Exercice 1 **20 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées. **Une seule réponse est exacte**.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Question 1

La décomposition en produit de facteurs premiers de 120 est:

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$2 \times 3 \times 4 \times 5$	$15 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^3 \times 3 \times 5$	$53 + 67$

Question 2

Dans la cellule A2, la formule = − 4 * A1 - 12 a été saisie.

On l'étire jusqu'à la cellule B2.

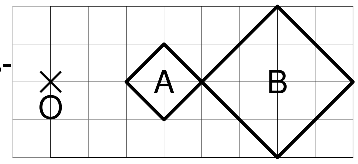
La valeur obtenue dans la cellule B2 est .:

	A	B
1	2	5
2	-20	

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
-32	-20	8	68

Question 3

Sur la figure ci-contre, le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme le carré A en le carré B est:



Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
-2	$-0,5$	0,5	2

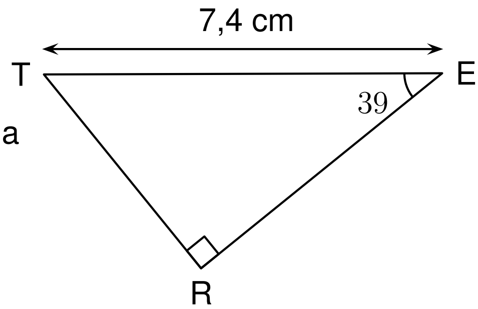
Question 4

Une écriture factorisée de $4x^2 - 1$ est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$(2x-1)(2x+1)$	$(4x-1)(4x+1)$	$4(x-1)(x+1)$	$(2x-1)^2$

Question 5

Dans le triangle TER ci-contre, la mesure de la longueur RE arrondie au centième de cm est :



Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
4,66 cm	5,75 cm	9,52 cm	11,76 cm

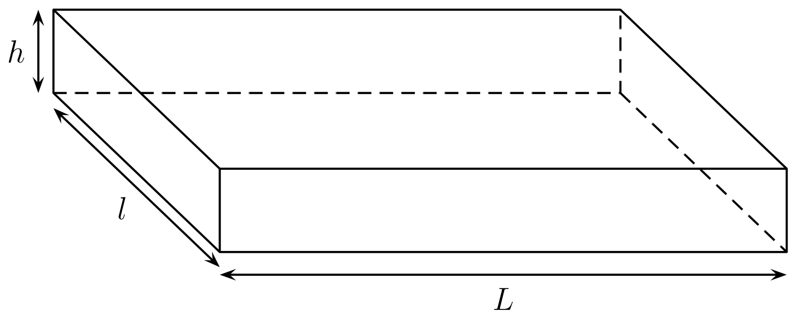
Exercice 2 **19 points**

L'entreprise Transport Rapide doit livrer cinq colis nommés A, B, C, D et E ayant des masses différentes précisées dans le tableau ci-dessous:

Nom du colis	A	B	C	D	E
Masse en kg	4	9	2	7	11

1. Calculer la moyenne des masses des colis en kg.
2. Déterminer la médiane des masses des colis en kg. Interpréter ce résultat.
3. Le transporteur choisit au hasard un colis parmi les cinq (A, B, C, D ou E) pour une livraison express. Calculer la probabilité pour qu'il sélectionne un colis dont la masse est inférieure à 8 kg.

Les colis ont la forme d'un pavé droit de longueur L, de largeur l et de hauteur h, représenté ci-dessous.



Voici les dimensions des cinq colis.

Colis	Longueur L en mètre	Largeur l en mètre	Hauteur h en mètre
A	0,4	0,3	0,5
B	0,5	0,4	0,8
C	0,3	0,1	0,5
D	0,4	0,3	0,7
E	0,5	0,4	0,6

4. (a) Vérifier que le volume du colis E est de $0,12$ m^3.

   (b) L'entreprise souhaite calculer la masse volumique d'un colis dont la formule est rappelée ci-dessous. Montrer que la masse volumique du colis E arrondie au dixième est $91,7$ kg/m^3.
   On rappelle que la formule qui permet de calculer la masse volumique d'un objet en kg/m^3 est:

$$\frac{\text{masse (en kg)}}{\text{volume (en m}^3)}$$

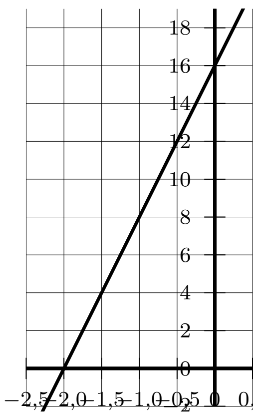
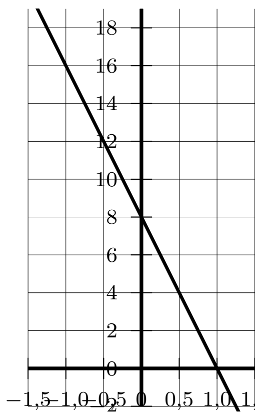
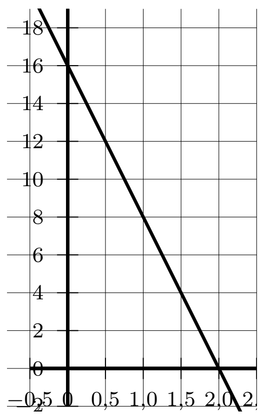
   (c) Le transporteur affirme Le colis E est plus lourd que le colis C, donc la masse volumique du colis E est plus grande que celle du colis C . A-t-il raison ?

Exercice 3 **21 points**

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Multiplier le nombre choisi par -2
- Ajouter 4 au résultat
- Multiplier le résultat obtenu par 4

1. Montrer que si l'on choisit 1 comme nombre de départ dans le programme, le résultat obtenu est 8.
2. Quel est le résultat si le nombre de départ est -2 ?
3. Si l'on note x le nombre de départ, montrer que le résultat peut s'écrire $-8x + 16$.
4. (a) Résoudre l'équation $-8x + 16 = 4$.
   (b) En déduire le nombre de départ qu'il faut choisir pour obtenir 4 comme résultat.
5. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, quelle est celle qui représente la fonction f définie par $f(x) = -8x + 16$? Expliquer la démarche.

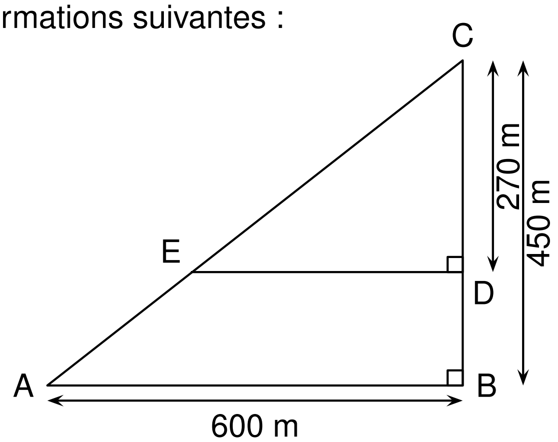
Représentation graphique 1	Représentation graphique 2	Représentation graphique 3
		

Exercice 4 **21 points**

Un agriculteur souhaite cultiver un champ représenté par le triangle ABC ci-contre.
Sur la figure qui n'est pas à l'échelle, on a les informations suivantes :

- le triangle ABC est rectangle en B ;
- les points C, E et A sont alignés ;
- les points C, D et B sont alignés ;
- AB $= 600$ m ; BC $= 450$ m ; CD $= 270$ m.

Les parties A *et* B *sont indépendantes*



Partie A : étude géométrique du terrain

1. Montrer que le segment [AC] mesure 750 mètres.
2. (a) Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.
   (b) Montrer que le segment [DE] mesure 360 mètres.
3. Montrer que l'aire du triangle CDE est 48,600 m^2.

Partie B : étude du prix du mélange de graines

L'agriculteur souhaite semer un mélange de graines (blé, seigle et pois) en respectant les indications suivantes.

Indication 1 : prix au kilo pour chaque type de graine

- Blé: 1,40 €/kg
- Seigle: 1,30 €/kg
- Pois: 2,10 €/kg

Indication 2 : répartition du type de graines pour une surface de 10,000 m^2

- Blé : 80 kg
- Seigle : 60 kg
- Pois: 50 kg

1. Un vendeur lui propose des sacs contenant un mélange de blé, seigle, et pois selon le ratio 16 : 12 : 8. Montrer que la composition de ce sac ne respecte pas l'indication 2.
2. L'agriculteur souhaite semer le mélange de graines sur la partie du champ représentée par le triangle CDE dont l'aire mesure 48,600 m^2. Il a calculé qu'il doit prévoir 388,80 kg de blé pour respecter la répartition indiquée dans l'énoncé.

   Justifier le calcul de l'agriculteur.
3. L'agriculteur dispose d'un budget de 1,500 € pour semer le mélange de graines sur la totalité des 48,600 m^2 de terrain.

   Il a calculé qu'il doit acheter 388,80 kg de blé, 291,6 kg de seigle et 243 kg de pois pour respecter la répartition indiquée dans l'énoncé.

   L'agriculteur dispose-t-il d'un budget suffisant?

Exercice 5 **19 points**

Un digicode commande l'ouverture de la porte d'entrée de la maison de la grand-mère de Léna.

Léna a oublié le code. Elle sait qu'il est composé d'une lettre A, B, ou C, suivie d'un chiffre compris entre 0 et 9.

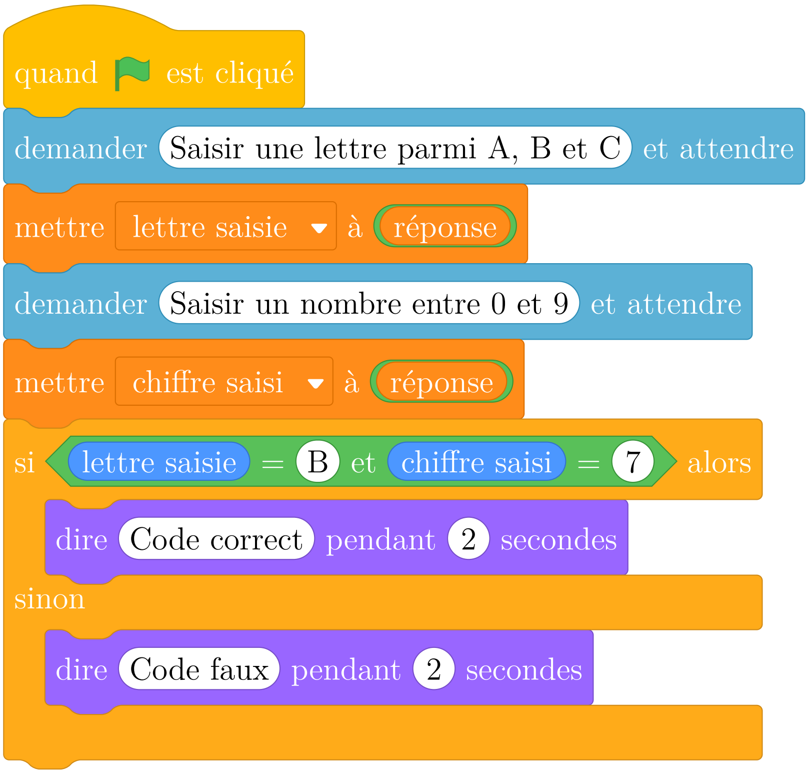
1. Proposer deux codes différents que Léna peut tester.
2. Quelle est la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi la lettre C dans son code ?
3. Montrer que la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi le chiffre 7 dans son code est $\frac{1}{10}$.

4. Léna se souvient que sa grand-mère, enseignante de mathématiques à la retraite, aime bien les nombres premiers. Quelle est la probabilité que le code choisi par sa grand-mère comporte un nombre premier ?

5. (a) Léna décide de tester tous les codes possibles. Elle estime qu'il lui faut 5 secondes pour essayer un code. Réussira-t-elle à ouvrir la porte de la maison en moins de 3 minutes?

   (b) Le format de ce code garantit-il la sécurité de la maison? Comment pourrait-on améliorer ce système de code?

6. Chaque fois qu'un utilisateur saisit un code, un programme lui annonce si le code est correct ou faux. Le programme utilisé est noté ci-dessous.



   (a) Léna saisit le code B5. Qu'affiche le programme ?

   (b) D'après ce programme, quel est le code qui permet d'entrer dans l'immeuble de la grand-mère de Léna ?

Correction

Exercice 1 QCM **20 points**

Question 1 : $120 = 12 \times 10 = 4 \times 3 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$: réponse C

Question 2 $(-4) \times 5 - 12 = -20 - 12 = -32$: réponse A

Question 3 Les dimensions du carré B sont le double de celles du carré A. Rapport d'homothétie de centre de centre O égal à 2 : réponseD

Question 4$4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1^2$ identité de la forme $a^2 - b^2$.

$4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$: réponse A

Question 5 Dans le triangle TER rectangle en R, par définition du cosinus :

$\cos \widehat{\text{RET}} = \dfrac{\text{ER}}{\text{ET}}$, soit $\cos 39 = \dfrac{\text{ER}}{7,4}$; on en déduit que ER $= 7,4 \times \cos 39 \approx 5,751$ (grâce à la calculatrice), soit 5,75 cm au centième près : réponse B

Exercice 2 **19 points**

1. La moyenne des masses est égale à : $\overline{m} = \dfrac{4 + 9 + 2 + 7 + 11}{5} = \dfrac{33}{5} = 6,6$ (kg).
2. Dans la liste des masses rangées dans l'ordre croissant 2 ; 4 ; 7 ; 9 ; 11, la troisième valeur 7 partage l'ensemble des masses en deux ensembles de même effectif : c'est donc la médiane.
3. Il y a 3 colis sur 5 qui ont une masse inférieure à 8 ; la probabilité est donc égale à $\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.
4. (a) Volume du colis E : $0,5 \times 0,4 \times 0,6 = 0,2 \times 0,6 = 0,12$ m^3.

   (b) masse volumique du colis E : $\dfrac{11}{0,12} = \dfrac{1100}{12} \approx 91,67$, soit environ 91,7 kg/m^3 au dixième près.

(c) Volume du colis C : $0,3 \times 0,1 \times 0,5 = 0,03 \times 0,015$ m^3.
La masse volumique du colis C est égale à : $\dfrac{2}{0,015} = \dfrac{2{,}000}{15} \approx 133,3$ kg/m^3. Donc le transporteur a tort.

Exercice 3 **21 points**

1. On obtient : $1 \longmapsto -2 \longmapsto 2 \longmapsto 8$.
2. $-2 \longmapsto 4 \longmapsto 8 \longmapsto 32$.
3. En partant du nombre x :
$x \longmapsto -2x \longmapsto -2x + 4 \longmapsto 4(-2x + 4) = -8x + 16$.
4. (a) De $-8x + 16 = 4$ en ajoutant $8x$ à chaque membre, on obtient :
$16 = 4 + 8x$ puis en ajoutant -4 à chaque membre :
$12 = 8x$ ou $4 \times 3 = 4 \times 2x$ d'où $3 = 2x$ et en multipliant chaque membre par $\dfrac{1}{2}$
$3 \times \dfrac{1}{2} = x$ et enfin $x = \dfrac{3}{2} = 1,5$. Donc l'équation a une solution $S = \{1,5\}$.
(b) Le nombre de départ est 1,5.
5. • L'ordonnée à l'origine est égale à 16, donc le graphe 2 est disqualifié ;
• Le coefficient directeur de la droite est égal à -8 ; on doit donc en partant du point sur la droite de coordonnées (0 ; 16) se déplacer horizontalement à droite de 1 puis verticalement de 8 vers le bas ou de 2 à droite et 16 vers le bas pour retrouver un point de la représentation : c'est ce que l'on peut faire sur la représentation graphique 3.

Exercice 4 **21 points**

Partie A

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire AC^2 $=$ AB^2 $+$ BC^2 $=$ $600^2 + 450^2 = 360{,}000 + 202{,}500 = 562{,}500 = 750^2$, d'où AC $= 750$ (m).
2. (a) Les droites (DE) et (AB) étant perpendiculaires à la même droite (BC) sont parallèles.
(b) D'après le résultat précédent et les points A, E d'une part, B, D, C de l'autre sont alignés : le théorème de Thalès permet d'écrire l'égalité des rapports :
$\dfrac{\text{CD}}{\text{CB}} = \dfrac{\text{CE}}{\text{CA}} = \dfrac{\text{ED}}{\text{AB}}$.
En particulier $\dfrac{\text{CD}}{\text{CB}} = \dfrac{\text{ED}}{\text{AB}}$ soit $\dfrac{270}{450} = \dfrac{\text{ED}}{600}$.
Or $\dfrac{270}{450} = \dfrac{90 \times 3}{90 \times 5} = \dfrac{3}{5}$.
Ob a donc $\dfrac{3}{5} = \dfrac{\text{ED}}{600}$, d'où en multipliant par 600 :
ED $= \dfrac{3}{5} \times 600 = \dfrac{3 \times 5120}{5} = 3 \times 120 = 360$ (m).

3. L'aire du triangle CDE est égale à $\dfrac{\text{DE} \times \text{DC}}{2} = \dfrac{360 \times 270}{2} = 180 \times 270 = 48{,}600$ (m^2).

Partie B

1. On a $\dfrac{80}{16} = 5$, $\dfrac{60}{12} = 5$ et $\dfrac{50}{8} = 6,25$: le ratio n'est pas respecté.
2. Il faut 80 kg de blé pour 10,000 m^2, soit $\dfrac{80}{10{,}000}$ kg pour 1 m^2 et enfin
$\dfrac{80}{10{,}000} \times 48{,}600 = 80 \times 4,86 = 388,8$ (kg) pour le terrain CDE.
3. Pour le seigle il aura besoin de la même façon de : $\dfrac{60}{10{,}000} \times 48{,}600 = 60 \times 4,86 = 291,6$ (kg)
Pour les pois il lui faudra acheter : $\dfrac{50}{10{,}000} \times 48{,}600 = 50 \times 4,86 = 243$ (kg).
Tout ceci lui coûtera :
$388,8 \times 1,4 + 291,6 \times 1,3 + 243 \times 2,1 = 1{,}433.7$, soit **1,433.70 €**: son budget est suffisant.

Exercice 5 **19 points**

1. B3 ou C9 sont des codes possibles
2. On peut choisir entre 3 lettres puis entre 10 chiffres : il y a donc $3 \times 10 = 30$ codes possibles différents.
Il y a 10 codes commençant par C : la probabilité que le code commence par la lettre C est donc : $\dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.
3. Il y a trois codes se finissant par 7 : A7, B7 et C7.
La probabilité que le code se finisse par 7 est égale à $\dfrac{3}{30} = \dfrac{1}{10} = 0,1$.
4. 2, 3, 5 et 7 sont premiers : il y a 3 codes finissant par l'un de ces 4 nombres, soit $\times 4 = 12$ codes contenant un nombre premier.
La probabilité que le code contienne un nombre premier est donc égale à $\dfrac{12}{30} = \dfrac{6 \times 2}{6 \times 5} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4$.
5. (a) Avec 30 codes différents il lui faudra au maximum : $30 \times 5 = 150$ s soit $120 + 30$ s ou 2 min 30 s, donc en moins de 3 min.
(b) N'importe qui peut trouver le code en 2 min 30 s maximum : c'est insuffisant.
En prenant l'une des 26 lettres de l'alphabet, il faudra $26 \times 5 \times 3 = 390$ s soit 6 min 30 s soit en plus de deux fois plus de temps.
6. (a) B5 n'est pas le code attendu ; le programme affiche Code faux.
(b) Le code attendu est B7.