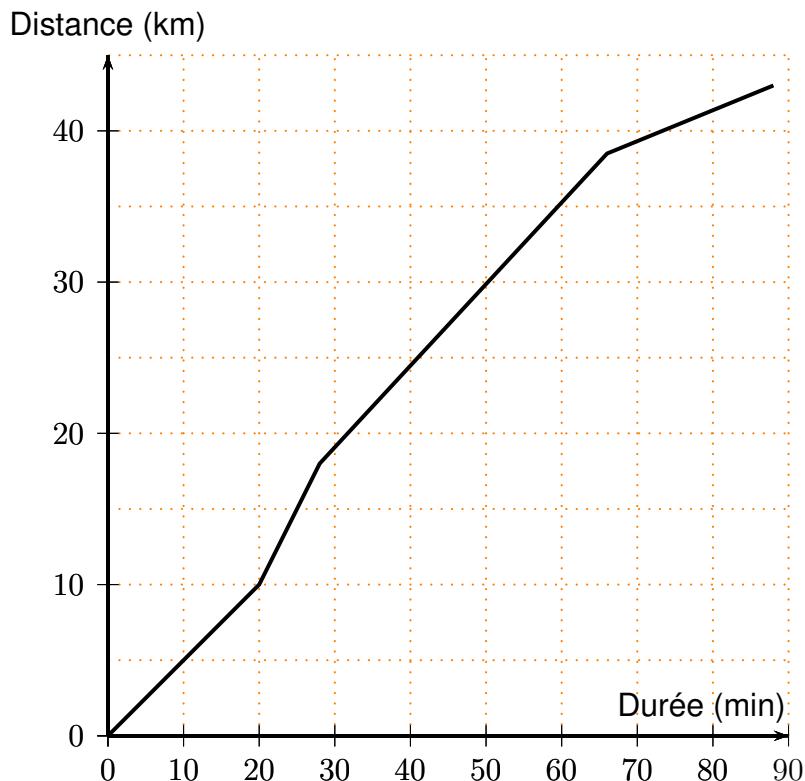


Exercice 1
4 points

Cédric s'entraîne pour l'épreuve de vélo d'un triathlon.

La courbe ci-dessous représente la distance en kilomètres en fonction du temps écoulé en minutes.


Pour les trois premières questions, les réponses seront données grâce à des lectures graphiques.
Aucune justification n'est attendue sur la copie.

1. Quelle distance Cédric a-t-il parcourue au bout de 20 minutes?
2. Combien de temps a mis Cédric pour faire les 30 premiers kilomètres?
3. Le circuit de Cédric comprend une montée, une descente et deux portions plates. Reconstituer dans l'ordre le trajet parcouru par Cédric.
4. Calculer la vitesse moyenne de Cédric (exprimée en km/h) sur la première des quatre parties du trajet.

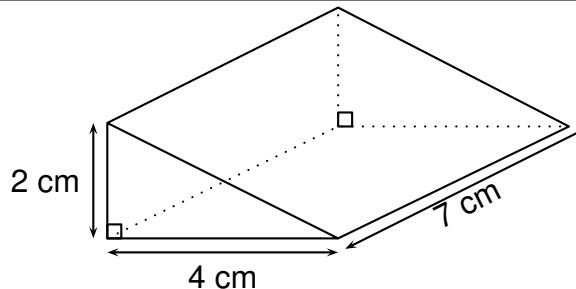
Exercice 2
5 points

Dans cet exercice, les figures codées ne sont pas en vraie grandeur.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

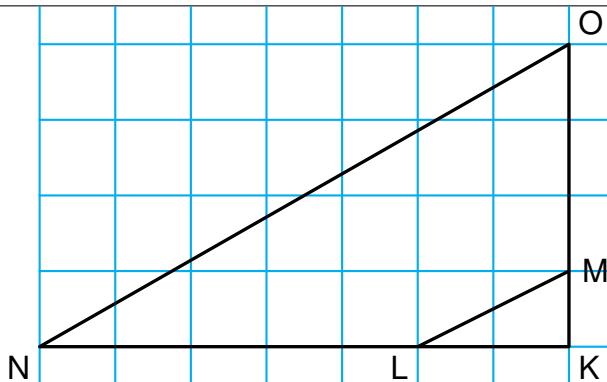
Affirmation 1 :

Le volume de ce solide est 56 cm^3 .



Dans ce dessin, les points sont placés sur les sommets d'un quadrillage à maille carrée.

Affirmation 2 : Les droites (ML) et (NO) sont parallèles.



Affirmation 3 : La diagonale d'un carré d'aire 36 cm^2 a pour longueur $6\sqrt{2} \text{ cm}$.

Affirmation 4 : 0 a un seul antécédent par la fonction qui à tout nombre x associe $3x + 5$.

Exercice 3
3 points

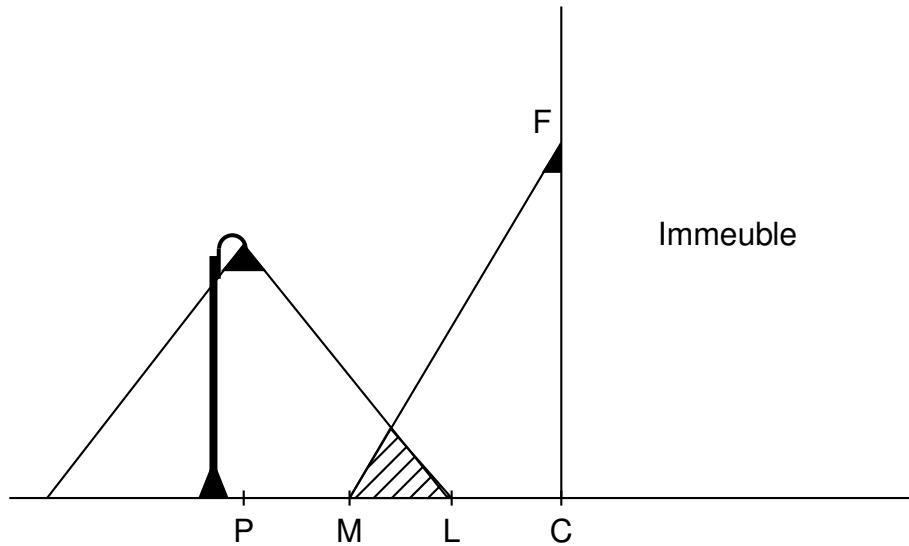
Dans une classe de collège, après la visite médicale, on a dressé le tableau suivant :

| | Porte des lunettes | Ne porte pas de lunettes |
|--------|--------------------|--------------------------|
| Fille | 3 | 15 |
| Garçon | 7 | 5 |

Les fiches individuelles de renseignements tombent par terre et s'éparpillent.

- Si l'infirmière en ramasse une au hasard, quelle est la probabilité que cette fiche soit :
 - celle d'une fille qui porte des lunettes ?
 - celle d'un garçon ?
- Les élèves qui portent des lunettes dans cette classe représentent 12,5 % de ceux qui en portent dans tout le collège. Combien y a-t-il d'élèves qui portent des lunettes dans le collège ?

Exercice 4
5 points



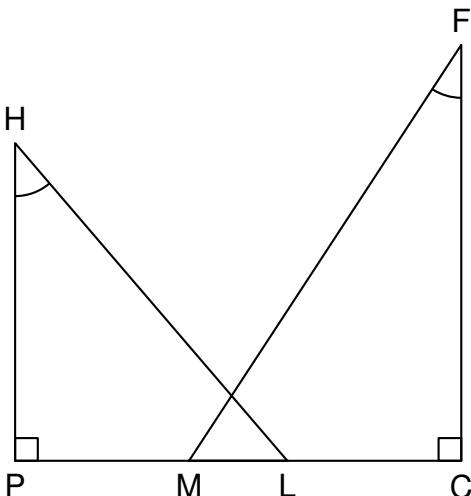
On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade de l'immeuble.

On réalise le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation:

On dispose des données suivantes :

$PC = 5,5 \text{ m}$; $CF = 5 \text{ m}$; $HP = 4 \text{ m}$;

$\widehat{MFC} = 33^\circ$; $\widehat{PHL} = 40^\circ$



- Justifier que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à 3,4 m.
- Calculer la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources de lumière. On arrondira la réponse au décimètre.
- On effectue des réglages du spot situé en F afin que M et L soient confondus.

Déterminer la mesure de l'angle \widehat{CFM} . On arrondira la réponse au degré.

Exercice 5

6 points

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

- Étude d'un exemple :

5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

- (a) Calculer $5 \times 7 + 1$.
- (b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?
2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

| | A | B | C | D | E |
|----|---|---------------|-----------------------|--|------------------------|
| 1 | | Nombre impair | Nombre impair suivant | Produit de ces nombres impairs consécutifs | Résultat obtenu |
| 2 | x | $2x + 1$ | $2x + 3$ | $(2x + 1)(2x + 3)$ | $(2x + 1)(2x + 3) + 1$ |
| 3 | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 |
| 4 | 1 | 3 | 5 | 15 | 16 |
| 5 | 2 | 5 | 7 | 35 | 36 |
| 6 | 3 | 7 | 9 | 63 | 64 |
| 7 | 4 | 9 | 11 | 99 | 100 |
| 8 | 5 | 11 | 13 | 143 | 144 |
| 9 | 6 | 13 | 15 | 195 | 196 |
| 10 | 7 | 15 | 17 | 255 | 256 |
| 11 | 8 | 17 | 19 | 323 | 324 |
| 12 | 9 | 19 | 21 | 399 | 400 |

- (a) D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
- (b) Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- (c) Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : $= (2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$

Formule 2 : $= (2 * B3 + 1) * (2 * C3 + 3)$

Formule 3 : $= B3 * C3$

Formule 4 : $= (2 * D3 + 1) * (2 * D3 + 3)$

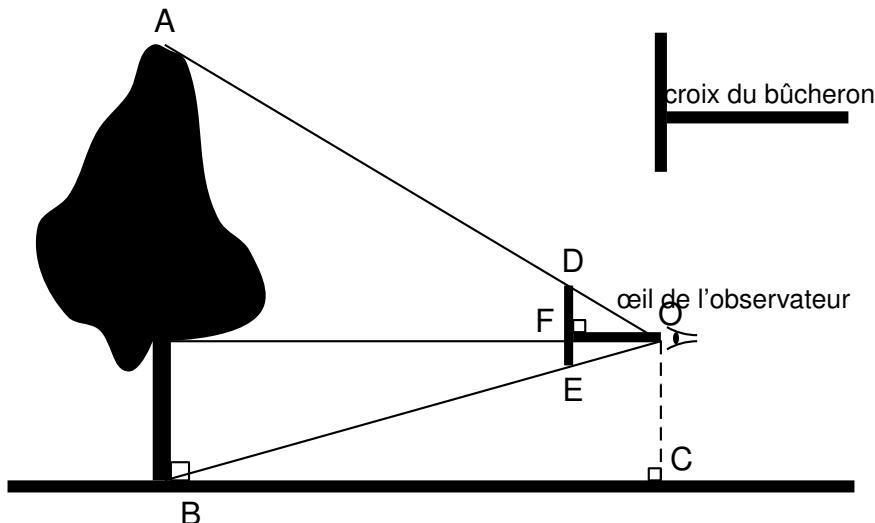
3. Étude algébrique :

- (a) Développer et réduire l'expression $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.
- (b) Montrer que Léa avait raison: le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice 6

5 points

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-dessous.



Il place la croix de sorte que O, D et A d'une part et O, E et B d'autre part soient alignés.
Il sait que $DE = 20 \text{ cm}$ et $OF = 35 \text{ cm}$. Il place $[DE]$ verticalement et $[OF]$ horizontalement.
Il mesure au sol $BC = 7,7 \text{ m}$.

1. Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE . Justifier que le coefficient d'agrandissement est 22.
2. Calculer la hauteur de l'arbre en mètres.
3. Certaines croix du bûcheron sont telles que $DE = OF$. Quel avantage apporte ce type de croix?
4. Julien enroule une corde autour du tronc de l'arbre à $1,5 \text{ m}$ du sol. Il mesure ainsi une circonférence de 138 cm .

Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur? Donner un arrondi au centimètre près.

Exercice 7

8 points

Pour préparer un séjour d'une semaine à Naples, un couple habitant Nantes a constaté que le tarif des billets d'avion aller-retour Nantes-Naples était beaucoup plus élevé que celui des billets Paris-Naples. Il étudie donc quel serait le coût d'un trajet aller-retour Nantes-Paris pour savoir s'il doit effectuer son voyage en avion à partir de Nantes ou à partir de Paris.

Voici les informations que ce couple a relevées :

Information 1 : Prix et horaires des billets d'avion.

| <i>Vol aller-retour au départ de Nantes</i> | <i>Vol aller-retour au départ de Paris</i> |
|---|---|
| Départ de Nantes le 23/11/2014 : | 06 h 35 |
| Arrivée à Naples le 23/11/2014 : | 09 h 50 |
| Départ de Naples le 30/11/2014 : | 12 h 50 |
| Arrivée à Nantes le 30/11/2014 : | 16 h 25 |
| Prix par personne du vol aller-retour: 530 € | Prix par personne du vol aller-retour: 350 € |

Les passagers doivent être présents 2 heures avant le décollage pour procéder à l'embarquement.

Information 2 : Prix et horaires des trains pour un passager

Trajet Nantes - Paris (Aéroport)

| | |
|--------------|------------------------|
| Départ | 23 novembre 06 h 22 |
| Prix | 51,00 € |
| Durée | 03 h 16 direct |
| Voyagez avec | TGV |

Trajet Paris (Aéroport) - Nantes

| | |
|--------------|------------------------|
| Départ | 30 novembre 18 h 20 |
| Prix | 42,00 € |
| Durée | 03 h 19 direct |
| Voyagez avec | TGV |

Information 3 : Trajet en voiture

Consommation moyenne : 6 litres aux 100 km

Péage Nantes-Paris: 35,90 €

Distance domicile-aéroport de Paris : 409 km

Carburant : 1,30 € par litre

Temps estimé : 4 h 24 min

Information 4 : Parking de l'aéroport de Paris

Tarif: 58 € pour une semaine

- Expliquer pourquoi la différence entre les prix des 2 billets d'avion s'élève à 360 € pour ce couple.
- Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris:
 - Déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.
 - Montrer que le coût du carburant pour cet aller est de 31,90 €.
- Quelle est l'organisation de voyage la plus économique?

Correction



Exercice 1

4 points

1. Cédric a parcouru 10 km en 20 minutes.
2. Cédric a mis 50 minutes pour faire les 30 premiers kilomètres.
3. La pente la plus forte correspond à la descente, la pente la plus faible à la montée.
Il y a donc une portion plate, puis la descente, une portion plate et la montée.
4. Au début Cédric a parcouru 10 km en 20 min soit 30 km en 60 min soit une heure. Sa vitesse moyenne a été de 30 km/h.

Exercice 2

5 points

Affirmation 1 : En doublant ce solide on obtient un pavé de dimensions 4, 7 et 2, donc de volume $4 \times 7 \times 2 = 56$, donc le volume du solide est égal à 28 cm^3 . L'affirmation est fausse.

Affirmation 2 : $\frac{KL}{KN} = \frac{2}{7}$ et $\frac{KM}{KO} = \frac{1}{4}$. L'affirmation est fausse.

Si les droites étaient parallèles, on aurait d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{KL}{KN} = \frac{KM}{KO}, \text{ or } \frac{2}{7} \neq \frac{1}{4}.$$

Affirmation 3 : La mesure de chaque côté est égale à 6 cm ; d'après le théorème de Pythagore, la mesure d'une diagonale, d vérifie :

$$d^2 + 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2, \text{ donc } d = 6\sqrt{2}. \text{ L'affirmation est vraie.}$$

Affirmation 4 : 0 a pour antécédent le ou les nombres tels que :

$$3x + 5 = 0, \text{ soit } 3x = -5 \text{ et donc } x = -\frac{5}{3}. \text{ L'affirmation est vraie.}$$

Exercice 3
3 points

1. (a) Il y a $3 + 15 + 7 + 5 = 30$ élèves et parmi ceux-ci 3 filles qui portent des lunettes ; la probabilité est donc égale à $\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$.
- (b) Il y a 12 garçons, donc la probabilité est égale à $\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$.
2. 12,5 % correspondent à 10 élèves, donc 1 % correspond à $\frac{10}{12,5}$ et 100 % correspondent à $\frac{10}{12,5} \times 100 = 80$.
Il y a 80 élèves dans le collège qui portent des lunettes.

Exercice 4
5 points

1. Dans le triangle HPL rectangle en P, on a $\tan \widehat{PHL} = \frac{PL}{HP}$, soit $\tan 40 = \frac{PL}{4}$, donc $PL = 4 \tan 40 \approx 3,3564 \approx 3,4$ m au décimètre près.
2. De la même façon dans le triangle MFC rectangle en C, on a $\tan \widehat{MFC} = \frac{MC}{FC}$, soit $\tan 33 = \frac{MC}{5}$, donc $CM = 5 \tan 33 \approx 3,247 \approx 3,2$ m au décimètre près.
Or $PC = PL + LC = PL + (CM - ML)$, donc
 $ML = PL + CM - PC \approx 3,4 + 3,2 - 5,5 = 6,6 - 5,5 = 1,1$.
3. On a donc $CL = CM - PC = 5,5 - 3,4 = 2,1$.
On a donc $\tan \widehat{MFC} = \frac{LC}{FC}$ soit $\tan \widehat{MFC} = \frac{2,1}{5} = \frac{4,2}{10} = 0,42$.
La calculatrice donne $\widehat{MFC} \approx 22,7$ soit 23 au degré près.

Exercice 5
6 points

1. Étude d'un exemple :
 - (a) $5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = 36 = 4 \times 9$.
 - (b) Oui
2. (a) $17 \times 19 + 1 = 324$.
 - (b) $324 = 320 + 4 = 4 \times 80 + 4 \times 1 = 4 \times (80 + 1) = 4 \times 81$.
 - (c) Les formules 2 et 3 donnent le bon produit.
3. Étude algébrique :
 - (a) $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1 = 4x^2 + 8x + 4$.

(b) $4x^2 + 8x + 4 = 4(x^2 + 2x + 1)$. On a même $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4(x + 1)^2$.

Exercice 6
5 points

1. Le coefficient d'agrandissement est égal à $\frac{CB}{OF} = \frac{770}{35} = 22$.
2. (DE) et (AB) étant verticales sont parallèle ; en utilisant le théorème de Thalès :
 $\frac{CB}{OF} = \frac{AB}{DE}$ soit $22 = \frac{AB}{0,2}$, d'où $AB = 22 \times 0,2 = 4,4$ (m).
3. Avec une telle croix la distance CB est égale à la hauteur de l'arbre. Il suffit de se placer de telle sorte que D et E coïncident avec la cime et le pied de l'arbre : la distance à l'arbre donne sa hauteur.
4. On a avec des notations évidentes :
 $L = \pi D$ ou $D = \frac{L}{\pi} = \frac{138}{\pi} \approx 43,92$ soit environ 44 cm au centimètre près.

Exercice 7
8 points

1. Différence de prix entre les billets de Nantes et les billets de Paris :
 $2 \times 530 - 2 \times 350 = 1,060 - 700 = 360$ (€).
2. (a) Le couple doit partir au moins à :
 11 h 55 - 4 h 24 = 7 h 31 heure à laquelle il faut retrancher les frux heures pour l'embarquement.
 Le couple doit partir au plus tard à 5 h 31.
(b) Quantité de carburant nécessaire pour l'aller : $\frac{409}{100} \times 6 = 24,54$ ℓ.
 Coût du carburant pour l'aller : $24,54 \times 1,30 = 31,902 \approx 31,90$ (€).
3. • En prenant l'avion à Nantes : $2 \times 530 = 1,060$ (€).
• En prenant le train pour Paris et le retour de Paris en train :
 $2 \times 350 + 2 \times 51 + 2 \times 42 = 886$ (€).
• En prenant la voiture :
 $2 \times 2 \times 350 + 2 \times 35,90 + 2 \times 31,90 + 58 = 893,60$ (€).
La solution la plus économique est le train pour aller prendre l'avion à Paris.