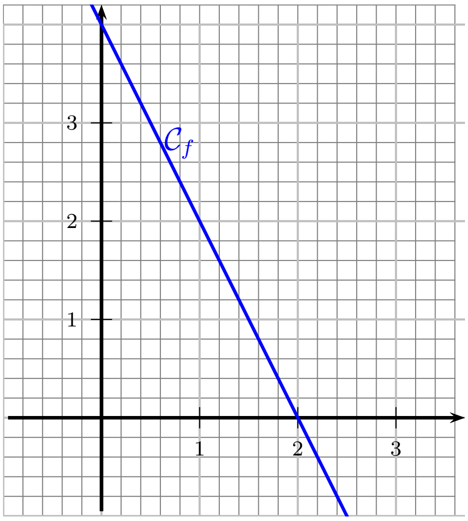


Exercice 2 : 24 points

bDans la figure ci-contre qui n'est pas représentée en vraie grandeur:

- Les points G, C et E sont alignés ;
- Les points F, C et D sont alignés ;
- Les droites (GF) et (DE) sont parallèles.
- Le triangle CDE est rectangle en D
- CD = 21.6 cm, CE = 29.1 cm, FC = 17.2 cm.

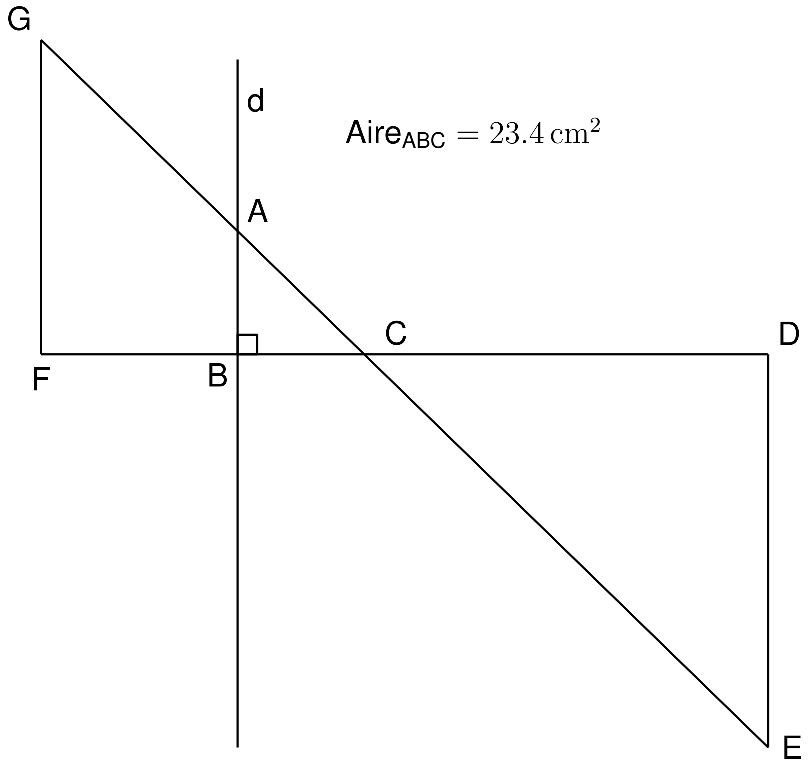
1. Montrer que la longueur DE est égale à

b

Calculer l'aire du triangle CDE.

Calculer la longueur GF arrondie au millimètre près.

On trace une droite (d) perpendiculaire à (FC) avec un logiciel de géométrie dynamique. La droite (d) coupe le segment [GC] en A et le segment [FC] en B. En affichant l'aire du triangle ABC à l'aide du logiciel, on obtient $23.4\,\mathrm{cm}^2$.

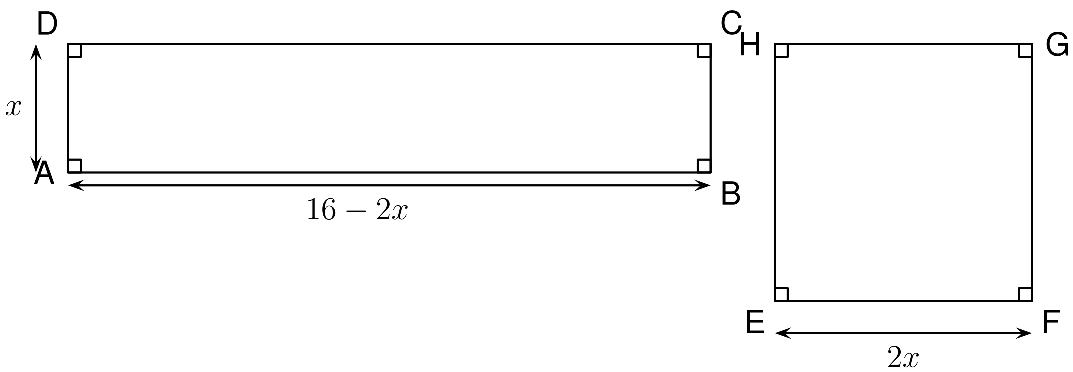


1. Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $\frac{1}{9}$ de l'aire du triangle CDE.
2. On admet que les triangles ABC et EDC sont semblables.
   Déterminer la longueur AB.

Exercice 3 : 20 points

Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.
On considère :

- le rectangle ABCD tel que AD = x et AB = $16 - 2x$;
- le carré EFGH tel que EF $= 2x$.



PARTIE A : Dans cette partie, $x = 1.5\,\text{cm}$.

1. Calculer le périmètre du carré EFGH.
2. Calculer AB.
3. Construire en vraie grandeur le rectangle ABCD.
4. Les périmètres de ABCD et EFGH sont-ils égaux ?

PARTIE B : Dans cette partie, on cherche pour quelle(s) valeur(s) de x, le périmètre du rectangle est égal au périmètre du carré.

1. Pour essayer de répondre au problème, on utilise la feuille de calcul suivante:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Valeur de x	1	2	3	4	5	6
2	Périmètre du carré	8	16	24	32	40	48
3	Périmètre du rectangle	30	28	26	24	22	20

   (a) Quel formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer jusqu'à G2?
   (b) Ce tableau nous permet-il de trouver une valeur de x pour laquelle les deux périmètres sont égaux ?

2. (a) Montrer que le périmètre du rectangle peut s'écrire $-2x + 32$.
   (b) Déterminer la solution au problème par la résolution d'une équation.

Exercice 4 : 17 points

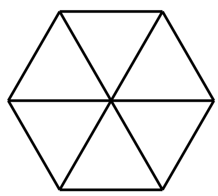
Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.

Rappel:

L'instruction s'orienter à 90 signifie que le lutin se dirige vers la droite.

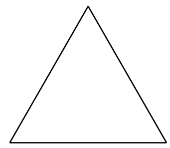
PARTIE A :

Un élève souhaite tracer un hexagone à partir de 6 triangles équilatéraux comme sur la figure ci-contre.



Pour cela, il commence par écrire le script ci-dessous du motif triangle équilatéral:

```
1 définir triangle équilatéral
2 répéter ( ) fois
3     avancer de ( ) pas
4     tourner de ↺ de ( ) degrés
```



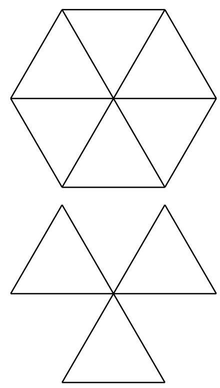
1. Compléter et recopier sur la copie les lignes 2, 3 et 4 du script pour que le lutin dessine un triangle équilatéral de côté 50 pas.

2. Cet élève teste les deux programmes A et B. Il obtient les deux dessins ci-dessous.
   Quel programme permet de tracer l'hexagone souhaité ?

Programmes testés	
Programme A	Programme B

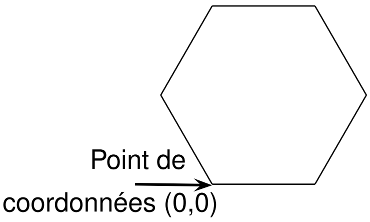
quand la touche A est pressée
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (90)
effacer tout
stylo en position d'écriture
répéter (6) fois
  triangle équilatéral
  tourner ↺ de (60) degrés
	quand la touche B est pressée
	aller à x: (0) y: (0)
	s'orienter à (90)
	effacer tout
	stylo en position d'écriture
	répéter (6) fois
	  triangle équilatéral
	  tourner ↺ de (120) degrés

Dessins obtenus

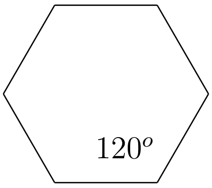


PARTIE B:
Un autre élève souhaite tracer un hexagone régulier de 50 pas de côté comme sur la figure ci-dessous:

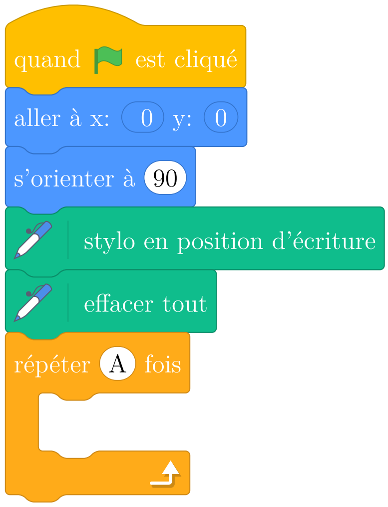
figure obtenue



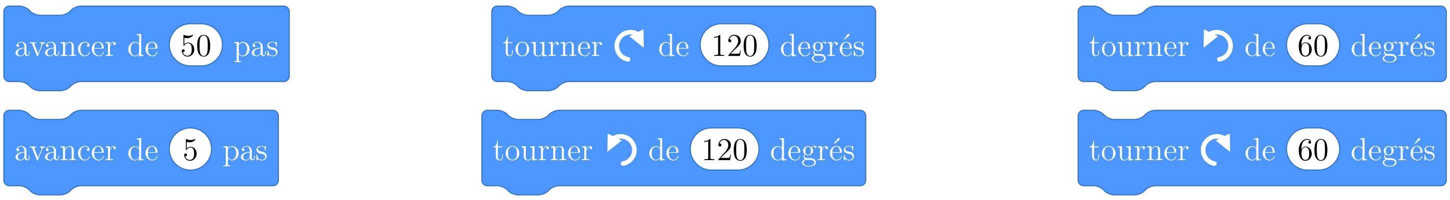
Informations sur les hexagones



Il a écrit le programme suivant :



1. Sur la copie, recopier le bloc répéteren remplaçant A par sa valeur et en le complétant avec 2 instructions choisies parmi les 6 instructions proposées ci-dessous:



Exercice 5 : 23 points

PARTIE A :

Un magasin a reçu 650 poissons dont 350 poissons de type A et 300 poissons de type B.
La responsable du magasin souhaite vendre ces poissons par lots de sorte que :

- le nombre de poissons de type A soit le même dans chaque lot ;
- le nombre de poissons de type B soit le même dans chaque lot ;
- tous les poissons soient répartis dans les lots.

1. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produits de facteurs premiers du nombre 300 ? **Aucune justification n'est demandée.**

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 5 \times 15$	$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$	$22 \times 3 \times 5^2$

2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 350.

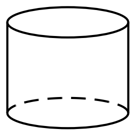
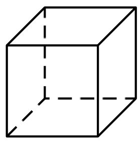
3. Quel nombre maximal de lots la responsable du magasin pourra-t-elle constituer ?
4. Dans ce cas, combien y aura-t-il de poissons de chaque type dans chaque lot ?

PARTIE B :

Le magasin a d'autres poissons, appelés poissons combattants .

1. En captivité, il faut prévoir au moins 15 litres d'eau par poisson combattant.

   Sachant qu'un aquarium est rempli aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur, lequel doit-on choisir pour un poisson combattant ?

Aquarium 1	**Aquarium 2**	**Rappels**
 **Cylindre** Diamètre de la base = 30 cm Hauteur : 25 cm	 Pavé droit Longueur : 28 cm Largeur : 28 cm Hauteur : 30 cm	Le volume d'un pavé droit est donné par la formule V = Longueur $\times$ Largeur $\times$ Hauteur Le volume d'un cylindre de rayon de la base r est donné par la formule $V = \pi \times r^2 \times$ Hauteur 1 dm$^3 = 1$ L

2. Le prix d'un poisson combattant est de 15 €. Une famille achète un poisson combattant et un aquarium. L'aquarium coûte 40 €.

   Le vendeur propose une remise de $15\,\%$ sur le prix total.

   Combien va payer la famille ?

Correction

1. On a calculé : $\mathcal{A}_{\text{CDE}} = 210.6\,\text{cm}^2$.

   Donc : $\dfrac{1}{9} \times \mathcal{A}_{\text{CDE}} = \dfrac{1}{9} \times 210,6 = 23.4\,\text{cm}^2$.

   On a effectivement l'aire de ABC qui est $\dfrac{1}{9}$ de l'aire de CDE.

2. *Remarque :* cette première partie n'était pas demandée : on admet que les triangles sont semblables.

   Les triangles ABC et CDE sont effectivement semblables, car comme (AB) est perpendiculaires à (FC), et que (DE) l'est aussi, ces deux droites sont parallèles. Les deux triangles CBA et CDE forment donc une configuration où l'on peut appliquer le le théorème de Thalès, et donc les deux triangles sont semblables.

   Appelons k le rapport de proportionnalité entre les longueurs du triangle CDE et celles de CBA. On sait donc que les aires sont proportionnelles, avec le rapport k^2.

   Comme on a calculé à la question précédente que le rapport de proportionnalité des aires est de $\dfrac{1}{9}$, cela signifie que $k^2 = \dfrac{1}{9}$.

   Comme k est un rapport entre des longueurs, qui sont positives, k sera positif aussi, donc : $k = \sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}$.

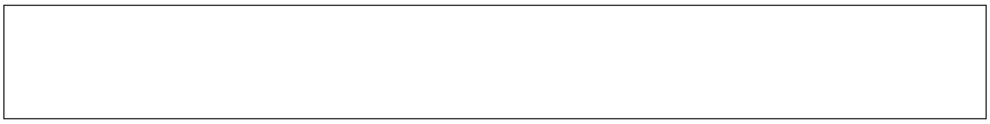
   Ainsi, la longueur homologue de AB dans CDE étant DE : $\begin{aligned} \text{AB} &= \frac{1}{3}\text{DE} = \frac{1}{3}19,5 \\ &= 6.5\,\text{cm} \end{aligned}$

Exercice 3 : 20 points

Partie A

1. Le périmètre de EFGH vaut : $4 \times 2x = 4 \times 2 \times 1,5 = 12\,\text{cm}$.
2. On a : $\text{AB} = 16 - 2x = 16 - 2 \times 1,5 = 13\,\text{cm}$.
3. $x = 1.5\,\text{cm} = \text{AD}$ et $\text{AB} = 13\,\text{cm}$.

   On construit le rectangle en utilisant son équerre, les lignes de la copie et sa règle graduée.

4. D'une part le périmètre de ABCD est :

$$\begin{aligned} 2 \times (\text{AB} + \text{AD}) &= 2 \times (1,5 + 13) \\ &= 2 \times 14,5 \\ &= 29\,\text{cm} \end{aligned}$$

D'autre part le périmètre de EFGH est d'après la question **1.** :

$$\begin{aligned} 4 \times \text{EF} &= 4 \times (2 \times 1,5) \\ &= 12\,\text{cm} \end{aligned}$$

Donc les périmètres de ABCD et de EFGH ne sont pas égaux quand x vaut $1.5\,\text{cm}$.

Partie B

1. (a) Le périmètre d'un carré, c'est quatre fois le côté du carré. Ici, le côté du carré, c'est $2x$, avec x qui est renseigné dans la cellule de la ligne 1.

   La formule en B2 est donc : $= 4*2*\text{A1}$ ou bien $= 8*\text{A1}$.

   (b) Non il n'y a aucune valeur de x dans ce tableau pour laquelle les deux périmètres sont égaux. On trouve des périmètres proches pour $x = 3$, mais ils ne sont pas égaux.

2. (a) Le périmètre du rectangle est donné par :

$$\begin{aligned} 2 \times (x + 16 - 2x) = 2 \times (16 - x) = 2 \times 16 - 2 \times x &= 32 - 2x \\ &= -2x + 32 \end{aligned}$$

   (b) On veut donc résoudre l'équation suivante :

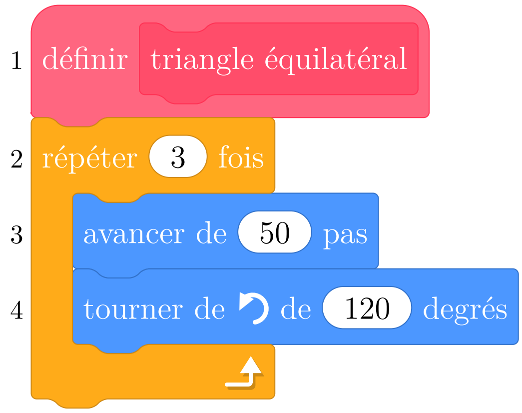
$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{ABCD}} &= \mathcal{P}_{\text{EFGH}} \\ -2x + 32 &= 4 \times 2 \times x \\ -2x + 32 &= 8x \\ -2x + 32 + 2x &= 8x + 2x \\ 32 &= 10x \\ 32 \div 10 &= 10x \div 10 \\ x &= 3,2 \end{aligned}$$

   La solution du problème est $3.2\,\text{cm}$.

Exercice 4 : 17 points

Partie A :

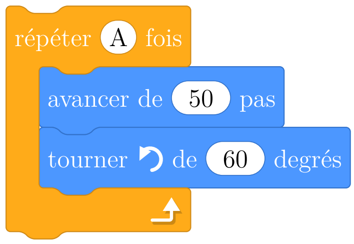
1. On veut un triangle équilatéral de côté 50 pas, donc on va avancer de 50 pas.
   Après avoir tracé le premier segment de 50 pas, le lutin est toujours orienté à droite, donc il doit tourner de 120 pour que le prochain segment forme un angle de 60 avec le précédent. On a donc :



2. **Réponse :** C'est le programme A : Les sommets successifs d'un hexagone régulier sont images les uns des autres par une rotation de centre le centre du polygone régulier et d'angle $\dfrac{360}{6} = 60°$.
   Or, après l'exécution du bloc triangle équilatéral, le lutin a effectué trois rotations de 120, donc il a tourné de 360, et il est orienté dans le même sens qu'au départ, en étant revenu à son point de départ (le centre de l'hexagone). En le faisant tourner de 60 avant de recommencer, cela permettra que le triangle équilatéral suivant soit la rotation du triangle précédent, avec un angle de 60.

Partie B : Hexagone régulier

1. Il faut avancer de 50 pas pour que les segments fassent 50 pas de long.
   Après le premier segment tracé, on sera "en bas à droite" de l'hexagone avec le lutin orienté à droite, donc il faut tourner vers la gauche, de 60 pour que le lutin s'oriente à 60 de l'horizontale, vers le haut et la droite, afin de laisser 120 entre le premier et le deuxième segment. On a donc :



Exercice 5 : 17 points

Partie A

1. C'est la proposition 2, car on a bien : $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, de plus dans les propositions 1 et 3, il y a des facteurs qui ne sont pas premiers (15 et 22 respectivement).

2. On a :
$$\begin{aligned} 350 &= 35 \times 10 \\ &= 5 \times 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

3. Pour respecter les consignes : tous les lots sont identiques et tous les poissons sont répartis dans les lots, il faut que le nombre de lots soit à la fois un diviseur de 300 et de 350.

   $\text{PGCD}(300; 350) = 2^1 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50.$

   Le magasin pourra constituer 50 lots maximum.

4. $\dfrac{350}{50} = 7$ et $\dfrac{300}{50} = 6.$
   Dans chaque lot il y aura 7 poissons de type A et 6 poissons de type B.

Partie B

1. Pour l'aquarium 1, les $\dfrac{4}{5}$ de la hauteur représentent $\dfrac{4}{5} \times 25 = 20\,\text{cm}.$

   Le volume d'eau sera donc celui d'un cylindre de rayon 15 cm et de hauteur 20 cm :

   $\mathcal{V}_1 = \pi \times 15^2 \times 20 = 4500\pi \approx 14{,}137\,\text{cm}^3$ soit $\mathcal{V}_1 \approx 14.2\,\text{dm}^3 \approx 14.2\,\text{L}.$

   L'aquarium 1 ne suffit pas.

   Pour l'aquarium 2, les $\dfrac{4}{5}$ de la hauteur représentent $\dfrac{4}{5} \times 30 = 24\,\text{cm}.$

   Le volume d'eau sera donc celui d'un pavé droit, de dimensions 28 cm, 28 cm et 24 cm.

   $\mathcal{V}_2 = 28 \times 28 \times 24 = 18{,}816\,\text{cm}^3 = 18.816\,\text{dm}^3 = 18.816\,\text{L} > 15\,\text{L}$

   Réponse : C'est l'aquarium 2 qu'il faut choisir.

2. Prix : $(15 + 40) \times \left(1 - \dfrac{15}{100}\right) = 55 \times 0,85 = 46,75$ €

   Réponse : Le prix à payer sera donc de : 46,75 €.

   On peut aussi calculer 15% de 55: $\dfrac{15}{100} \times 55 = 8,25$ puis le soustraire à 55. On peut aussi utiliser un produit en croix.