rotation	Une translation	Une symétrie axiale

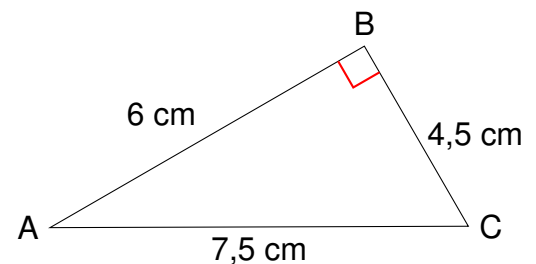
Question 3

Un article coûte 350 €. Son prix augmente de 20%. Quel est son nouveau prix?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
420 €	330 €	370 €	280 €

Question 4

Quelle est l'aire du triangle rectangle ABC ?



Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
27 cm^2	$13,5 \text{ cm}^2$	18 cm^2	9 cm^2

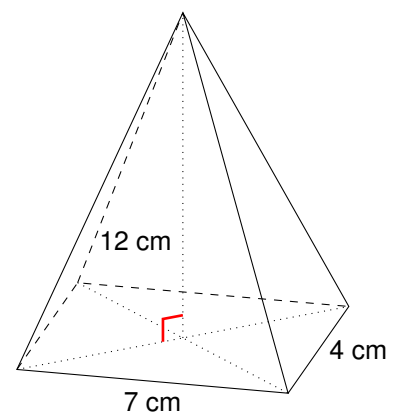
Question 5

Quelle est la forme développée et réduite de l'expression $(2x + 3)(x - 4)$?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$2x^2 - 5x - 12$	$2x^2 - 11x - 12$	$2x^2 - 12$	$3x - 1$

Question 6

Quel est le volume de cette pyramide à base rectangulaire ?



Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
23 cm^3	112 cm^3	336 cm^3	168 cm^3

Exercice 4

20 points

Au club Mathsetmagie , on s'amuse à créer des programmes de calcul plus ou moins magiques.

Partie A : Le programme de Zoé

Voici le programme de calcul de Zoé :

Programme de Zoé :

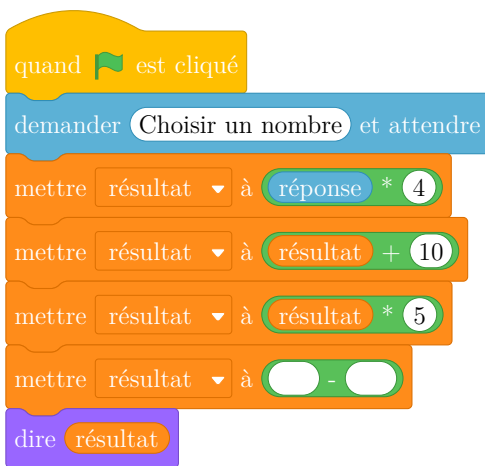
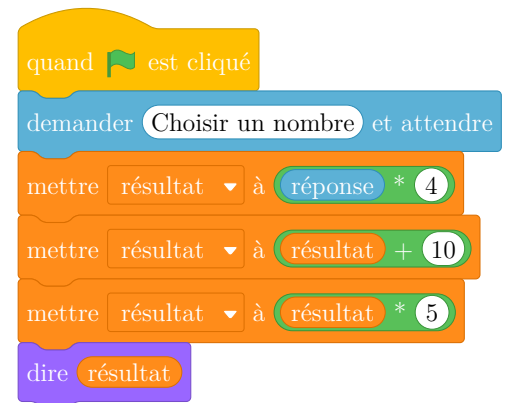
- Choisir un nombre
- Soustraire 4
- Multiplier par 2
- Ajouter 8.

1. Vérifier que si on choisit 10 comme nombre de départ, on obtient 20 avec ce programme.
2. Quel résultat obtient-t-on avec ce programme si on choisit -7 comme nombre de départ?
3. Zoé prétend que son programme est magique car, quel que soit le nombre choisi, le résultat est toujours le double du nombre de départ. A-t-elle raison?

Partie B : Le programme de Fred

Fred décide de faire son programme de calcul sur Scratch :

4. Démontrer que si le nombre de départ est x , le résultat obtenu avec le programme de Fred est $20x + 50$.
5. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 75 avec le programme de Fred?



6. Constatant que son programme n'a rien de magique, Fred souhaite le modifier afin que le résultat soit toujours 20 fois plus grand que le nombre de départ. Recopier et compléter sur la copie la sixième ligne du programme pour que ce soit le cas.

Exercice 5

19 points

Un garage propose 2 options au client :

- Option Achat : prix d'achat de la voiture 22400 €. Assurance obligatoire 75 € par mois.
- Option Location : 425 € par mois, assurance comprise.

L'objectif de cet exercice est de comparer ces deux options.

Partie A

1. Montrer qu'avec l'option Achat la dépense à la fin de la première année est de 23,300 €.
2. Après 36 mois, calculer l'économie réalisée par le client s'il choisit l'option Location?
3. Afin de comparer les dépenses correspondantes à ces options le client a réalisé le tableau suivant à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de mois	12	24	36	48	60
2	Dépense en € Option Achat	23,300	24,200	25,100	26,000	26,900
3	Dépense en € Option Location					

Quelle formule doit être saisie dans la cellule B3 qui, étendue jusqu'à la cellule F3, permet de compléter le tableau ?

Partie B

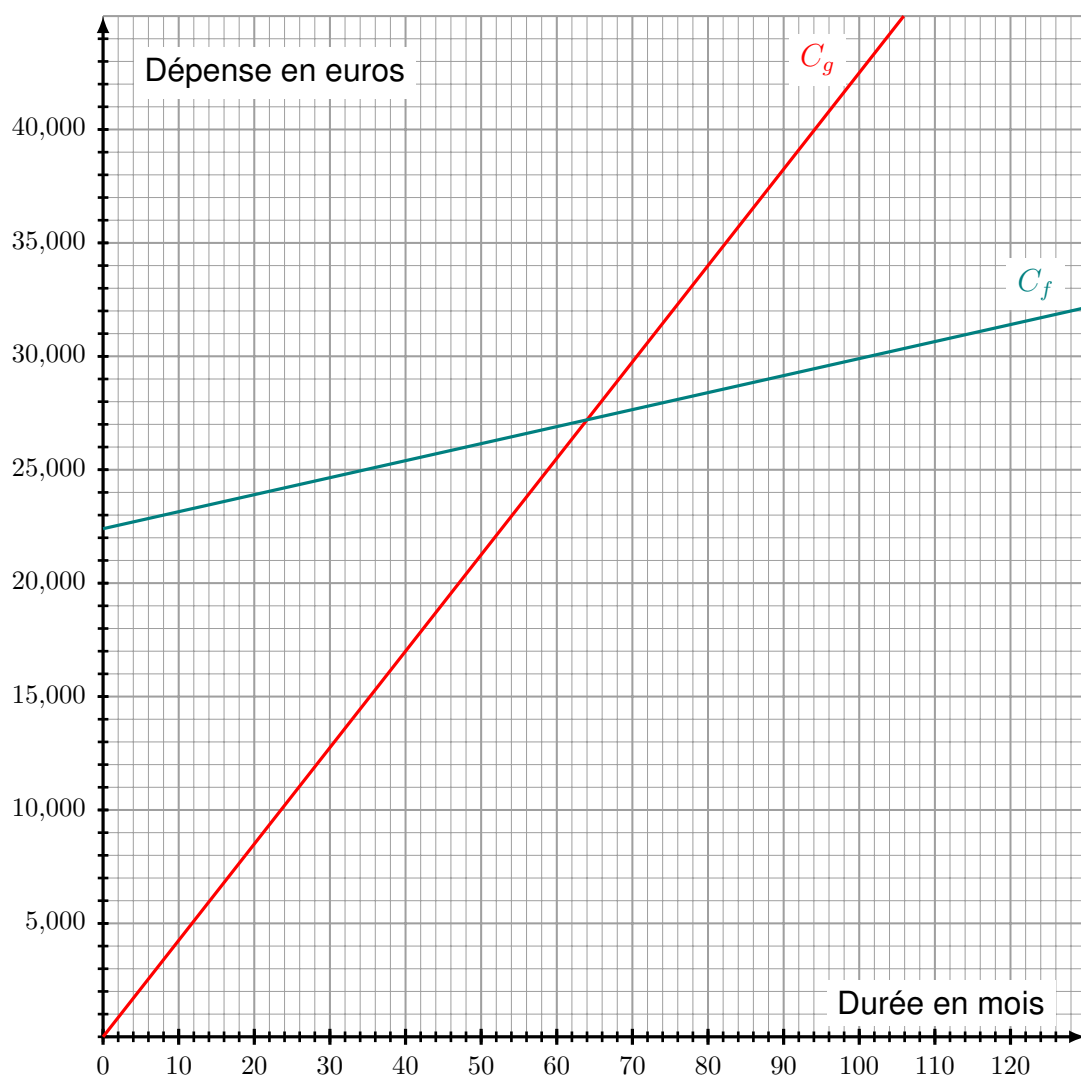
On souhaite maintenant modéliser les deux options précédentes par des fonctions.

On note x la durée écoulée en mois depuis la livraison de la voiture.

La fonction g , permettant de calculer la dépense correspondant à l'option Location, peut s'écrire sous la forme : $g(x) = 425x$.

4. Déterminer l'expression de $f(x)$ permettant de calculer la dépense correspondant à l'option Achat.
5. Sur le graphique de la page suivante, on a tracé les courbes représentatives C_f et C_g des fonctions f et g .

Par lecture graphique, déterminer à partir de combien de mois, l'option Achat est la plus avantageuse.



Correction



Exercice 1

20 points

On dispose d'une urne A contenant 6 boules numérotées: 7 ; 10 ; 12 ; 15 ; 24 ; 30 et d'une urne B contenant 9 boules numérotées: 2 ; 5 ; 6 ; 8 ; 17 ; 18 ; 21 ; 22 ; 25. Les boules sont indiscernables au toucher.

1. Il y a 4 nombres pairs sur 6 nombres : la probabilité est donc égale à $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
2. Les nombres premiers sont : 2 ; 5 ; 17 : la probabilité est donc égale à $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
3. Dans l'urne A, $12 = 6 \times 2$; $24 = 6 \times 4$ et $30 = 6 \times 5$ sont des multiples de 6.
 Dans l'urne B, $6 = 6 \times 1$; $18 = 6 \times 3$ sont des multiples de 6.
 C'est donc l'urne A qui contient le plus grand nombre de multiples de 6.
4. Dans l'urne A il y a 2 nombres supérieurs ou égaux à 20 : la probabilité est égale à $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
 Dans l'urne B, il y a 3 nombres supérieurs ou égaux à 20 : la probabilité est égale à $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$: les deux probabilités sont égales.
5. Le tirage dans l'urne A a une probabilité de $\frac{3}{7}$ celui dans l'urne B aura une probabilité de $\frac{4}{10} = 0,4$.
 Or $\frac{3}{7} \approx 0,428$, les probabilités ne sont plus égales.

Exercice 2

23 points

Partie A : La Course à pied

- On a $AD = AE - DE = 250 - 50 = 200$ (m).
- Dans le triangle ADC rectangle en A, le théorème de Pythagore permet d'écrire l'égalité :
 $DC^2 = DA^2 + AC^2 = 200^2 + 480^2 = 40,000 + 230,400 = 520^2$.
Donc $DC = 520$.
- (a) Si les droites (CD) et (BE) sont parallèles, les points A, C, B étant alignés dans cet ordre et les points A, D, E étant alignés dans cet ordre, on a une configuration de Thalès si en particulier on a l'égalité des rapports :
 $\frac{AC}{AD}$ et $\frac{AE}{AE}$, soit d'une part $\frac{480}{480 + 120} = \frac{480}{600}$ et d'autre part $\frac{200}{250} = \frac{4}{5}$ ou encore en multipliant chaque terme par 12 = $\frac{48}{60}$. Ces deux quotients sont de façon évidente égaux : les droites (CD) et (BE) sont donc parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.
(b) On a par exemple dans le triangle ACD rectangle en A, $\tan \widehat{ACD} = \frac{CA}{DA} = \frac{200}{480} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$.
La calculatrice donne $\widehat{ACD} \approx 22,6$.
Conclusion : les droites (CD) et (BE) sont parallèles et l'angle \widehat{ACD} a une mesure supérieure à 20, donc le parcours sera validé.

Partie B : La natation

- Il y a 9 temps rangés dans l'ordre croissant : comme $\frac{9-1}{2} = 4$, le 5e temps 6 min partage l'effectif des temps en deux séries de quatre temps : 4 inférieurs à 6 min et 4 supérieurs à 6 min : ce temps de 6 min est la médiane de la série.
- L'élève le plus rapide parcourt 200 m en 5 min 30 ou $5 \times 60 + 30 = 330$ s.
Sa vitesse est donc égale à $\frac{200}{330} = \frac{20}{33}$ (m/s) soit $\frac{20}{33} \times 3,600$ (m/h) soit environ 2,181.8 (m/h) et enfin environ 2,2 km/h. Le poisson rouge nage plus de deux fois plus vite que l'élève le plus rapide !

Exercice 3

18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, quatre réponses (A, B, C ou D) sont proposées.

Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.

Question 1

8,4 = 3 × 2,8, donc un melon coûte 2,80 € et 5 melons coûtent $5 \times 2,80 = \frac{2,8 \times 10}{2} = \frac{28}{2} = 14$ (€)

Question 2

Une symétrie autour de la droite perpendiculaire au segment ayant pour extrémités les deux points les plus proches des deux figures, perpendiculaire au milieu de ce segment.

Question 3

Augmenter de 20 % c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20$.

Donc $350 \times 1,2 = 420$ €. **Question 4**

En prenant comme base [AB] et [BC] comme hauteur, l'aire est égale à $\frac{6 \times 4,5}{2} = 3 \times 4,5 = 13,5 \text{ cm}^2$.

Question 5

$(2x + 3)(x - 4) = 2x \times x - 2x \times 4 + 3 \times x - 4 \times 3 = 2x^2 - 8x + 3x - 12 = 2x^2 - 5x - 12$.

Question 6

Avec la base rectangulaire d'aire $B = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$ et la hauteur $h = 12 \text{ (cm)}$, on a :

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{28 \times 12}{3} = 28 \times 4 = 112 \text{ cm}^3.$$

bigskip

Exercice 4

20 points

Partie A : Le programme de Zoé

- Choisir un nombre
- Soustraire 4
- Multiplier par 2
- Ajouter 8.

- $10 \mapsto 6 \mapsto 12 \mapsto 20$.
- De même en partant de -7 : $-7 \mapsto -11 \mapsto -22 \mapsto -14$.
- En partant du nombre a : $a \mapsto a - 4 \mapsto 2(a - 4) = 2a - 8 \mapsto 2a$: on obtient effectivement le double du nombre de départ.

Partie B : Le programme de Fred

- On obtient $x \mapsto 4x \mapsto 4x + 10 \mapsto 5(4x + 10) = 5 \times 4x + 5 \times 10 = 20x + 50$.
- Il faut trouver x tel que $20x + 50 = 75$, soit en ajoutant -50 à chaque membre : $20x = 25$ et en multipliant chaque membre par $\frac{1}{20}$, d'où $x = 25 \times \frac{1}{20} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} = 1,25$.
- IL faut écrire mettre résultat à résultat - 50

Exercice 5

19 points

Un garage propose 2 options au client:

- Option *Achat* : prix d'achat de la voiture 22,400 €. Assurance obligatoire 75 €par mois.
- Option *Location* : 425 €par mois, assurance comprise.

L'objectif de cet exercice est de comparer ces deux options.

Partie B

1. 22,400 €pour le prix d'achat plus le coût de l'assurance pendant 12 mois soit $12 \times 75 = 900$ €, soit un total de

$$22,400 + 900 = 23,300 \text{ €}.$$

2. De la même façon l'option *Achat* reviendra à : $22,400 + 36 \times 75 = 2,700$, soit un total de $22,400 + 2,700 = 25,100$.

L'option *Location* reviendra à $36 \times 425 = 15,300$

Donc sur une durée de 36 mois la location coûtera : $25,100 - 15,300 = 9,800$ de moins que l'achat.

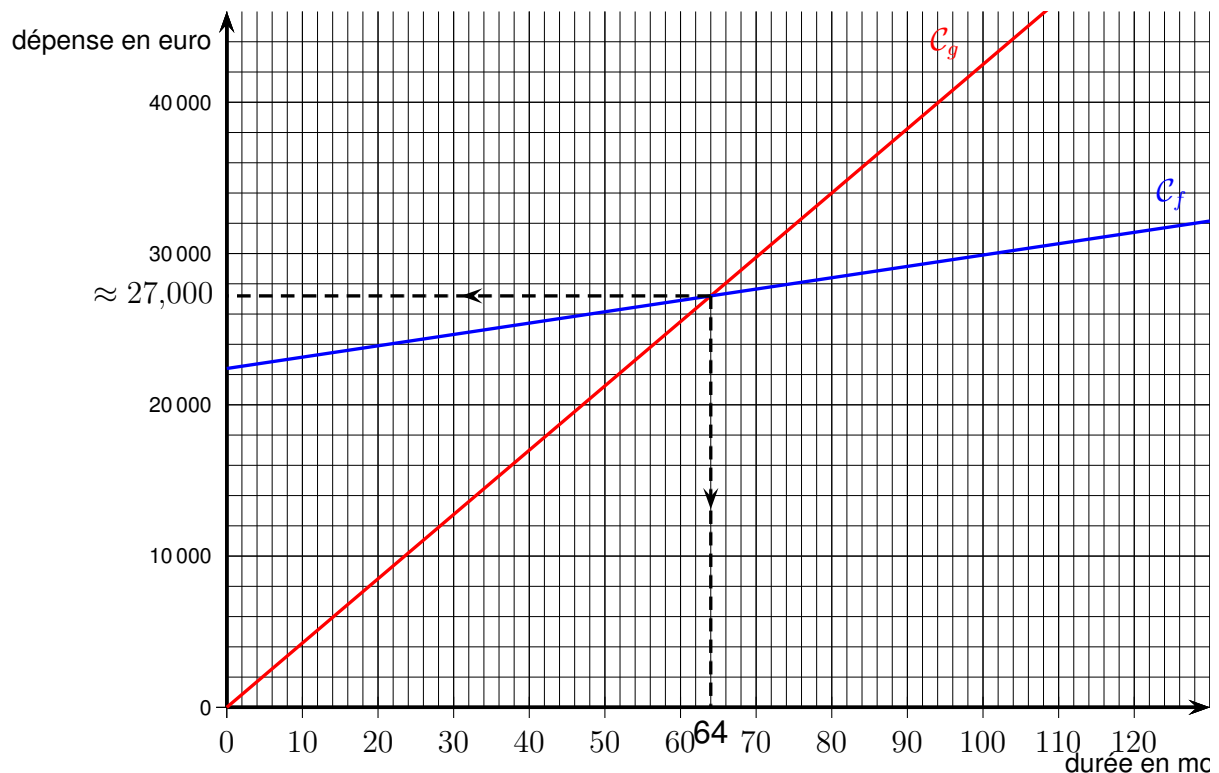
3. Dans la cellule il faut écrire =425 *B1.

Partie B

$$g(x) = 425x.$$

4. Au bout de x mois on aura dépensé 22,400 (€) et $x \times 75 = 75x$ (€) pour l'assurance obligatoire, soit un total de :

$$f(x) = 22,400 + 75x.$$



On lit sur le graphique que les deux droites sont sécantes au point d'abscisse 64 : donc à partir de 65 mois il est préférable, financièrement de choisir l'option *Achat*.

Remarque : on peut s'interroger sur la pertinence de cette comparaison entre achat et location :

- tout d'abord on laisse entendre qu'une voiture louée ne coûte rien en assurance, alors que celle-ci est obligatoire, mais que les assurances proposées par les loueurs sont souvent insuffisantes ;
- le concepteur du sujet semble ignorer que la plupart des locations sont proposées sur 3 et plus souvent 4 ans ;
- nulle part n'est signalé qu'à la fin de la location, le locataire n'a fait que payer et se retrouve sans rien ;
- enfin la même chose arrive en cas de vol ou d'accident grave du véhicule.

En conclusion il est très difficile de comparer location et achat.