

Exercice 1

20 points

Pour faire écouter de la musique à son enfant, Aurélie a sélectionné 22 chansons : 9 chants de Noël, 6 comptines et des berceuses.

Le temps d'écoute total des chansons de sa liste est de 55 minutes.

1. Calculer le nombre de berceuses présentes dans la liste.
2. Calculer la durée moyenne d'une chanson de cette liste. Le résultat sera donné en minute et seconde.
3. Aurélie écoute une chanson. Elle utilise la fonction aléatoire de son lecteur, c'est-à-dire que la chanson écoutée est choisie au hasard parmi toutes les chansons de la liste.

(a) Montrer que la probabilité que la chanson écoutée soit une comptine est égale à $\frac{3}{11}$.

(b) Quelle est la probabilité que la chanson écoutée ne soit pas une berceuse ?

(c) Les chansons sont numérotées de 1 à 22. On considère l'évènement :

Le numéro de la chanson écoutée est un nombre premier.

La probabilité de cet évènement est-elle supérieure à $\frac{1}{3}$? Justifier.

Exercice 2

18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple(QCM). Pour chaque question, quatre réponses (A, B, C ou D) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la série suivante :

4 ; 8 ; 11 ; 7 ; 2 ; 3 ; 14

Quelle est l'étendue de cette série ?

A	B	C	D
10	7	12	14

2. Quel est le volume correspondant à 1 L ?

A	B	C	D
1 m ³	1 cm ³	1 dm ³	1 mm ³

3. Quel est le nombre dont l'écriture scientifique est $8,6 \times 10^{-4}$?

A	B	C	D
86,000	0.000,86	-0.000,86	0.000,086

4. La longueur et la largeur du drapeau de la France sont dans le ratio 3 : 2.

Quelle est la largeur du drapeau de la France dont la longueur est égale à 90 cm ?

A	B	C	D
54 cm	135 cm	45 cm	60 cm

5. Le prix d'un parfum est passé de 75 € à 60 €.

Quel pourcentage de réduction a été appliqué ?

A	B	C	D
80 %	25 %	15 %	20 %

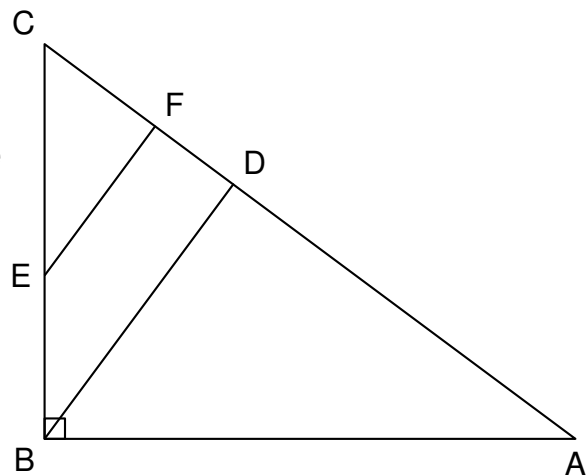
6. Quelle est la forme factorisée de $4x^2 - 25$?

A	B	C	D
$(2x - 5)^2$	$(2x - 5)(2x + 5)$	$(4x - 5)(4x + 5)$	$(4x - 5)^2$

Exercice 3

22 points

- ABC un triangle rectangle en B ;
- les points B, E et C sont alignés ainsi que les points A, D, F et C ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- $AB = 10$ cm, $BC = 7,5$ cm, $BE = 3$ cm, $BD = 6$ cm et $CF = 2,7$ cm.



- (a) Montrer que $CE = 4,5$ cm.
(b) Démontrer que la longueur EF est égale à $3,6$ cm.
- Démontrer que le triangle CEF est rectangle en F.
- (a) Calculer la mesure de l'angle \widehat{BCA} . Arrondir au degré.
(b) Les triangles ABC et CEF sont-ils semblables ?

Exercice 4

20 points

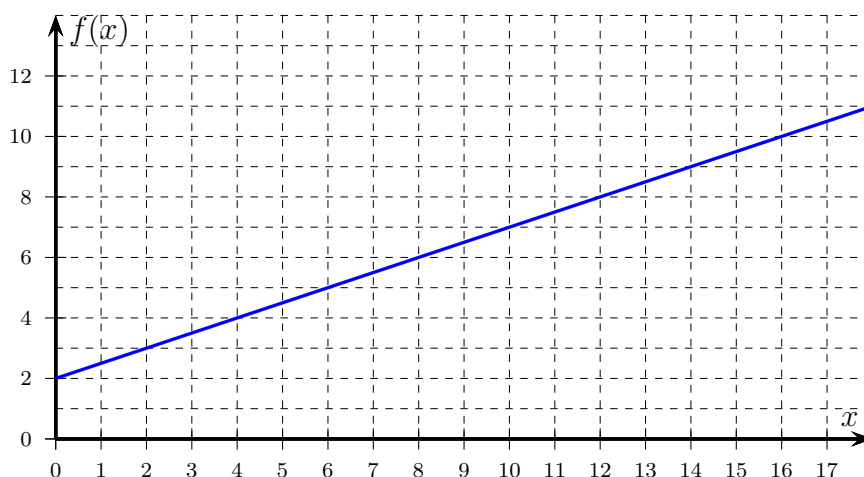
M. Durand vient de faire construire une piscine. Afin de se baigner dans une eau de bonne qualité, il est important de faire fonctionner la filtration de la piscine tous les jours durant l'été. Le temps quotidien de filtration idéal (en heure) est donné en fonction de la température de l'eau de la piscine (en degré Celsius, noté C). La méthode ci-dessous permet de calculer ce temps de filtration :

- Prendre la température de l'eau (en degré Celsius)
 - Lui ajouter 4
 - Multiplier le résultat par 0,5
- Le résultat obtenu correspond au temps de filtration (en heure).

1. Vérifier que pour une température de l'eau de 26 °C, le temps de filtration est de 15 h.
2. On note x la température de l'eau de la piscine (en degré Celsius).
Montrer que le temps de filtration, en heure, peut s'écrire $0,5x + 2$.
3. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie par

$$f(x) = 0,5x + 2$$

où x désigne la température de l'eau (en °C) et $f(x)$ le temps de filtration (en h).



- (a) Le temps de filtration est-il proportionnel à la température de l'eau de la piscine ?
 - (b) Quelle est l'image de 10 par la fonction ? Aucune justification n'est demandée.
4. Résoudre l'équation $0,5x + 2 = 17$ et interpréter ce résultat dans le contexte du problème.
 5. M. Durand a décidé de filtrer sa piscine 16 h par jour, tous les jours du 1er juillet au 31 août inclus.
À l'aide des documents ci-dessous, calculer la dépense liée au fonctionnement de la filtration au cours de cette période.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'a pas abouti.

Document 1 : Puissance

Puissance de la pompe : 0,8 kW
kW signifie kiloWatt

Document 2 : Prix

Prix d'un kWh : 0,23 €
kWh signifie kiloWatt-heure

Document 3 : Calcul de la consommation électrique de la pompe (en kWh)

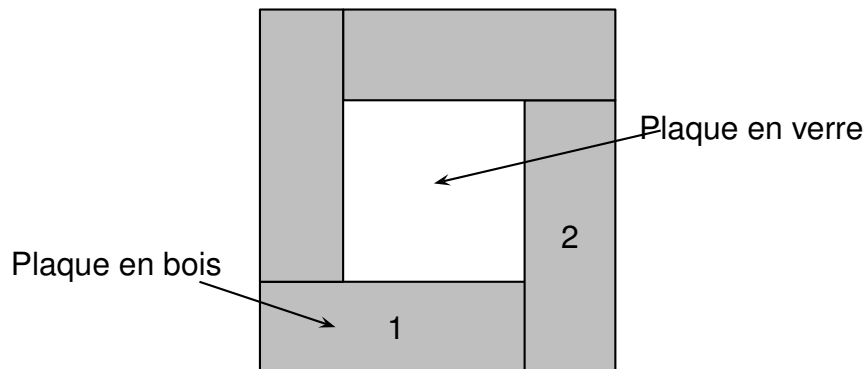
Puissance de la pompe (en kW) \times nombre d'heures d'utilisation par jour \times nombre de jours

Exercice 5

20 points

Le dessus d'une table carrée, de côté 80 cm, est composé de quatre plaques rectangulaires en bois identiques et d'une plaque carrée en verre au centre. Chaque plaque en bois a pour longueur 60 cm et pour largeur 20 cm.

Voici la vue du dessus de la table :

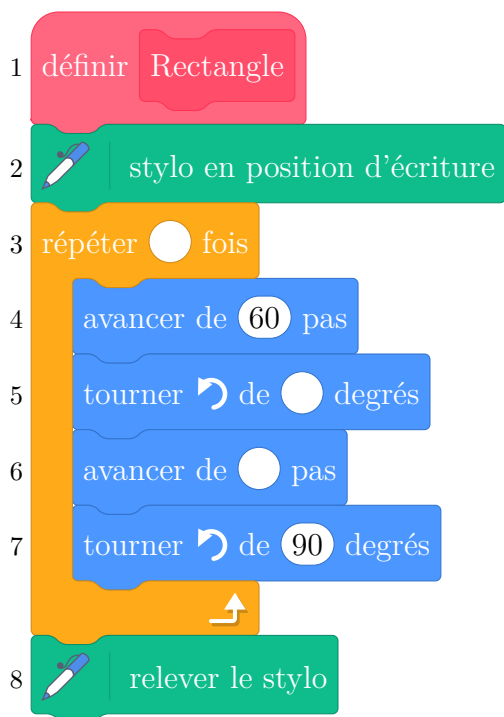


1. Montrer que l'aire du dessus de la table est égale à $6,400 \text{ cm}^2$.
2. Montrer que l'aire de la plaque en verre représente 25 % de l'aire totale du dessus de la table.
3. Quel est le nom de la transformation géométrique permettant de passer du rectangle 1 au rectangle 2 ? Aucune justification n'est demandée.
4. On souhaite réaliser un dessin du dessus de cette table avec le logiciel Scratch.

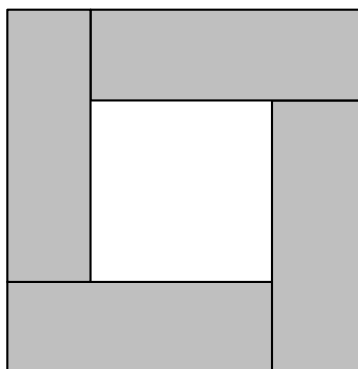
Le lutin est orienté vers la droite.

On a créé le bloc ci-dessous permettant de dessiner le rectangle 1 de la figure précédente, dans lequel 1 pas correspond à 1 cm.

- (a) Recopier et compléter les lignes 3, 5 et 6 du bloc.



(b) Parmi les trois programmes ci-dessous, lequel permet de tracer la vue du dessus de la table ?



Programme A	Programme B	Programme C
<pre> Quand est cliqué effacer tout répéter 4 fois Rectangle tourner 90 de 90 degrés </pre>	<pre> Quand est cliqué effacer tout répéter 4 fois Rectangle avancer de 60 pas tourner 90 de 90 degrés </pre>	<pre> Quand est cliqué effacer tout répéter 4 fois Rectangle avancer de 80 pas tourner 90 de 90 degrés </pre>

Correction



Exercice 1

20 points

1. Le nombre de berceuses présentes dans la liste est égale à la différence :

$$22 - (9 + 6) = 22 - 15 = 7.$$

2. Le temps total pour écouter les 22 musiques est de 55 minutes soit une moyenne par chanson de :

$$\frac{55}{22} = \frac{11 \times 5}{11 \times 2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Or 2,5 min = 2 min 30 s.

En moyenne écouter une chanson dure deux minutes et demie.

3. (a) Il y a 6 comptines sur les 22 chansons ; la probabilité d'écouter une comptine est donc égale à :

$$\frac{6}{22} = \frac{3}{11}.$$

- (b) On a vu que 15 chansons sur 22 ne sont pas des berceuses. La probabilité de ne pas écouter une berceuse est donc égale à :

$$\frac{15}{22}.$$

- (c) De 1 à 22, il y a 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 qui sont des naturels premiers, soit 8 nombres premiers.

La probabilité d'écouter une musique dont le numéro est premier est donc égale à

$$\frac{8}{22} = \frac{4}{11}.$$

Comparer $\frac{4}{11}$ et $\frac{1}{3}$, c'est comparer $\frac{4}{11} = \frac{4 \times 3}{11 \times 3} = \frac{12}{33}$ avec $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 11}{3 \times 11} = \frac{11}{33}$.

Comme $\frac{11}{33} < \frac{12}{33}$, $\frac{1}{3} < \frac{4}{11}$.

La probabilité d'écouter une musique étiquetée par un nombre premier est donc supérieure à $\frac{1}{3}$.

Exercice 2

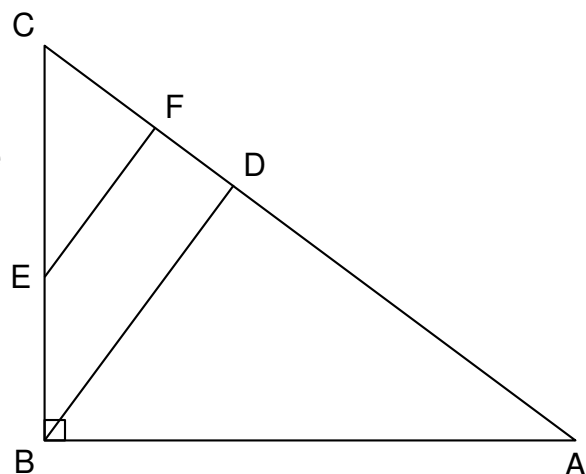
18 points

1. L'étendue est égale à $14 - 2 = 12$: réponse C.
2. $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$: réponse C.
3. $8,6 \times 10^{-4} = 0,000,86$: réponse B.
4. On a $\frac{\text{Longueur}}{\text{largeur}} = \frac{3}{2} = \frac{90}{\text{largeur}}$, d'où par produits en croix : $3 \times \text{largeur} = 2 \times 90$ et en simplifiant par 3 : $\text{largeur} = 2 \times 30 = 60$: réponse D.
5. La baisse est de $75 - 60 = 15$ (€) pour un prix initial de 75 €, soit une baisse en pourcent de : $\frac{15}{75} \times 100 = \frac{15 \times 1}{15 \times 5} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20$ (%) : réponse D.
6. $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$: cette différence de deux carrés se factorise en $(2x + 5)(2x - 5) = (2x - 5)(2x + 5)$: réponse B.

Exercice 3

22 points

- ABC un triangle rectangle en B ;
- les points B, E et C sont alignés ainsi que les points A, D, F et C ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles :
- $AB = 10 \text{ cm}$, $BC = 7,5 \text{ cm}$, $BE = 3 \text{ cm}$, $BD = 6 \text{ cm}$ et $CF = 2,7 \text{ cm}$.



1. (a) De $BE + EC = BC$, soit $3 + EC = 7,5$, on déduit que $EC = CE = 7,5 - 3 = 4,5$ (cm).

(b) C, E et B d'une part, C, F et D sont alignés et les droites (EF) et (BD) sont parallèles : d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CD}, \text{ soit } \frac{4,5}{7,5} = \frac{EF}{6}.$$

On en déduit que $EF = 6 \times \frac{4,5}{7,5} = 3,6$ (cm).

2. On a $CF^2 = 2,7^2 = 7,29$;

$$EF^2 = 3,6^2 = 12,96 ;$$

$$CE^2 = 4,5^2 = 20,25.$$

Or $7,29 + 12,96 = 20,25$ ou encore $EF^2 + CF^2 = CE^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, cette égalité montre que EFC est un triangle rectangle en F.

3. (a) Dans le triangle ABC rectangle en B, on a $\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{7,5} \approx 1,333$.

La calculatrice donne $\widehat{BCA} \approx 53,12$ (degrés), soit environ 53 au degré près.

(b) Les triangles ABC et EFC ont deux angles de même mesure : les angles droits en B et respectivement et l'angle \widehat{C} : leurs troisièmes angles ont donc même mesure et ces deux triangles sont semblables.

Exercice 4

20 points

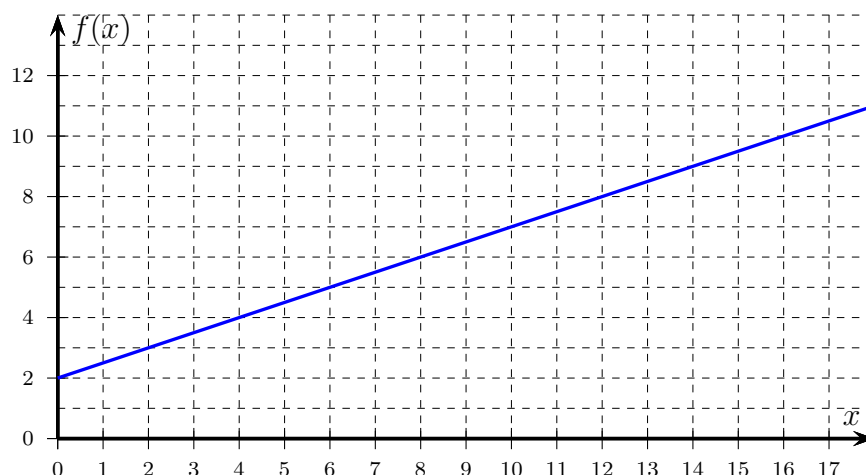
1. $26 \mapsto 26 + 4 = 30 \mapsto 30 \times 0,5 = 15$: on obtient un temps de filtration de 15 h.

2. De même : $x \mapsto x + 4 \mapsto 0,5 \times (x + 4) = 0,5x + 2$.

3. M

$$f(x) = 0,5x + 2$$

où x désigne la température de l'eau (en $^{\circ}\text{C}$) et $f(x)$ le temps de filtration (en h).



(a) On lit sur le graphique :

$f(6) = 5$ et $f(12) = 8$: pour une température doublée le temps de filtration ne l'est pas : le temps de filtration n'est pas proportionnel à la température de l'eau de la piscine.

On peut aussi remarquer que la droite représentative de la fonction f ne contient pas l'origine.

(b) • Sur le graphique on lit $f(10) = 7$;

• Par le calcul : $0,5 \times 10 + 2 = 5 + 2 = 7$

4. $0,5x + 2 = 17$ entraîne en ajoutant -2 à chaque membre : $0,5x = 15$, puis en multipliant chaque membre par 2 : $x = 30$.

Cela signifie que pour une température de 30 C, le temps de filtration doit être de 15 h.

5.

La pompe a fonctionné pendant deux mois de 31 jours pendant 16 h chaque jour, soit pendant $2 \times 31 \times 16 = 992$ (h).

D'après la formule donnée la dépense est donc égale à :

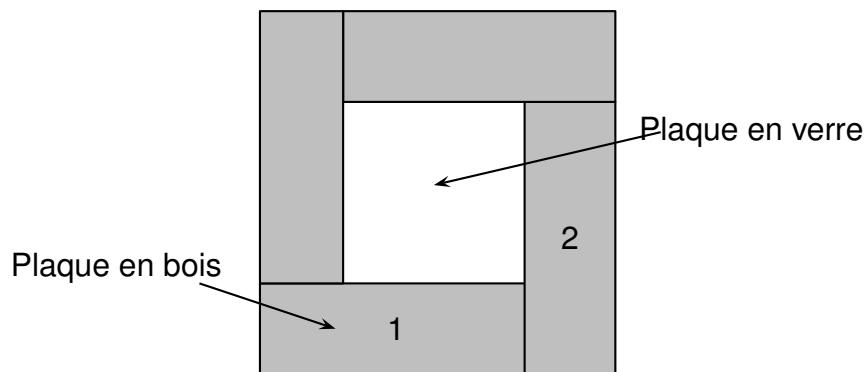
$0,8 \times 992 \times 0,23 = 182,528$, soit 182,53 €.

Exercice 5

20 points

Le dessus d'une table carrée, de côté 80 cm, est composé de quatre plaques rectangulaires en bois identiques et d'une plaque carrée en verre au centre. Chaque plaque en bois a pour longueur 60 cm et pour largeur 20 cm.

Voici la vue du dessus de la table :

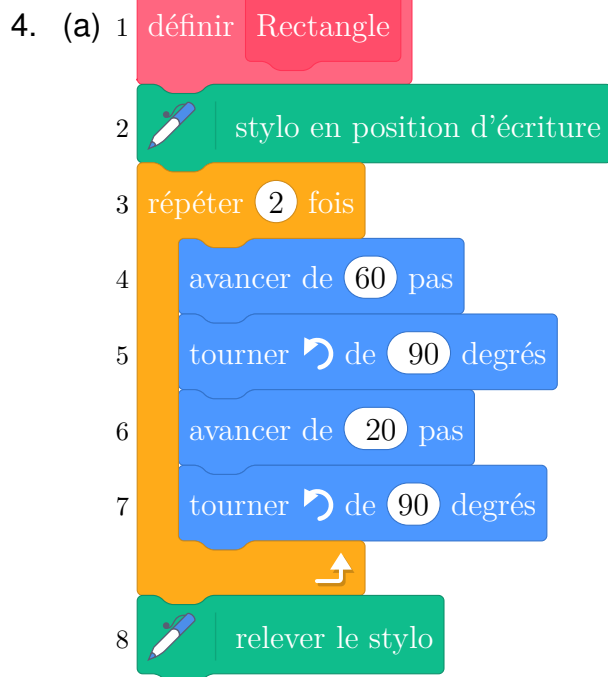


1. L'aire d'un carré de côté a est a^2 , donc l'aire de la table est : $(60 + 20)^2 = 80^2 = 6,400$ (m^2).

2. La mesure des côtés de la plaque en verre est égale à $60 - 20 = 40$ (cm). Son aire est donc égale à $40^2 = 1,600$ (m^2).

Or $\frac{1,600}{6,400} = \frac{1,600 \times 1}{1,600 \times 4} = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$.

3. On passe de la plaque 1 à la plaque 2 par une rotation de 90 degrés dans le sens horaire.



(b) C'est le programme C qui permet de dessiner la table.