ADE est un triangle rectangle en E

ABC est un triangle rectangle en B

AD $= 70$ m

BC $= 30$ m

AC $= 50$ m

$\widehat{\text{DME}} = 60$

1. Calculer la longueur AB.
2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.
4. Montrer que la longueur EM est environ égale à $24,2$ m.
5. En déduire l'aire du triangle AMD.

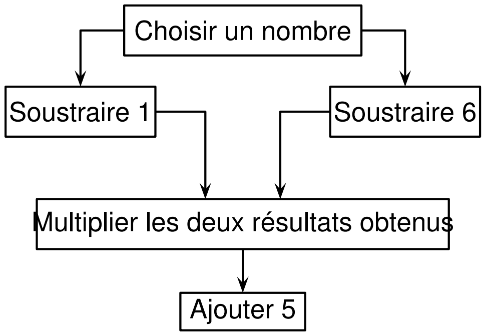
Exercice 3 : 20 points

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Multiplier par 3
- Ajouter 15
- Diviser par 3
- Soustraire le nombre de départ

Programme B



1. Montrer que, lorsque le nombre choisi est 4, le résultat obtenu avec le programme A est 5.
2. Montrer que, lorsque le nombre choisi est -2, le résultat obtenu avec le programme A est 5.
3. Justifier que l'affirmation suivante est vraie :

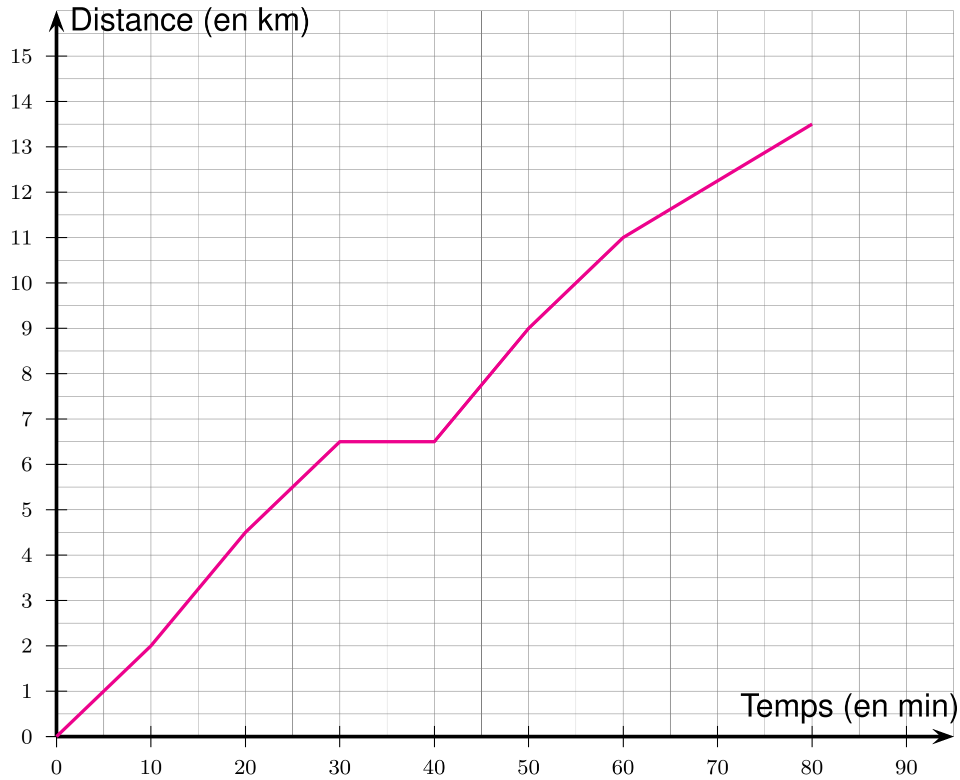
   Le programme A donne toujours le même résultat.

4. Lorsque le nombre choisi est 10, quel résultat obtient-on avec le programme B ?
5. Il existe exactement deux nombres pour lesquels les programmes A et B fournissent à chaque fois des résultats identiques.

   Quels sont ces deux nombres?

Exercice 4 : 20 points

À l'approche d'une course organisée par son collège, Malo s'entraîne sur un parcours de $13,5$ km.
La courbe ci-dessous représente la distance parcourue par Malo (en kilomètres) en fonction du temps écoulé (en minutes).



1. Le temps et la distance parcourue par Malo sont-ils proportionnels ?
2. Quelle distance Malo a-t-il parcourue au bout de 20 minutes ?
   Aucune justification n'est attendue.
3. Combien de temps a-t-il mis pour faire les 9 premiers kilomètres ?
   Aucune justification n'est attendue.
4. Quelle est la vitesse moyenne de Malo lors de cette course? Exprimer le résultat au dixième de km/h près.
5. Louise et Hillal ont couru sur le même parcours de $13,5$ km. Louise à une vitesse régulière égale à 12 km/h et Hillal a une vitesse régulière égale à 10 km/h

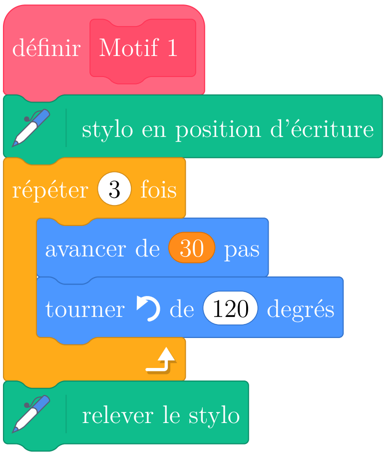
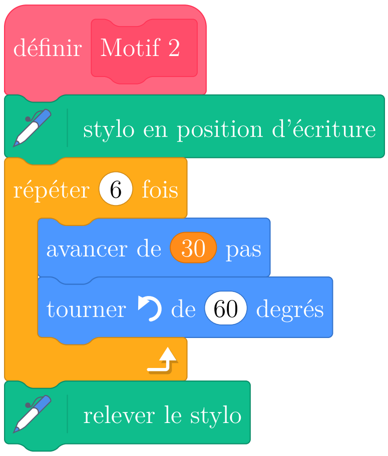
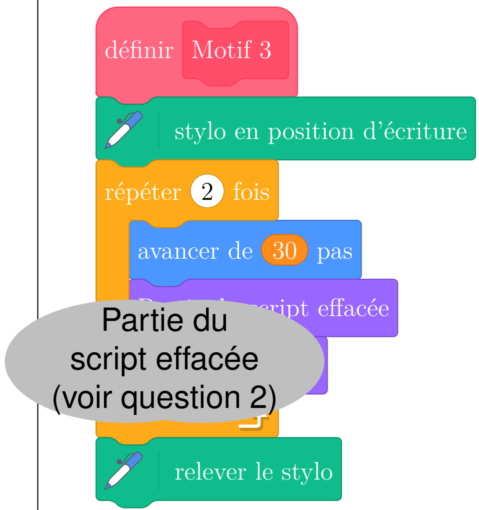
   (a) Sachant que Louise et Hillal sont partis en même temps, qui a été le premier à franchir la ligne d'arrivée?

   (b) Quelle distance sépare Louise et Hillal, lorsque le premier des deux franchit la ligne d'arrivée ?

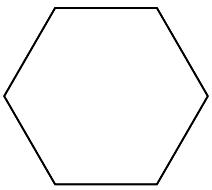
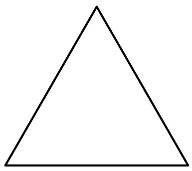
Exercice 5 : 20 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue

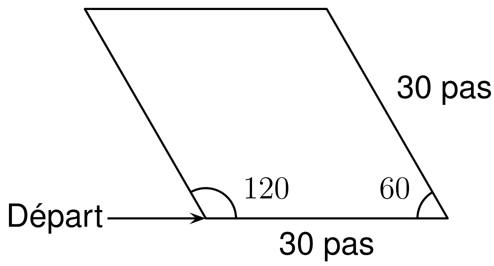
Partie 1 : les motifs

Script 1	Script 2	Script 3
		

1. Les scripts 1 et 2 permettent chacun d'obtenir un des dessins ci-dessous. Associer chacun des scripts à son dessin.

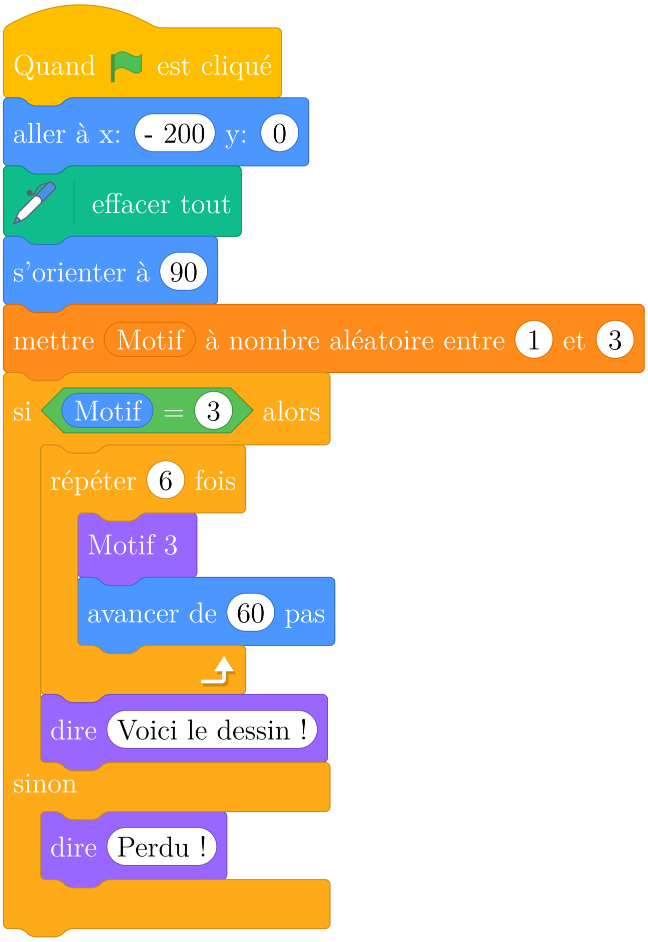
Dessin 1	Dessin 2
	

2. Le script 3 permet d'obtenir le losange ci-contre.
La partie du script effacée contient les 3 instructions A, B et C ci-dessous.
Sur votre copie, recopier dans le bon ordre les instructions cachées. **Chaque instruction ne doit être utilisée qu'une seule fois.**



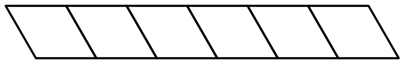
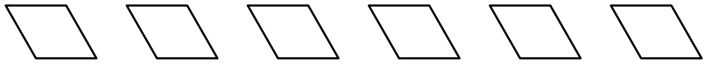
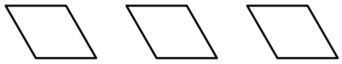
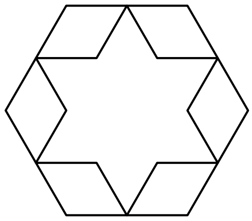
Instruction A	Instruction B	Instruction C
tourner ↺ de 60 degrés	tourner ↺ de 120 degrés	avancer de 30 pas

Partie 2 : le script principal



width=0.3colspec=X[c,1],hline1,2,4,6,vlines,stretch=2

3. Quelles sont les coordonnées du point de départ du lutin ?
4. Parmi les 5 captures d'écran proposées ci-dessous, seules deux sont possibles. Lesquelles?

Capture d'écran 1	Voici le dessin ! 
Capture d'écran 2	Voici le dessin ! 
Capture d'écran 3	Perdu !
Capture d'écran 4	Voici le dessin ! 
Capture d'écran 5	 Voici le dessin !

5. On clique sur le drapeau vert, et on observe le message affiché.

   Quelle est la probabilité que le message affiché soit Voici le dessin! ?

6. On lance de nouveau le programme 100 fois et on regroupe les résultats obtenus dans le tableau suivant:

Message du lutin	Voici le dessin!	Perdu!
Effectif	40	60

   (a) Calculer la fréquence de l'affichage Voici le dessin! .

   (b) Pourquoi ce résultat est-il différent de celui obtenu à la question 5 ?

Correction

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $\text{AC}^2 = \text{AB}^2 + \text{BC}^2$, soit $50^2 = \text{AB}^2 + 40^2$, d'où
   $\text{AB}^2 = 50^2 - 30^2 = (50+30)(50-30) = 80 \times 20 = 1{,}600 = 40^2$.
   Conclusion $\text{AB} = 40$ (m).

2. Les droites (DE) et (BC) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (AB)

3. • Les points B, A et E sont alignés ;
   • Les points C, A et D sont alignés ;
   • Les droites (DE) et (BC) sont parallèles ;
   On a donc une configuration de Thalès qui permet d'écrire :
   $\dfrac{\text{AB}}{\text{AE}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{DE}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{AD}}$.
   En particulier $\dfrac{\text{AB}}{\text{AE}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{DE}}$ soit $\dfrac{50}{70} = \dfrac{30}{\text{DE}}$, d'où $50\text{DE} = 30 \times 70$, soit $\text{DE} = \dfrac{30 \times 70}{50} = 42$ (m).

4. Le triangle DME rectangle en E.
   $tan(\widehat{DME}) = \dfrac{\text{DE}}{\text{EM}}$
   $tan(60°) = \dfrac{42}{\text{EM}}$
   $\text{EM} = 42 \times tan(60°) \approx 24,2$ (m)

5. L'aire du triangle DME est donc égale à :

$\mathcal{A}(\text{DME}) = \dfrac{\text{DE} \times \text{EM}}{2} = \dfrac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \ (\text{m}^2)$.

En reprenant les égalités de Thalès on a $\dfrac{\text{AB}}{\text{AE}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{DE}}$, soit $\dfrac{40}{\text{AE}} = \dfrac{30}{42}$,

d'où $30\text{AE} = 40 \times 42$ et $\text{AE} = \dfrac{40 \times 42}{30} = 56$ (m).

L'aire du triangle ADE est donc égale à :

$\mathcal{A}(\text{ADE}) = \dfrac{\text{AE} \times \text{DE}}{2} = \dfrac{42 \times 56}{2} = 21 \times 56 = 1{,}176 \ (\text{m}^2)$.

Finalement $\mathcal{A}(\text{DME}) = \mathcal{A}(\text{ADE}) - \mathcal{A}(\text{DME}) \approx 1{,}176 - 509,2$, soit $\mathcal{A}(\text{DME}) \approx 666,8 \ (\text{m}^2)$.

Exercice 3 : 20 points

1. On obtient successivement :

$$4 \xmapsto{\times 3} 12 \xmapsto{+15} 27 \xmapsto{\div 3} 9 \xmapsto{-4} 5$$

2. $-2 \xmapsto{\times 3} -6 \xmapsto{+15} 9 \xmapsto{\div 3} 3 \xmapsto{-(-2)} 5$

3. Le programme A donne toujours le même résultat.

En effet $a \xmapsto{\times 3} 3a \xmapsto{+15} 3a + 15 = 3(a+5) \xmapsto{\div 3} a + 5 \xmapsto{-a} 5.$

Quel que soit le nombre de départ a, le nombre trouvé à la fin est 5.

4. On calcule d'une part $10 - 1 = 9$, de l'autre $10 - 6 = 4$; le produit de ces deux nombres est égal à $9 \times 4 = 36$ et enfin $36 + 5 = 41$.

5. En partant de x le programme A donne le résultat 5 et avec le programme B, on obtient le nombre $(x-1)(x-6)+5$. Les résultats sont identiques si :

$5 = (x-1)(x-6)+5$ autrement dit si $(x-1)(x-6) = 0$ cettez équation produit a pour solution 1 et 6

1 et 6 sont bien les deux seuls nombres qui donnent comme résultat 5 par les deux programmes.

Exercice 4 : 20 points

À l'approche d'une course organisée par son collège, Malo s'entraîne sur un parcours de $13,5$ km.

1. La représentation graphique de la distance parcourue en fonction du temps n'est pas un segment contenant l'origine : la distance parcourue par Malo n'est pas proportionnelle au temps de course.

2. On lit sur la courbe qu'au bout de 20 minutes, Malo a parcouru 4,5 km.

3. Combien de temps a-t-il mis pour faire les 9 premiers kilomètres ? Malo a parcouru le 9 premiers kilomètres en 50 minutes.

4. Malo a parcouru les 13,5 km en 80 minutes :
   - Sans compter son arrêt de 10 minutes, sa vitesse moyenne a été de $v_1 = \dfrac{13,5}{\frac{70}{60}} = 13,5 \times \dfrac{60}{70} = \dfrac{81}{7} \approx 11,6$ (km/h) ;
   - Avec son arrêt de 10 minutes, sa vitesse moyenne a été de $v_2 = \dfrac{13,5}{\frac{80}{60}} = 13,5 \times \dfrac{60}{80} = \dfrac{81}{8} \approx 10,1$ (km/h) ;

5. (a) Louise courant plus vite qu'Hillal est arrivée la première !

   (b) Louise a parcouru les 13,5 km à la vitesse de 12 km/h en un temps t tel que $t = \dfrac{13,5}{12}$.
   Au bout de ce temps Hillal a parcouru $10 \times \dfrac{13,5}{12} = \dfrac{135}{12} = 11,25$ (km).
   Hillal est donc à ce moment à $13,5 - 11,25 = 2,25$ (km) de l'arrivée donc de Louise.

Exercice 5 : 20 points

1. Le script 1 permet d'obtenir le dessin 2 (triangle équilatéral) et le script 2 permet d'obtenir le dessin 1 (hexagone).

2. Il faut mettre dans l'ordre :

   tourner ↺ de (120) degrés
   avancer de (30) pas
   tourner ↺ de (60) degrés

3. Les coordonnées du point de départ du lutin sont $(-200\ ;\ 0)$.

4. • Si le nombre aléatoire est 3 le script dessine 6 losanges espacés de 60 pas soit la capture d'écran 2 ;
   • Si le nombre aléatoire est 1 ou 2 le programme annonce Perdu, soit la capture d'écran 3.

5. Il y a 1 chance sur 3, d'avoir 3 comme nombre aléatoire : la probabilité que le message affiché soit Voici le dessin! est donc égale à $\dfrac{1}{3}$ (environ $33,3\ldots\ \%$).

6. (a) L'affichage Voici le dessin! est obtenu dans 40 tirages sur 100, donc avec une fréquence de $\dfrac{60}{100} = 0,4$ ou 40 %.

(b) À la question 6. a. on a effectué 100 tirages alors qu'à la question 5, la fréquence de 33,333 % ne serait obtenue que pour une infinité de tirages.