EXERCICE 1 **4 points**

Pour chacune des questions suivantes, plusieurs propositions de réponse sont faites. Une seule des propositions est exacte. Aucune justification n'est attendue.
Une bonne réponse rapporte 1 ou 2 points. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse rapporte 0 point.
Reporter sur votre copie le numéro de la question et donner la bonne réponse.

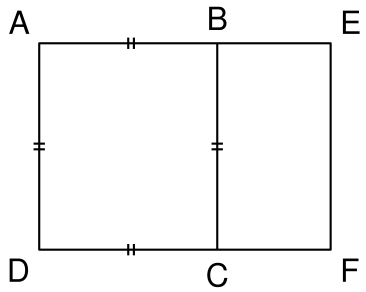
1. Une école de musique organise un concert de fin d'année. Lors de cette manifestation la recette s'élève à 1,300 €.

   Dans le public il y a 100 adultes et 50 enfants. Le tarif enfant coûte 4 € de moins que le tarif adulte.

   Le tarif enfant est :

   a. 10 € **b.** 8 € **c.** 6 €

2. On considère la figure ci-dessous où AEFD est un rectangle avec AB $= \sqrt{15} - 1$ et BE $= 2$.



   L'aire du rectangle AEFD est:

   a. $2\sqrt{15} - 2$ **b.** 29 **c.** 14

3. Le 27 janvier 2012, peu avant 16 h, un séisme de magnitude 5,4 s'est produit dans la province de Parme dans le nord de l'Italie. La secousse a été ressentie fortement à Gênes, Milan, Turin mais également dans une moindre mesure à Cannes dans les Alpes Maritimes.

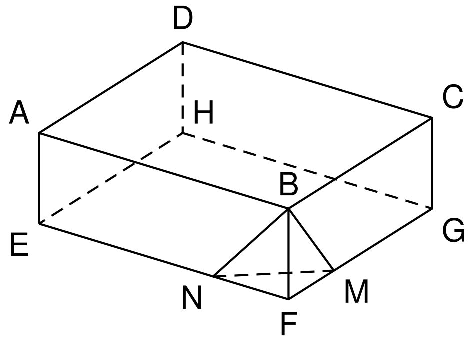
   Les ondes sismiques ont mis 59 secondes pour parvenir à Cannes, située à 320 km de l'épicentre.

   On rappelle que la relation qui relie le temps t, la distance d et la vitesse v est : $v = \dfrac{d}{t}$.

   La vitesse de propagation des ondes sismiques, exprimée en kilomètres par seconde, arrondie au dixième, est :

   a. 5,4 km/s **b.** 10,8 km/s **c.** 59,3 km/s

EXERCICE 2 **6 points**



On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
M est un point de [FG] et N un point de [EF].
On donne : FE = 15 cm ; FG = 10 cm ; FB = 5 cm ; FN = 4 cm ; FM = 3 cm.

1. Démontrer que l'aire du triangle FNM est égal à 6 cm^2.
2. Calculer le volume de la pyramide de sommet B et de base le triangle FNM.

   On rappelle que le volume d'une pyramide: $V = \dfrac{(B \times h)}{3}$ où B est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.
3. On considère le solide ABCDENMGH obtenu en enlevant la pyramide précédente au parallélépipède rectangle.
   (a) Calculer son volume.
   (b) On appelle caractéristique d'Euler d'un solide le nombre x tel que:

   $$x = \text{nombre de faces} - \text{nombre d'arêtes} + \text{nombre de sommets}$$

   Recopier et compléter le tableau suivant:

	Parallélépipède ABCDEFGH	Solide ABCDENMGH
Nombre de faces		
Nombre d'arêtes		
Nombre de sommets		
Caractéristique x		

Exercice 3 **5 points**

Le document ci-dessous indique les tarifs postaux pour un envoi depuis la France métropolitaine d'une lettre ou d'un paquet en mode lettre prioritaire .

Ces tarifs sont fonction du poids de la lettre.

LETTRE PRIORITAIRE	Service urgent d'envoi de courrier

- **Pour les envois vers :** La France, Monaco, Andorre et secteurs postaux (armée). Complément d'affranchissement aérien vers l'Outre-mer pour les envois de plus de 20 g
- **Service universel:** Jusqu'à 2 kg
- **Délai:** J + 1, indicatif
- **Dimensions:** Minimales : 14×9 cm, maximales : L + l + H = 100 cm, avec
  L < 60 cm
- **Complément aérien :**
  - Vers zone OM1 : Guyane, Guadeloupe, Martinique, La Réunion, St Pierre et Miquelon, St-Barthélémy, St-Martin et Mayotte : 0,05 € par tranche de 10 g.
  - Vers zone OM2 : Nouvelle-Calédonie, Polynésie française, Wallis-et Futuna, TAAF. : 0,11 € par tranche de 10 g
- **Exemple de complément :** Pour un envoi de 32 g vers la Guadeloupe : 1,10€ + $4 \times 0,05$€ = 1,3€.

POIDS JUSQU'À	TARIFS NETS
20 g	0,66€
50 g	1,10€
100 g	1,65€
250 g	2,65€
500 g	3,55€
1 kg	4,65€
2 kg	6,00€
3 kg	7,00O€

1. Expliquer pourquoi le coût d'un envoi vers la France Métropolitaine, en lettre prioritaire , d'une lettre de 75 g est de 1,65€.
2. Montrer que le coût d'un envoi à Mayotte, en lettre prioritaire , d'une lettre de 109 g est de 3,20 €.

   Dans cette question ci-dessous, il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation.
3. Au moment de poster son courrier à destination de Wallis-et-Futuna, Loïc s'aperçoit qu'il a oublié sa carte de crédit et qu'il ne lui reste que 6,76 € dans son porte-monnaie.

   Il avait l'intention d'envoyer un paquet de 272 g, en lettre prioritaire .

   Peut-il payer le montant correspondant ?
4. Le paquet a les dimensions suivantes : L = 55 cm l = 30 cm et h = 20 cm. Le guichetier de l'agence postale le refuse. Pourquoi ?

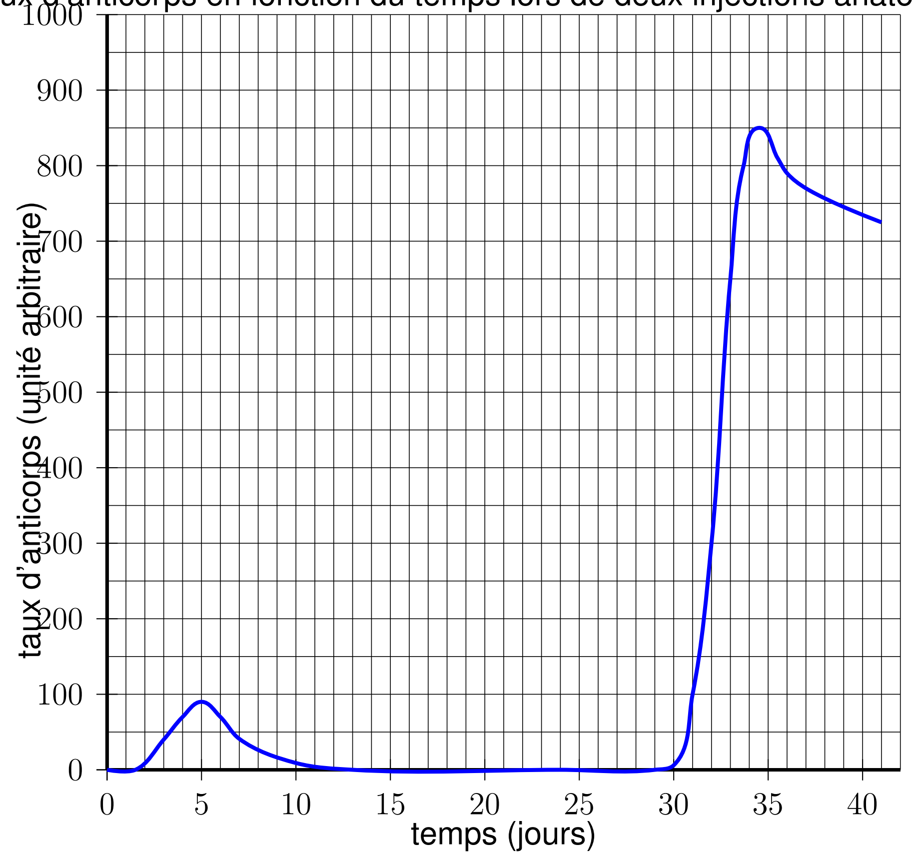
Exercice 4 **6 points**

Le principe d'un vaccin est d'inoculer (introduire dans l'organisme) à une personne saine, en très faible quantité, une bactérie, ce qui permet à l'organisme de fabriquer des anticorps. Ces anticorps permettront de combattre la maladie par la suite si la personne souffre de cette maladie.

Lors de la visite médicale de Pablo le jeudi 16 octobre, le médecin s'aperçoit qu'il n'est pas à jour de ses vaccinations contre le tétanos. Il réalise alors une première injection d'anatoxine tétanique et lui indique qu'un rappel sera nécessaire.

On réalise des prises de sang quotidiennes pour suivre la réaction de l'organisme aux injections.

Évolution du taux d'anticorps en fonction du temps lors de deux injections anatoxine tétanique*



*anatoxine tétanique (AT) : substance inactivée provenant de la bactérie responsable du tétanos et servant à la fabrication du vaccin.

1. Combien de jours faut-il attendre, après la première injection, pour constater une présence d'anticorps ?
2. Quelle est la valeur maximale du taux d'anticorps atteinte après la première injection ?

   À quel jour de la semaine correspond cette valeur ?
3. Au bout de combien de jours approximativement, après la première injection, Pablo n'a t-il plus d'anticorps dans son organisme ?
4. Durant combien de jours environ le taux d'anticorps est supérieur à 800 ?

Exercice 5 **7 points**

L'oncle de Pauline participe régulièrement à une régate* organisée tous les ans sur le même plan d'eau.
* régate : course de voiliers

En 2012, il a réalisé le parcours constitué de deux boucles courtes et de trois boucles longues en 8 heures et 40 minutes.

Lors de sa participation en 2013, il lui a fallu 8 heures et 25 minutes pour achever le parcours constitué, cette année-là, de trois boucles courtes et de deux boucles longues.

Il se souvient qu'il n'a parcouru aucune boucle en moins de 75 minutes. Il sait aussi qu'il lui a fallu, pour parcourir la boucle longue, 15 minutes de plus que pour la boucle courte.

Cependant il souhaite connaître la durée nécessaire pour parcourir sur son voilier la boucle courte et la boucle longue.

1. Convertir en minutes les temps réalisés pour ces parcours de 2012 et 2013.
2. Pauline a décidé, en utilisant un tableur, d'aider son oncle à déterminer les durées pour la boucle courte ainsi que pour la boucle longue.

   Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2	$f(x)$						
3	$f(x)$						
4	$f(x)$						
5							

   Elle a noté x la durée en minutes pour la boucle courte.

   (a) Quelle formule permettant d'obtenir la durée en minutes nécessaire au parcours de la boucle longue va-t-elle saisir dans la cellule B2 ?

   (b) Elle va saisir dans la cellule B3 la formule =2*B1+3*B2 .

   Que permet de calculer cette formule ?

   (c) Quelle formule va-t-elle saisir dans la cellule B4 pour calculer le temps de parcours lors de sa participation en 2013 ?

   Elle a ensuite recopié vers la droite les formules saisies en B2, B3 et B4 et obtenu l'écran suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2	$f(x)$	90	95	100	105	110	115
3	$f(x)$	420	445	470	495	520	545
4	$f(x)$	405	430	455	480	505	530
5							

3. Si elle saisit le nombre 105 dans la cellule H1, quelles valeurs obtiendra-t-elle dans les cellules H2, H3 et H4 ?
4. À l'aide de la copie de l'écran obtenu avec le tableur préciser les durées nécessaires à son oncle pour parcourir la boucle courte ainsi que pour parcourir la boucle longue.

EXERCICE 6 — 6 points

Lors d'une activité sportive, il est recommandé de surveiller son rythme cardiaque.

Les médecins calculaient autrefois, la fréquence cardiaque maximale recommandée f_m exprimée en battements par minute, en soustrayant à 220 l'âge a de la personne exprimé en années.

1. Traduire cette dernière phrase par une relation mathématique.
2. Des recherches récentes ont montré que cette relation devait être légèrement modifiée.

   La nouvelle relation utilisée par les médecins est:

   $$\text{Fréquence cardiaque maximale recommandée } = 208 - (0,75 \times a).$$

   (a) Calculer la fréquence cardiaque maximale à 60 ans recommandée aujourd'hui par les médecins.

   (b) Déterminer l'âge pour lequel la fréquence cardiaque maximale est de 184 battements par minute.

   (c) Sarah qui a vingt ans court régulièrement.

   Au cours de ses entraînements, elle surveille son rythme cardiaque.

   Elle a ainsi déterminé sa fréquence cardiaque maximale recommandée et a obtenu 193 battements par minute. Quand elle aura quarante ans, sa fréquence cardiaque maximale sera de 178 battements par minute.

   Est-il vrai que sur cette durée de vingt ans sa fréquence cardiaque maximale aura diminué d'environ 8 % ?

EXERCICE 7 — 3 points

Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation

Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis.

Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurées puissent se tenir.

Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.

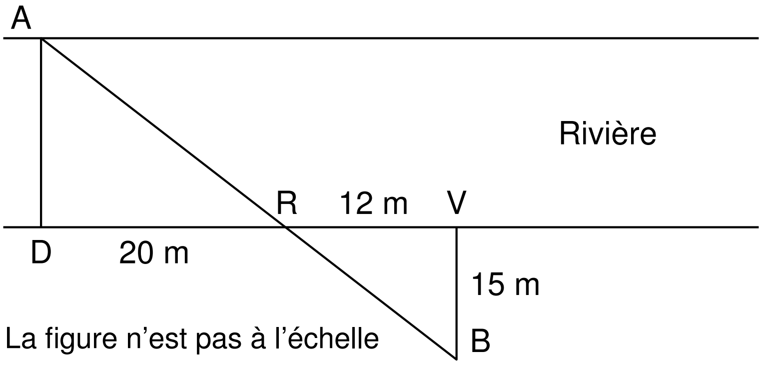
Pour cela il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive.

Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R).

Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres.

Il est alors satisfait: sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.

A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



La figure n'est pas à l'échelle

Correction

Exercice 1 — 4 points

1. Si t est le tarif enfant, la tarif adulte est $t+4$.

   La recette est donc :

   $50t + 100(t+4) = 1{,}300$ soit $150t + 400 = 1{,}300$ ou encore $150t = 900$, donc $t = 6$ €. Réponse **c.**

2. La figure se décompose en un carré de côté $\sqrt{15}-1$ et un rectangle de côtés $\sqrt{15}-1$ et 2. L'aire est donc égale à :

   $\left(\sqrt{15}-1\right)^2 + 2\left(\sqrt{15}-1\right) = \left(\sqrt{15}-1\right)\left(\sqrt{15}-1+2\right) = \left(\sqrt{15}-1\right)\left(\sqrt{15}+1\right) =$
   $15-1=14$. Réponse **c.**

3. On a $v = \dfrac{320}{59} \approx 5,42$ soit au dixième près 5,4 km/s. Réponse **a.**

Exercice 2 — 6 points

1. On est dans un parallélépipède rectangle, donc [FN] et [FM] sont perpendiculaires. L'aire du triangle rectangle FMN est donc égale à :

   $\dfrac{\text{FN} \times \text{FM}}{2} = \dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ cm^2.

2. Le volume du prisme de base FMN et de hauteur [BF] est égale à

   $\dfrac{1}{3} \times \mathcal{A}(\text{FMN}) \times \text{BF}] = \dfrac{6 \times 5}{3} = 10$ cm^3.

3. (a) Le volume du parallélépipède ABCDEFGH est égal à $15 \times 10 \times 5 = 750$ cm^3.
Donc le volume du solide ABCDENMGH est égal à $750 - 10 = 740$ cm^3.

(b)

	Parallélépipède ABCDEFGH	Solide ABCDENMGH
Nombre de faces	6	7
Nombre d'arêtes	12	14
Nombre de sommets	8	9
Caractéristique x	2	2

EXERCICE 3 — 5 points

1. De 51 à 100 g le montant de l'affranchissement est égal à 1,65 €.
2. Pour Mayotte le montant est de 2,65 € plus un complément aérien de
$11 \times 0,05 = 0,55$ € soit au total 3,20 €.
3. Le montant initial est 3,55 € auquel il faut ajouter le complément aérien de $28 \times 0,11 = 3,08$ € soit au total 6,63 €. Il peut payer l'envoi.
4. On a L + l + H $= 105 > 100$: la somme des dimensions dépasse 100 cm ; le paquet est refusé.

EXERCICE 4 — 6 points

1. Il y a réaction à partir du 2e jour.
2. Le maximum atteint est 90 à peu près.
Ce maximum est atteint le 5e jour.
3. Au bout de 12 jours.
4. Le taux d'anticorps est supérieur à 800 pendant à peu près deux jours.

EXERCICE 5 — 7 points

1. En 2012 il a mis $480 + 40 = 520$ min.
En 2013 il a mis $480 + 25 = 505$ min
2. (a) =B1+15
(b) Cette formule permet de calculer en fonction de x le temps mis en 2012.
(c) =3*B1+2*B2

3. Avec $x = 105$, on obtient dans H2 $x + 15 = 120$, dans H3 $2x + 3(x + 15) = 525 + 45 = 570$ et dans H4 $3x + 2(x + 15) = 525 + 30 = 555$.

4. On constate que les valeurs 520 et 505 sont atteintes pour $x = 95$.

   Il faut donc 1 h 35 min pour effectuer la boule courte et 1 h 50 min pour effectuer la boucle longue.

EXERCICE 6 **6 points**

1. $f_m = 220 - a$.
2. (a) $f_{60} = 208 - (0,75 \times 60) = 208 - 45 = 163$.

   (b) $f_a = 208 - (0,75 \times a) = 184$ si $208 - 184 = 0,75a$ ou $24 = 0,75a$ d'où finalement $a = 32$.

   (c) On calcule $\dfrac{193 - 178}{193} \times 100 = \dfrac{15}{193} \times 100 \approx 7,77\,\%$ soit effectivement à peu près 8 % à l'unité près.

EXERCICE 7 **3 points**

Les droites (AD) et (BV) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (DV) : elles sont donc parallèles. Les points B, R, A d'une part, les points V, R, D d'autre part sont alignés dans cet ordre. On peut donc énoncer le théorème de Thalès :

$$\frac{\text{RV}}{\text{RD}} = \frac{\text{BV}}{\text{AD}} \text{ soit } \frac{12}{20} = \frac{15}{\text{AD}} \text{ d'où AD } = \frac{15 \times 20}{12} = \frac{3 \times 5 \times 4 \times 5}{3 \times 4} = 25.$$

Comme $25 < 30$ il pourra effectivement installer sa corde entre les points A et D.