Exercice 1 — 20 points

L'association sportive d'un collège propose aux élèves une activité escalade. La feuille de calcul ci-dessous obtenue à l'aide d'un tableur indique la répartition par âge des élèves inscrits à l'escalade.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Âge	10	11	12	13	14	15	Total
2	Effectif	1	3	8	12	4	2	

1. Quel est le nombre d'élèves âgés de 12 ans inscrits à l'escalade?
2. Calculer le nombre total d'élèves inscrits à l'escalade.
3. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule H2 pour obtenir le nombre total d'élèves inscrits à l'escalade ?
4. Le professeur affirme : $\frac{1}{5}$ des élèves inscrits à l'escalade ont 14 ans ou plus .

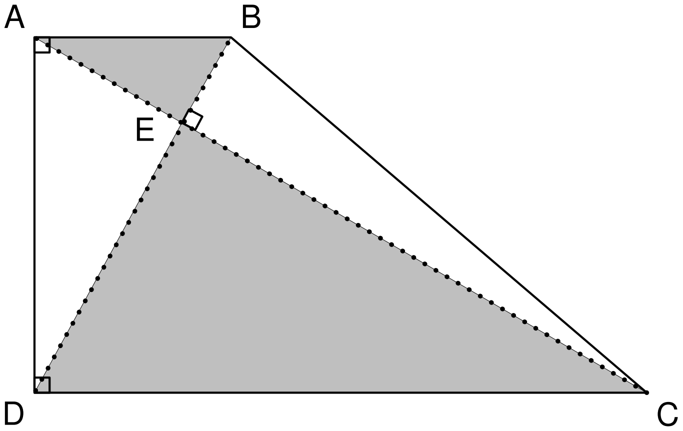
   A-t-il raison ?
5. L'année dernière, la moyenne des âges des élèves inscrits à l'escalade était de 13 ans.

   La moyenne des âges des élèves inscrits à l'escalade cette année a-t-elle augmenté par rapport à l'année dernière ?
6. L'association prévoit une hausse de 10 % des inscriptions à l'escalade l'année prochaine.

   Déterminer le nombre d'élèves qui seront inscrits à l'escalade l'année prochaine.

Exercice 2 — 22 points

Le jardin botanique d'une ville peut être représenté par le quadrilatère ABCD ci-dessous.



On sait que :

- AB $= 500$ m, BE $= 250$ m et DE $= 750$ m ;
- les segments [AC] et [BD] se coupent au point E.

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

1. Quelle est la longueur du segment [DB] ?
2. En raisonnant dans le triangle rectangle ABD, montrer que la longueur du segment [AD], arrondie au mètre, est égale à environ 866 m.
3. (a) Calculer le sinus de l'angle $\widehat{\text{EAB}}$.
   (b) En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{EAB}}$.
4. (a) Montrer que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
   (b) Montrer que la longueur du segment [CD] est égale à 1,500 m.
5. Un piéton fait le tour du jardin botanique en marchant à la vitesse moyenne de 1,1 m/s.

   Il lit sur son plan que la longueur du segment [BC] est environ égale à 1,323 m.

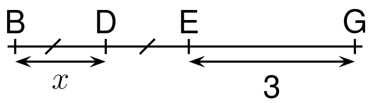
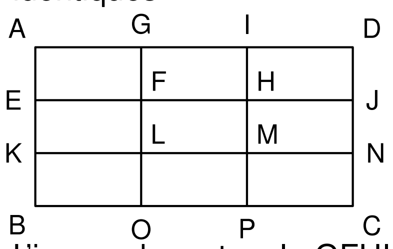
   Le temps mis par le piéton pour faire le tour du jardin botanique est-il inférieur à une heure?

Exercice 3 — 20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

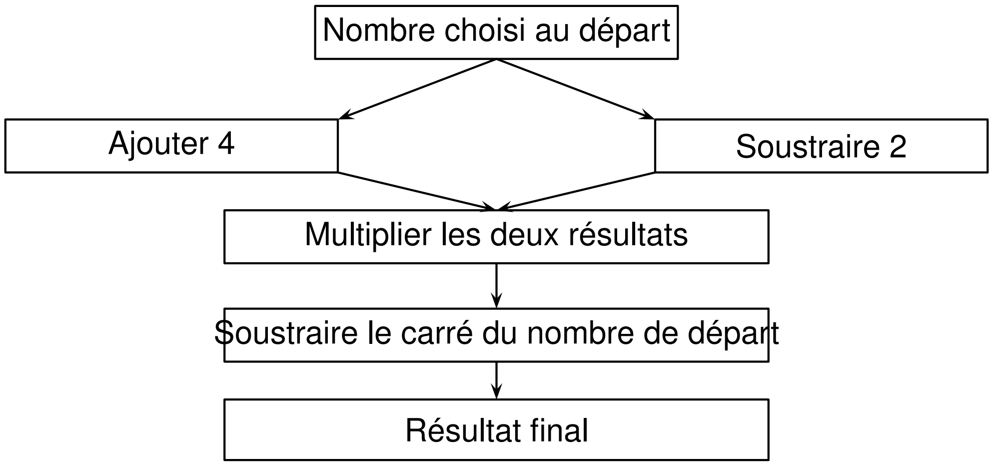
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées. **Une seule réponse est exacte**.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. $(-3)^2$ est égal à	-9	-6	6	9
2. La décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 360 est	$2^3 \times 9 \times 5$	$8 \times 3^2 \times 5$	$2^3 \times 3^2 \times 7$	$2^3 \times 3^2 \times 5$
3. Un rectangle d'aire 135 cm^2 a pour largeur 3 cm. Combien mesure sa longueur ?	15 cm	45 cm	132 cm	405 cm
4. Quelle expression littérale correspond à la longueur du segment [BG] ? 	$3x^2$	$2x^2+3$	$5x$	$2x+3$
5. Le rectangle ADCB est partagé en neuf rectangles identiques.  L'image du rectangle GFHI par la translation qui transforme D en M est le rectangle	EKLF	HMNJ	KBOL	MPCN

Exercice 4 — 20 points

On considère le programme de calcul suivant.



1. Montrer que si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 2.

2. On choisit x comme nombre de départ.

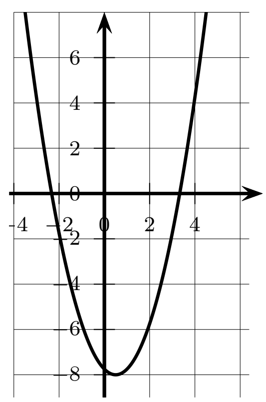
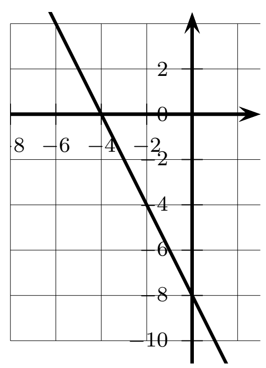
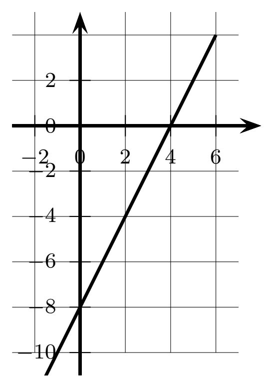
   (a) Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui permet d'exprimer le résultat de ce programme de calcul en fonction de x ? Aucune justification n'est attendue.

Expression A	Expression B	Expression C	Expression D
$x+4\times x-2-x^2$	$x+4\times x-2-2x$	$(x+4)\times(x-2)-x^2$	$(x+4)\times(x-2)-2x$

   (b) Montrer que le résultat du programme de calcul peut s'écrire sous la forme $2x-8$.

3. On appelle f la fonction définie par $f(x)=2x-8$.

   Voici trois représentations graphiques:

Représentation 1	Représentation 2	Représentation 3
		

   (a) La représentation graphique de la fonction f est la représentation 3. Expliquer pourquoi les représentations 1 et 2 ne conviennent pas.

(b) Déterminer l'image de 4 par la fonction f.

4. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme de calcul soit égal à 100 ?

Exercice 5 — 18 points

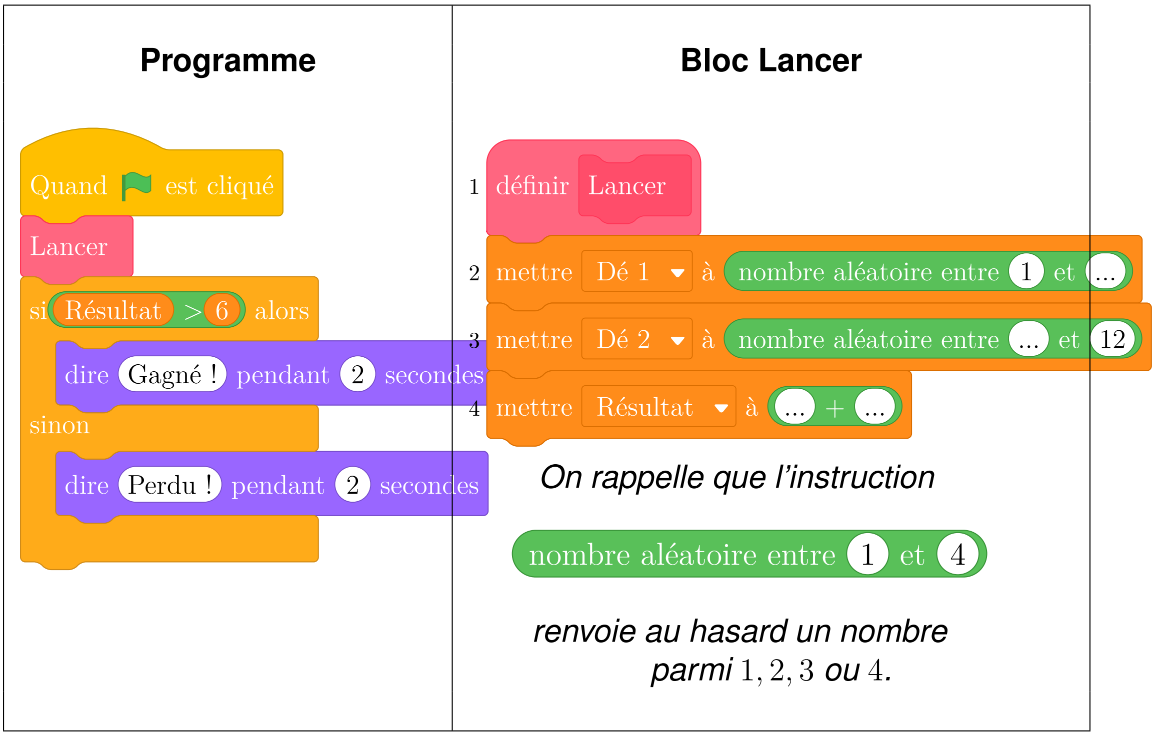
Partie A

Tom a acheté un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12.
Il lance ce dé et s'intéresse au résultat qui apparaît sur la face du dessus.
Sur la photo ci-contre de ce dé, le résultat obtenu est 3.

1. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir le nombre 4 est égale à $\frac{1}{12}$.
2. Quelle est la probabilité que le résultat obtenu soit un nombre pair ?
3. Tom pense que la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est supérieure à 0,3. A-t-il raison ?

Partie B

Tom souhaite maintenant simuler le lancer de deux dés équilibrés à 12 faces numérotées de 1 à 12.
Le bloc lancer simule le lancer des deux dés et calcule la somme obtenue.
Par exemple, si le résultat du dé 1 est égal à 3 et que le résultat du dé 2 est égal à 5 alors la somme sera égale à 8.
Voici le programme de Tom.



1. **Recopier les lignes 2, 3 et 4** du bloc Lancer en les complétant.
2. Si le résultat du dé 1 est égal à 8 et le résultat du dé 2 est égal à 3, qu'affichera le programme ? Justifier.

Correction

$\dfrac{4{,}189}{1,1} \approx 3{,}808\,\text{s}$.

Or, une heure, c'est 60 minutes, soit $60 \times 60 = 3{,}600$ (secondes).

$3{,}808 > 3{,}600$, donc il faudra plus d'une heure au piéton pour faire le tour du jardin botanique : le temps est supérieur à une heure.

Remarque : on peut aussi convertir : 3,808 secondes, c'est 1 heure, 3 minutes et 28 secondes, donc supérieur à une heure.

Exercice 3 — 20 points

1. **Bonne réponse :** 9, réponse D.

   En effet, comme c'est $(-3)^2$, doit $(-1) \times (-1)$, le résultat est bien positif.

2. **Bonne réponse :** $2^3 \times 3^2 \times 5$, réponse D.

   En effet, dans deux propositions, on a 9 et 8 qui ne sont pas des nombres premiers. Dans la troisième proposition fausse, le calcul ne donne pas 360 :

   $2^3 \times 3^2 \times 7 = 504 \neq 360$.

   Par contre : $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360,$ et les facteurs représentés sont 2, 3 et 5, qui sont bien premiers.

3. **Bonne réponse :** 45 cm, réponse B.

   En effet, l'aire du rectangle est donnée par : $\mathcal{A} = L \times \ell,$ où L est la longueur du rectangle et ℓ sa largeur.

En remplaçant les informations connues, on a : $135 = L \times 3$

Donc : $L = 135 \div 3 = 45\,\text{cm}$.

4. Bonne réponse : $2x + 3$, réponse D.

   En effet, les points D et E sont sur le segment [BG], et les longueurs BD et DE sont codées comme étant égales. On a donc :

   $\text{BG} = \text{BD} + \text{DE} + \text{EG} = x + x + 3 = 2x + 3$.

5. **Bonne réponse :** KBOL, réponse C.

   En effet, la translation qui transforme D en M transforme G en K, F en B, H en O et I en L.

Exercice 4 — 20 points

1. Si on choisit 5, on a :

   - à gauche : $5 + 4 = 9$ et à droite : $5 - 2 = 3$;
   - en multipliant : $9 \times 3 = 27$;
   - en soustrayant le carré de 5 : $27 - 5^2 = 27 - 25 = 2$.

   Avec 5 comme nombre de départ, on a bien 2 comme résultat final.

2. (a) **Bonne réponse :** $(x + 4)(x - 2) - x^2$, expression C.

   En effet, si on note x le nombre choisi, on a :

   - à gauche : $x + 4$ et à droite : $x - 2$;
   - en multipliant : $(x + 4)(x - 2)$;
   - en soustrayant le carré de x : $(x + 4)(x - 2) - x^2$.

   Dans l'expression A, on oublie les parenthèses, dans l'expression D, on confond le carré de x avec le double de x, et dans l'expression B, on cumule les deux erreurs des expressions A et D.

   (b) Développons notre expression :

   $$\begin{aligned}(x + 4)(x - 2) - x^2 &= x^2 - 2x + 4x - 8 - x^2 \\ &= x^2 - x^2 + (4 - 2)x - 8 \\ &= 2x - 8\end{aligned}$$

   On a bien le résultat final égal à $2x - 8$, sous sa forme développée et réduite.

3. (a) La représentation 1 ne convient pas, car la fonction f a une expression de la forme $f(x) = ax + b$, c'est donc une fonction affine, et donc, sa représentation graphique est une droite : la représentation 1 n'est pas une droite, elle ne convient pas.

   La représentation 2 ne convient pas non plus, car le coefficient directeur de f est 2, qui est positif. Cela signifie que, si on part d'un point qui est sur la représentation de f, et que l'on avance d'une unité en abscisse, alors il faut évoluer de $+2$, soit augmenter de 2 unités en ordonnées : c'est ce qui se passe pour la représentation 3, mais la représentation 2, il faudrait **diminuer** de 2 unités en ordonnées, c'est pour cela que la représentation 2 ne convient pas.

   (b) La représentation 3 passe par le point de coordonnées $(4; 0)$, donc l'image de 4 par la fonction f est 0.

4. Si on veut que le résultat final soit égal à 100, et que l'on cherche le nombre à choisir, cela revient à résoudre l'équation $f(x) = 100$.

$$\begin{aligned} f(x) = 100 &\iff 2x - 8 = 100 \\ &\iff 2x = 108 \\ &\iff x = \frac{108}{2} \\ &\iff x = 54 \end{aligned}$$

Pour obtenir 100 comme résultat final, il faut avoir choisi 54 comme nombre de départ.

Exercice 5 — 18 points

Partie A

1. Il y a 12 faces sur le dé, donc 12 issues possibles à l'expérience.

   Comme les 12 faces sont numérotées de 1 à 12, cela signifie que chaque numéro est présent sur une face et une seule.

   Donc il y a une seule face qui porte le numéro 4 : il n'y a qu'une seule issue favorable à l'événement.

   La probabilité est donc : $\dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb d'issues total}} = \dfrac{1}{12}$.

   La probabilité est bien de $\dfrac{1}{12}$.

2. Dans les nombres de 1 à 12, il y a six nombres pairs : 2; 4; 6; 8; 10 et 12.

   La probabilité est donc de : $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$.

3. Il y a quatre multiples de 3 : 3; 6; 9 et 12.

   La probabilité est donc de : $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33 > 0,3$.

   Tom a raison, la probabilité d'avoir un multiple de 3 est de $\dfrac{1}{3}$, qui est supérieure à 0,3.

Partie B

1. Pour simuler un lancer de dé à 12 faces, il faut un nombre aléatoire entre 1 et 12. Cela donne donc :

```
mettre Dé 1 à nombre aléatoire entre 1 et 12
mettre Dé 2 à nombre aléatoire entre 1 et 12
mettre Résulat à Dé 1 + Dé 2
```

2. Si le résultat du dé 1 est 8 et celui du dé 2 est 3, alors à la fin du bloc Lancer, la variable Résultat contient la valeur $8 + 3 = 11$.

   Dans le programme principal, le test Résultat > 6 sera donc Vrai, puisque 11 > 6, et donc le lutin va dire Gagné ! pendant 2 secondes.