Exercice 1 **3 points**

Voici trois calculs effectués à la calculatrice. Détailler ces calculs afin de comprendre les résultats donnés par la calculatrice :

Calcul 1 : $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$

Calcul 2 : $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Calcul 3 : $8 \times 10^{15} + 2 \times 10^{15} = 1 \times 10^{16}$

Exercice 2 **4 points**

Pour choisir un écran de télévision, d'ordinateur ou une tablette tactile, on peut s'intéresser :

- à son format qui est le rapport longueur de l'écran largeur de l'écran
- à sa diagonale qui se mesure en pouces. Un pouce est égal à 2,54 cm.

1. Un écran de télévision a une longueur de 80 cm et une largeur de 45 cm.

   S'agit-il d'un écran de format $\frac{4}{3}$ ou $\frac{16}{9}$?
2. Un écran est vendu avec la mention 15 pouces . On prend les mesures suivantes : la longueur est 30,5 cm et la largeur est 22,9 cm.

   La mention 15 pouces est-elle bien adaptée à cet écran ?
3. Une tablette tactile a un écran de diagonale 7 pouces et de format $\frac{4}{3}$ Sa longueur étant égale à 14,3 cm, calculer sa largeur, arrondie au mm près.

Exercice 3 **3 points**

1. Une bouteille opaque contient 20 billes dont les couleurs peuvent être différentes. Chaque bille a une seule couleur. En retournant la bouteille, on fait apparaître au goulot une seule bille à la fois. La bille ne peut pas sortir de la bouteille.

   Des élèves de troisième cherchent à déterminer les couleurs des billes contenues dans la bouteille et leur effectif. Ils retournent la bouteille 40 fois et obtiennent le tableau suivant :

Couleur apparue	rouge	bleue	verte
Nombre d'apparitions de la couleur	18	8	14

   Ces résultats permettent-ils d'affirmer que la bouteille contient exactement 9 billes rouges, 4 billes bleues et 7 billes vertes ?

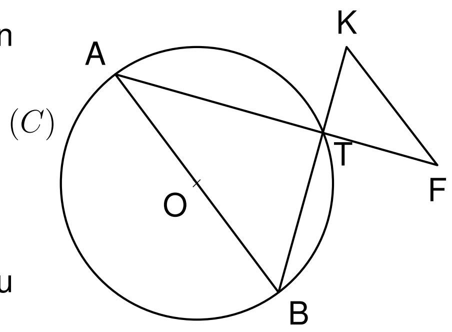
2. Une seconde bouteille opaque contient 24 billes qui sont soit bleues, soit rouges, soit vertes.

   On sait que la probabilité de faire apparaître une bille verte en retournant la bouteille est égale à $\frac{3}{8}$ et la probabilité de faire apparaitre une bille bleue est égale à $\frac{1}{2}$. Combien de billes rouges contient la bouteille ?

Exercice 4 **4 points**

La figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, représente un cercle (C) et plusieurs segments. On dispose des informations suivantes :

- [AB] est un diamètre du cercle (C) de centre O et de rayon 7,5 cm.
- K et F sont deux points extérieurs au cercle (C).
- Les segments [AF] et [BK] se coupent en un point T situé sur le cercle (C).
- AT = 12 cm, BT = 9 cm, TF = 4 cm, TK = 3 cm.



1. Démontrer que le triangle ATB est rectangle.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAT}$ arrondie au degré près.
3. Les droites (AB) et (KF) sont-elles parallèles ?
4. Calculer l'aire du triangle TKF.

Exercice 5 **4 points**

Pour son anniversaire, Julien a reçu un coffret de tir à l'arc.
Il tire une flèche. La trajectoire de la pointe de cette flèche est représentée ci-dessous.
La courbe donne la hauteur en mètres (m) en fonction de la distance horizontale en mètres (m) parcourue par la flèche.

1. Dans cette partie, les réponses seront données grâce à des **lectures graphiques**. Aucune justification n'est attendue sur la copie.

   (a) De quelle hauteur la flèche est-elle tirée ?

   (b) À quelle distance de Julien la flèche retombe-t-elle au sol?

   (c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la flèche ?

2. Dans cette partie, les réponses seront justifiées par des **calculs** :

   La courbe ci-dessus représente la fonction f définie par

   $f(x) = -0,1x^2 + 0,9x + 1$.

   (a) Calculer $f(5)$.

   (b) La flèche s' élève-t-elle à plus de 3 m de hauteur ?

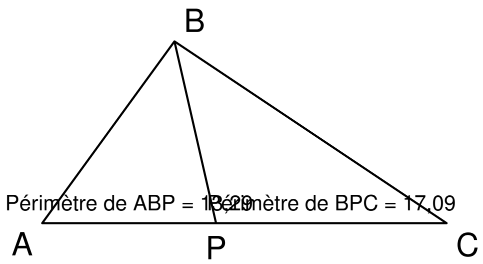
Exercice 6 **6 points**

ABC est un triangle tel que AB = 5 cm, BC = 7,6 cm et AC = 9,2 cm.

1. Tracer ce triangle en vraie grandeur.

2. ABC est-il un triangle rectangle?

3. Avec un logiciel, on a construit ce triangle, puis :
   - on a placé un point P mobile sur le côté [AC] ;
   - on a tracé les triangles ABP et BPC ;
   - on a affiché le périmètre de ces deux triangles.



(a) On déplace le point P sur le segment [AC].
Où faut-il le placer pour que la distance BP soit la plus petite possible?

(b) On place maintenant le point P à 5 cm de A.
Lequel des triangles ABP et BPC a le plus grand périmètre ?

(c) On déplace à nouveau le point P sur le segment [AC].
Où faut-il le placer pour que les deux triangles ABP et BPC aient le même périmètre ?

Exercice 7 **5 points**

On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

Choisir un nombre
Soustraire 0,5
Multiplier le résultat par le double
du nombre choisi au départ

Programme B :

Choisir un nombre
Calculer son carré
Multiplier le résultat par 2
Soustraire à ce nouveau résultat
le nombre choisi au départ

1. (a) Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
   (b) Appliquer le programme B au nombre 10.

2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

   (a) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas ?
   (b) Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau?
   (c) Prouver cette conjecture.

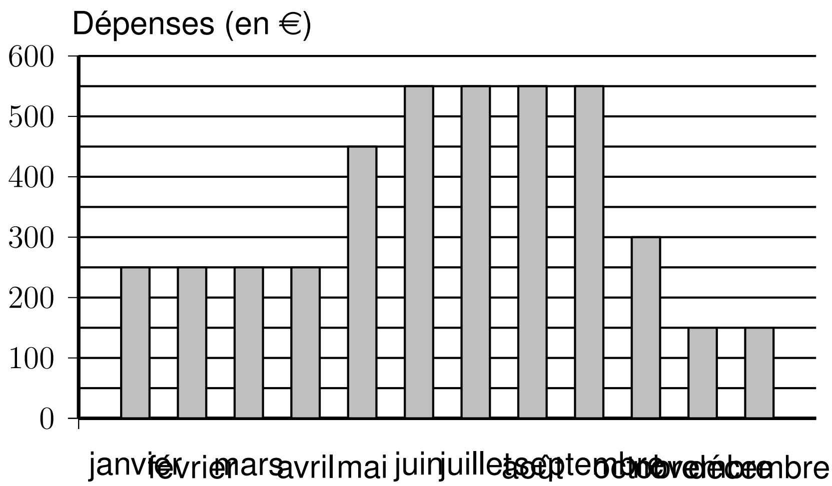
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes ?

Exercice 8 **6 points**

Un couple a acheté une maison avec piscine en vue de la louer. Pour cet achat, le couple a effectué un prêt auprès de sa banque. Ils louent la maison de juin à septembre et la maison reste inoccupée le reste de l'année.

Information 1 : Dépenses liées à cette maison pour l'année 2013

Le diagramme ci-dessous présente, pour chaque mois, le total des dépenses dues aux différentes taxes, aux abonnements (électricité, chauffage, eau, internet), au remplissage et au chauffage de la piscine.



Information 2 : Remboursement mensuel du prêt

Chaque mois, le couple doit verser 700 euros à sa banque pour rembourser le prêt.

Information 3 : Tarif de location de la maison

- Les locations se font du samedi au samedi.
- Le couple loue sa maison du samedi 7 juin au samedi 27 septembre 2014.
- Les tarifs pour la location de cette maison sont les suivants :

Début	**Fin**	**Nombre de semaines**	**Prix de la location**
07/06/2014	05/07/2014	4 semaines	750 euros par semaine
05/07/2014	23/08/2014	7 semaines	... euros par semaine
23/08/2014	27/09/2014	5 semaines	750 euros par semaine

Pour l'année 2014, avec l'augmentation des différents tarifs et taxes, le couple prévoit que le montant des dépenses liées à la maison sera 6 % plus élevé que celui pour 2013.

Expliquer pourquoi le total des dépenses liées à la maison s'élèvera à 4,505 € en 2014.

On suppose que le couple arrive à louer sa maison durant toutes les semaines de la période de location. À quel tarif minimal (arrondi à la dizaine d'euros) doit-il louer sa maison entre le 5/07 et 23/08 pour couvrir les frais engendrés par la maison sur toute l'année 2014 ?

Correction

Exercice 1 **3 points**

Calcul 1: $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{10-9}{12} = \frac{1}{12}$.

Calcul 2 : $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Calcul 3 : $8 \times 10^{15} + 2 \times 10^{15} = 10^{15}(8+2) = 10^{15} \times 10^{1} = 10^{16} = 1 \times 10^{16}$

Exercice 2 **4 points**

1. Le format est égal à $\frac{80}{45} = \frac{5 \times 16}{5 \times 9} = \frac{16}{9}$.
2. La diagonale de longueur d vérifie :
   $d^2 = 30,5^2 + 22,9^2 = 930,25 + 524,41 = 1{,}456.66$, soit $d = \sqrt{1{,}456.66} \approx 38,14$ (cm), soit en pouces $d \approx \frac{38,14}{2,54} \approx 15,02$.
   La mention 15 pouces est bien adaptée à cet écran.
3. Si la largeur est l, on a $\frac{14,3}{l} = \frac{4}{3}$, soit $l = \frac{3 \times 14,3}{4} = 10,725$, soit environ 10,7 cm au millimètre près.
   Remarque : On pouvait également traduire la longueur de la diagonale en cm et utiliser le théorème de Pythagore pour trouver la largeur. Avec cette méthode on trouve $l \approx 10,56$ soit environ 10,6 cm !

Exercice 3 **3 points**

1. La fréquence d'apparition des couleurs rouge, bleue et verte sont respectivement : $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$, $\frac{8}{20} = \frac{4}{10}$ et $\frac{14}{40} = \frac{7}{20}$; ces fréquences ne permettent pas de conclure au nombre de billes de chaque couleur.
2. La probabilité de faire apparaàôtre une bille rouge est égale à :
   $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$.

   Comme il y a 24 billes le nombre de rouges est $24 \times \frac{1}{8} = 3$.

Exercice 4 **4 points**

1. $\text{AB}^2 = 15^2 = 225$; $\text{AT}^2 + \text{BT}^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$.

   On a $225 = 144 + 81$, soit $\text{AB}^2 = \text{AT}^2 + \text{BT}^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : le triangle ABT est rectangle en T, d'hypoténuse [AB].
2. Dans le triangle ABT est rectangle en T, on a par exemple $\cos \widehat{\text{BAT}} = \frac{\text{AT}}{\text{AB}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$. La calculatrice donne $\widehat{\text{BAT}} \approx 36,86$ soit 37 au degré près.
3. On a $\frac{\text{AT}}{\text{TF}} = \frac{12}{4} = 3$ et $\frac{\text{BT}}{\text{TK}} = \frac{9}{3} = 3$.

   On a donc $\frac{\text{AT}}{\text{TF}} = \frac{\text{BT}}{\text{TK}}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (FK) sont parallèles.
4. L'aire du triangle BAT est égale à $\frac{\text{AT} \times \text{BT}}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 6 \times 9 = 54$ cm^2.

   Les dimensions de TKF sont 3 fois plus petites que celles du triangle BAT, donc son aire est 3^2 fois plus petite.

   L'aire du triangle TKF est donc égale à $\frac{57}{3^2} = \frac{54}{9} = 6$ cm^2.

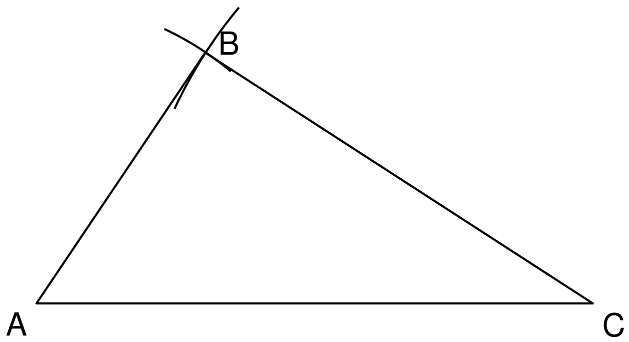
Exercice 5 **4 points**

1. (a) La flèche est tirée à la hauteur 1 m.
   (b) La flèche retombe à 10 m de Julien.
   (c) La flèche monte au plus haut à 3 m. (approximativement)
2. (a) $f(5) = -0,1 \times 5^2 + 0,9 \times 5 + 1 = -2,5 + 4,5 + 1 = 3$.

(b) Quand la flèche est à 5 m de Julien il ne semble pas que la hauteur soit maximale car elle est déjà retombée.
On a $f(4) = -0,1 \times 4^2 + 0.9 \times 4 - 2 = -1,6 + 3,6 + 1 = 3$ et en ce point la flèche semble monter.
Il est difficile d'envisager une partie de trajectoire horizontale, donc la flèche doit s'élever à plus de 3 m.
Remarque : En fait $f(4,5) = -0,1 \times 4,5^2 + 0,9 \times 0,45 + 1 = 3,025$ (m) semble être la hauteur maximale.

Exercice 6 **6 points**

1.



2. Il suffit de vérifier si AC^2 $=$ AB^2 $+$ BC^2.
Or AC$^2 = 9,2^2 = ...4$ et AB^2 $+$ BC$^2 = 5^2 + 7,6^2 = ...6$.
L'égalité ci-dessus ne peut être vraie : le triangle ABC n'est pas rectangle.

3.

(a) La distance BP est la plus petite quand P est le pied de la hauteur issue de B.
On peut construire ce point comme intersection du cercle de diamètre [BC] (ou [AB]) avec le côté [AC].

(b) Périmètre de ABP : $5 + 5 +$ BP $= 10 +$ BP ;
Périmètre de BPC : $7,6 + (9,2 - 5) +$ BP $= 11,8 +$ BP : c'est BPC qui a le plus grand périmètre.

(c) Soit $x =$ AP. On a :
Périmètre de ABP : $5 + x +$ BP ;
Périmètre de BPC : $7,6 + (9,2 - x) +$ BP $= 16,8 - x +$ BP.
On doit donc avoir :
$5 + x +$ BP $= 16,8 - x +$ BP soit $5 + x = 16,8 - x$ ou encore $2x = 11,8$ d'où $x = 5,9$.

Exercice 7 **5 points**

1. (a) $10 \to 10 - 0,5 = 9,5 \to 9,5 \times 20 = 190$.

(b) $10 \to 10^2 = 100 \to 2 \times 100 = 200 \to 200 - 10 = 190$

2. (a) =A$2^2 * 2-$A2
   (b) Il semble que les deux programmes conduisent au même résultat.
   (c) Programme A : $x \to x - 0,5 \to (x - 0,5) \times 2x = 2x(x - 0,5) = 2x^2 - x$.
   Programme B : $x \to x^2 \to 2 \times x^2 \to 2x^2 - x$.
   Les deux programmes donnent le même résultat : le double du carré du nombre initial auquel on retranche le nombre initial.

3. Il faut trouver x tel que $2x^2 - x = 0$ soit $x(2x - 1) = 0$ d'oàź deux possibilités :
   $x = 0$ ou $2x - 1 = 0$ soit $2x = 1$ et enfin $x = 0,5$.

Exercice 8 **6 points**

Dépenses de 2013 : $4 \times 250 + 450 + 4 \times 550 + 300 + 2 \times 150 = 1{,}000 + 450 + 2{,}200 + 300 + 300 = 4{,}250$ (€).
Avec une augmentation moyenne de 6 % en 2014, les dépenses s'élèveront en 2014 à :
$4{,}250 \times 1,06 = 4{,}505$ (€).
Soit x le prix de la location semaine en juillet-août.
Le couple recevra :
$(4 + 5) \times 750 + 7x = 6{,}750 + 7x$
Les frais seront couverts si :
$6{,}750 + 7x \geqslant 4{,}505 + 12 \times 700$ soit $6{,}750 + 7x \geqslant 12{,}905$ ou encore $7x \geqslant 6{,}155$ soit enfin $x \geqslant \dfrac{6{,}155}{7}$.
Or $\dfrac{6{,}155}{7} \approx 879,28$.
Le couple doit louer en juillet-août au tarif minimal de 880 €.