EXERCICE 1 **6 POINTS**

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3,003 dragées au chocolat et 3,731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles.
   Chaque corbeille doit avoir la même composition.
   Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?
2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.
   (a) Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.
   (b) Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
   Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

** Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boîte par exemple.*

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.
Toute réponse exacte vaut 1 point.
Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte (A ou B ou C).

	A	B	C
1. $\sqrt{(-5)^2}$	n'existe pas	est égal à -5	est égal à 5
2. Si deux surfaces ont la même aire alors	elles sont superposables	elles ont le même périmètre	leurs périmètres ne sont pas forcément égaux.
3. Soit f la fonction définie par: $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5)$	f est une fonction affine	f est une fonction linéaire	f n'est pas une fonction affine.
4. Hicham a récupéré les résultats d'une enquête sur les numéros qui sont sortis ces dernières années au loto. Il souhaite jouer lors du prochain tirage.	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui sont souvent sortis	Il vaut mieux qu'il joue les numéros qui ne sont pas souvent sortis.	L'enquête ne peut pas l'aider.
5. Une expression factorisée de $(x-1)^2 - 16$ est ...	$(x+3)(x-5)$	$(x-4)(x+4)$	$x^2 - 2x - 15$

Exercice 3 — 3 points

Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10.

Est-ce vrai ? Justifier.
Si travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

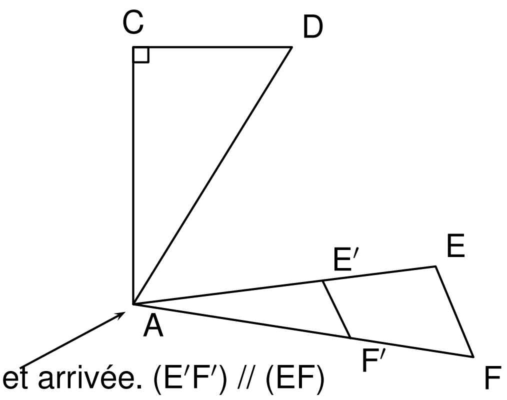
Exercice 4 — 7 points

Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisées ci-dessous :

- le parcours ACDA
- le parcours AEFA

Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.
Peux-tu les aider à choisir le parcours ? Justifie.

Attention: la figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont correctes.



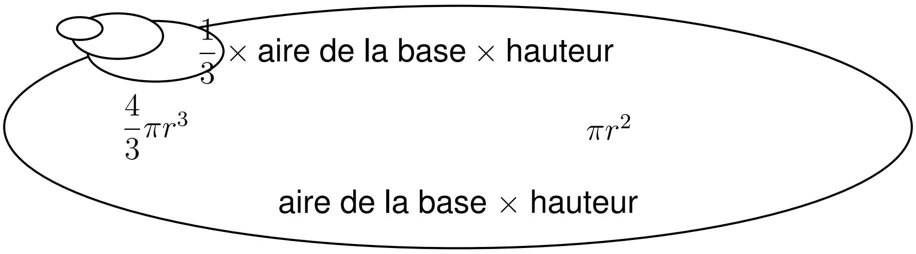
Départ et arrivée. (E′F′) // (EF)

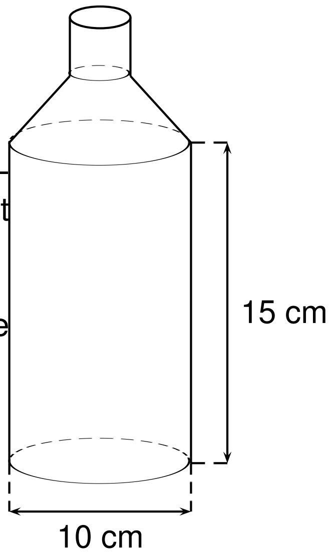
L'angle $\widehat{A}$ dans le triangle AEF vaut 30

AC = 1,4 km
CD = 1,05 km
AE′ = 0,5 km
AE = 1,3 km
AF = 1,6 km
E′F′ = 0,4 km

Exercice 5 — 8 points

Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.



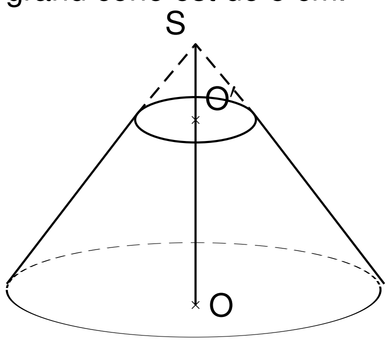


Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot.

Les dimensions sont notées sur le schéma.

1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3.

2. Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O′. La hauteur SO du grand cône est de 6 cm et la hauteur SO' du petit est égale à 2 cm. Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm.

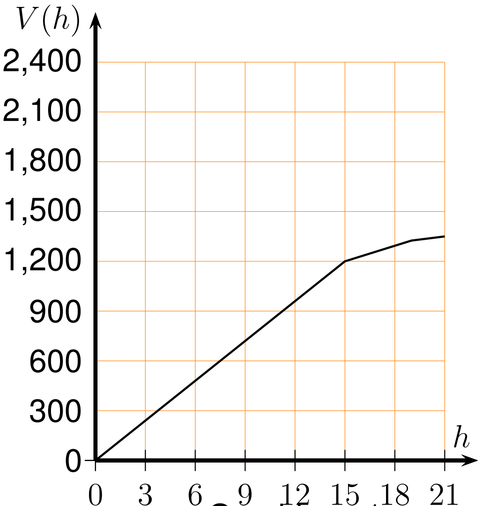


a. Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur SO (donner la valeur exacte).

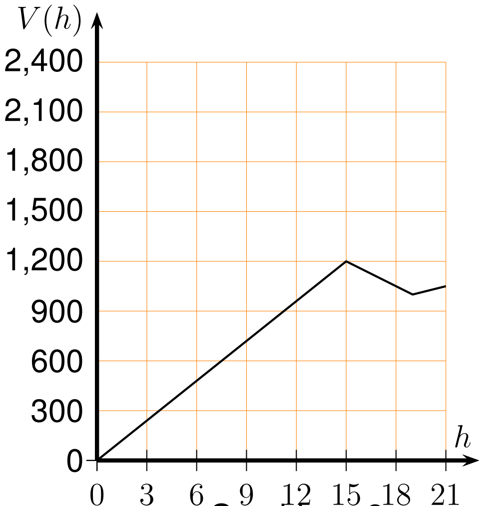
b. Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1{,}300\pi}{27}$ cm^3. En donner une valeur arrondie au cm^3.

3. Parmi les quatre graphiques ci-dessous, l'un d'entre eux représente le volume $V(h)$ de la bouteille en fonction de la hauteur h de remplissage du bidon.

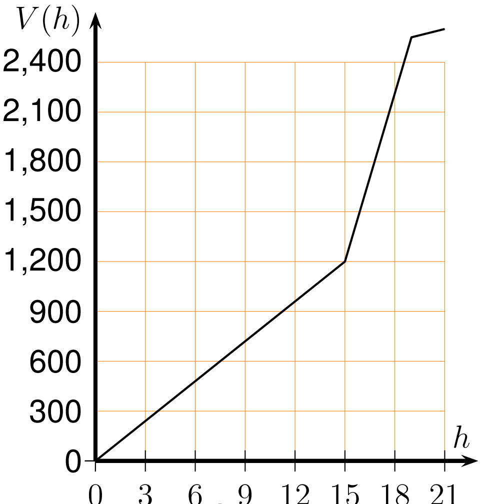
Quel est ce graphique ? Pourquoi les autres ne sont-ils pas convenables ?



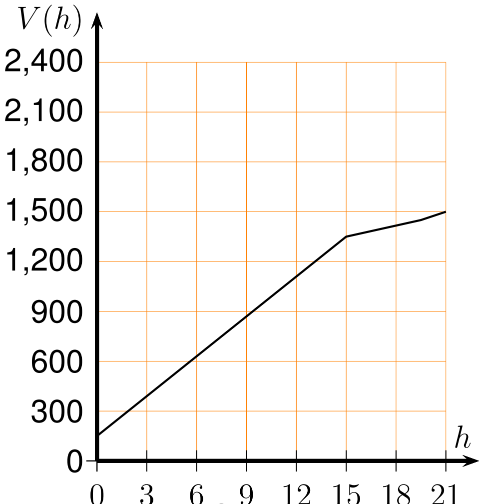
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

EXERCICE 6 — 7 POINTS

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux jeux olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008

Nation	**Or**
France	40
Italie	32
Royaume-Uni	18
Pays-Bas	15
États-Unis	14
Australie	13
Allemagne	13
Union soviétique	11
Belgique	6
Danemark	6
Allemagne de l'Ouest	6
Espagne	5
Allemagne de l'Est	4

Nation	**Or**
Russie	4
Suisse	3
Suède	3
Tchécoslovaquie	2
Norvège	2
Canada	1
Afrique du Sud	1
Grèce	1
Nouvelle-Zélande	1
Autriche	1
Estonie	1
Lettonie	1
Argentine	1

1. Voici un extrait du tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

   Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

2. (a) Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).
   (b) Déterminer la médiane de cette série.
   (c) En observant les valeurs prises par la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.

3. Pour le cyclisme masculin, 70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze (arrondir le résultat à l'unité) ?

Si la travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche.
Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Correction

EXERCICE 1 **6 POINTS**

1. $3{,}003 = 150 \times 20 + 3$ et $3{,}731 = 186 \times 20 + 11$.

   Il restera, à Arthur, 14 dragées : 3 au chocolat et 11 aux amandes.

2. (a) La proposition d'Emma ne convient pas. En effet, 90 ne divise ni 3,303, ni 3,731, et elle doit utiliser tous les dragées ; ce qui est donc impossible.

   (b) Comme on veut faire le maximum de ballotins contenant chacun les mêmes nombres de dragées au chocolat et de dragées aux amandes, il faut rechercher le plus grand diviseur commun de 3,303 et 3,731.

   D'après l'algorithme d'Euclide :

a	b	reste	division euclidienne
3,731	3,303	728	$3{,}731 = 1 \times 3{,}003 + 728$
3,303	728	91	$3{,}303 = 4 \times 728 + 91$
728	91	0	$728 = 8 \times 91$

   Le PGCD de 3,303 et 3,731 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 91.

   Donc Emma et Arthur pourront faire au maximum 91 ballotins.

   On réalise les opérations suivantes : $3{,}303 \div 91 = 33$ et $3{,}731 \div 91 = 41$.

   Chacun des ballotins contiendra 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

1. $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$; c'est la réponse C.
2. C'est la réponse C.
3. $f(x) = 3x - (2x+7) + (3x+5) = 3x - 2x - 7 + 3x + 5 = 4x - 2$. C'est la réponse A.
4. L'enquête ne peut pas l'aider car c'est un tirage aléatoire : chaque numéro a la même chance d'être sorti. C'est la réponse C.
5. $(x-1)^2 - 16 = (x-1)^2 - 4^2 = [(x-1)+4[(x-1)-4] = [x-1+4] \times [x-1-4] = (x+3)(x-5)$.
   D'où $(x-1)^2 - 16 = (x+3)(x-5)$; c'est la réponse A.

Exercice 3 — 3 points

Soit x le nombre de départ.
Ajoutons 3 : $x+3$. Multiplions le résultat par 7 : $7 \times (x+3) = 7 \times x + 7 \times 3 = 7x + 21$.
Ajoutons le triple du nombre de départ au résultat : $7x + 21 + 3 \times x = 10x + 21$.
Enlevons 21 au résultat : $10x + 21 - 21 = 10x$.
L'affirmation est donc vraie.

Exercice 4 — 7 points

- Recherche de la longueur du parcours ACDA :

Dans le triangle ACD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$\text{AD}^2 = \text{AC}^2 + \text{DC}^2$.
D'où $\text{AD}^2 = 1,4^2 + 1,05^2 = 3.062{,}5$; par suite, $\text{AD} = \sqrt{3.062{,}5} = 1,75$ (km).
Or $\text{AC} + \text{CD} + \text{DA} = 1,4 + 1,05 + 1,75 = 4,2$.
Donc la longueur du parcours ACDA est de $4,2$ km.

- Recherche de la longueur du parcours AEFA :

Dans le triangle AEF, E′ appartient à [AE], F′ appartient à [AF] et les droites (E′F′) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{\text{AE}}{\text{AE'}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AF'}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{E'F'}}$, c'est-à-dire, $\dfrac{1,3}{0,5} = \dfrac{1,6}{\text{AF'}} = \dfrac{\text{EF}}{0,4}$.
D'où : $\dfrac{1,3}{0,5} = \dfrac{\text{EF}}{0,4}$. Ainsi $\text{EF} = \dfrac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04$ (km).
Or $\text{AE} + \text{EF} + \text{FA} = 1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94$.
Donc la longueur du parcours AEFA est de $3,94$ km.

- Comparaison des deux parcours :

$4,2 - 4 = 0,2$ et $4 - 3,94 = 0,06$.
La commune choisira donc le parcours AEFA car sa longueur s'approche le plus possible de 4 km.

Exercice 5 — 8 points

1. $V_{\text{cylindre}} =$ aire de la base $\times$ hauteur $= \pi r^2 \times h$.

   Donc $V_{\text{cylindre}} = \pi \times 5 \times 15 = 375\pi \approx 1{,}178$ (cm) .

2. (a) $V_{\text{cône}} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$.

   D'où $V_1 = V_{\text{grand cône}} = \dfrac{\pi r^2 \times \text{SO}}{3} = \dfrac{\pi \times 5^2 \times 6}{3} = 50\pi$ cm²

   (b) $V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}}$.

   Or le petit cône est une réduction du grand cône avec un rapport k égal à $k = \dfrac{\text{SO'}}{\text{SO}} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

   D'où $V_{\text{petit cône}} = V_1 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = 50\pi \times \dfrac{1}{27} = \dfrac{50\pi}{27}$cm³. Par suite :

   $V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}} = 50\pi - \dfrac{50\pi}{27} = \dfrac{50\pi \times 27 - 50\pi}{27} = \dfrac{1{,}300\pi}{27} \approx 151$ cm³.

3. On peut éliminer le graphique 4 car si $h = 0$, le volume devrait être égal à 0.

   On peut éliminer le graphique 2 car le volume doit toujours augmenter si la hauteur h augmente.

   D'après les calculs précédents, si on remplit le bouteille jusqu'au goulot, h serait alors égal à 19 cm. Et dans ce cas, le volume du bidon serait égal à environ $1{,}178 + 151 = 1{,}329$ cm³ ; ce qui correspond au graphique 1.

EXERCICE 6 — 7 POINTS

1. Dans la cellule O2, on a saisi la formule : = SOMME(B1 : N1)

2. (a) $\overline{x} = \dfrac{8 \times 1 + 8 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + 3 \times 6 + 1 \times 11 + 2 \times 13 + 1 \times 14 + 1 \times 15 + 1 \times 18 + 1 \times 3}{26}$

   $\overline{x} = \dfrac{205}{26} \approx 8$.

   La moyenne de cette série est égale à environ 8 médailles.

   (b) On calcule $\dfrac{N}{2} = \dfrac{26}{2} = 13$.

   La médiane de cette série est comprise entre la 13e valeur et la 14e de la série rangée dans l'ordre croissant.

   On cumule les effectifs jusqu'à dépasser 13 : $8 + 2 + 2 = 12$. La 13e valeur est 4 et la 14e valeur est 4.

   Donc la médiane de cette série est égale à 4 médailles.

   (c) Les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes car l'étendue de la série est très grande : $40 - 1 = 39$. Les valeurs sont alors très dispersées.

3. Soit x le nombre de pays médaillés.

   70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or ; ainsi, $\dfrac{70}{100} \times x = 26$, c'est-à-dire $0,7 \times x = 26$.

   Par suite, $x = \dfrac{26}{0,7} \approx 37$ et $37 - 26 = 11$.

   Par conséquent, 11 pays n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze.