

Exercice 1

20 points

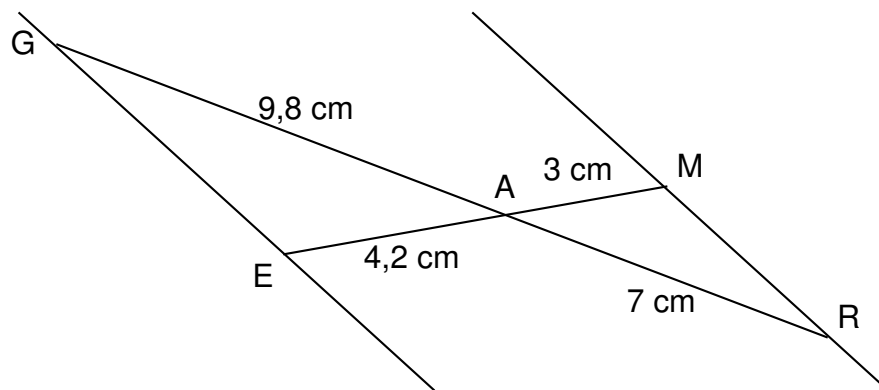
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle vraie ou fausse en expliquant soigneusement la réponse.

1. Adriana doit effectuer le calcul suivant :

$$-\frac{7}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{4}{7}$$

Affirmation 1 : Le résultat qu'elle obtient sous forme de fraction irréductible est $-\frac{4}{35}$.

2. Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



Affirmation 2 : Les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

3. **Affirmation 3 :** La décomposition en produit de facteurs premiers de 126 est $2 \times 7 \times 9$.
4. Dans la recette de sauce de salade de Thomas, les volumes de moutarde, de vinaigre et d'huile sont dans le ratio de 1 : 3 : 7.

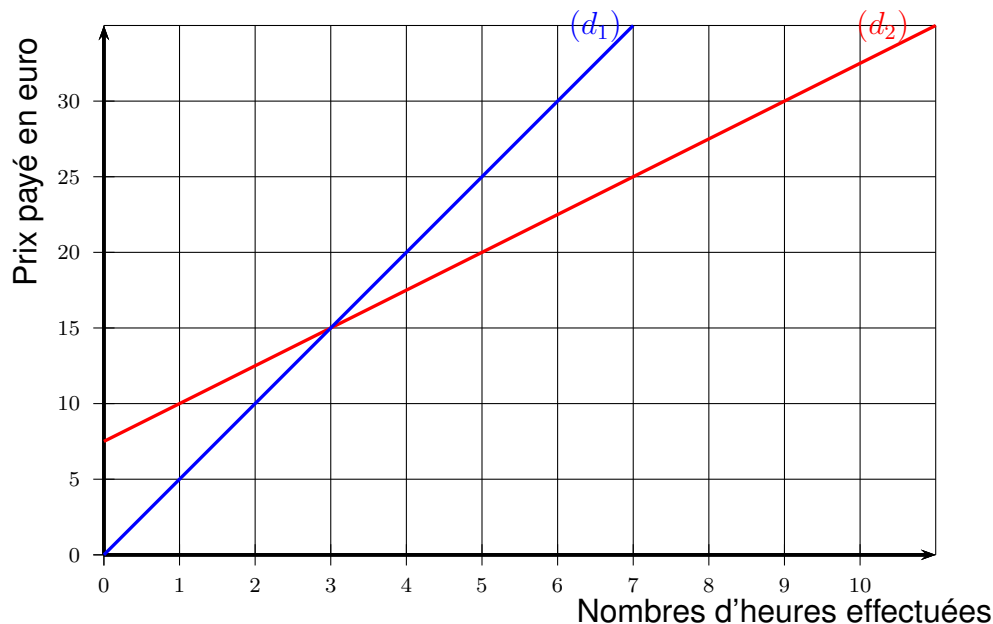
Affirmation 4 : Pour obtenir 330 mL de sauce de salade, il faut utiliser 210 mL d'huile

Exercice 2

16 points

Le graphique ci-dessous représente les deux tarifs pratiqués dans une salle de sport, selon le nombre d'heures effectuées :

- la droite (d_1) est la représentation graphique du tarif liberté
- la droite (d_2) est la représentation graphique du tarif abonné



1. Le prix payé avec le tarif liberté est-il proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport ? Expliquer la réponse.

2. On appelle:

- f la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif liberté
- g la fonction qui, au nombre d'heures effectuées, associe le prix payé en euro avec le tarif abonné

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

- (a) Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?
- (b) Quel est l'antécédent de 10 par la fonction g ?

3. À l'aide du graphique, indiquer le tarif parmi les deux proposés qui est le plus avantageux pour une personne selon le nombre d'heures qu'elle souhaite effectuer dans la salle de sport.

4. Déterminer le prix payé avec le tarif liberté pour 15 heures effectuées.

Expliquer la démarche, même si elle n'est pas aboutie.

Exercice 3

23 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Une entreprise produit et vend des jus de fruit contenus dans des briques en carton qui ont la forme d'un pavé droit.

PARTIE A : Briques de jus de pomme

Ces briques sont fabriquées pour contenir 350 mL de jus de pomme.

Lors d'un contrôle, 24 briques sont prélevées au hasard et analysées.

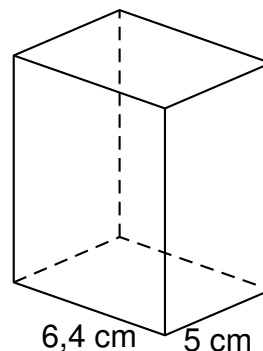
Le tableau ci-dessous donne le volume de jus de pomme (en mL) contenu dans ces briques :

| Volume en mL | 344 | 347 | 348 | 349 | 350 | 351 | 352 | 353 | 354 | 356 | 357 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Effectif | 1 | 2 | 4 | 4 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |

- Déterminer la médiane des volumes de cette série. Interpréter ce résultat
- Calculer l'étendue de cette série
- On prélève au hasard une brique parmi celles contrôlées, quelle est la probabilité qu'elle contienne exactement 350 mL de jus de pomme ?
- Lorsque le volume de jus de pomme contenu dans une brique est compris entre 345 mL et 355 mL, cette brique peut être vendue.
Quel est le pourcentage de briques que l'entreprise peut vendre parmi les briques contrôlées ?

PARTIE B : Briques de jus de raisin

L'entreprise souhaite commercialiser une nouvelle brique en forme de pavé droit pour le jus de raisin. Sa base est un rectangle de longueur 6,4 cm et de largeur 5 cm.

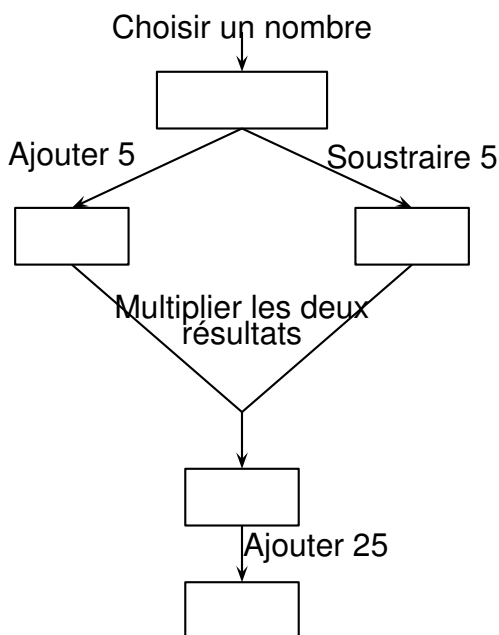


- Calculer l'aire de la base de cette brique
- Quelle doit être la hauteur de cette brique pour que son volume soit de 400 cm^3 ?

Exercice 4

20 points

On considère le programme de calcul suivant :



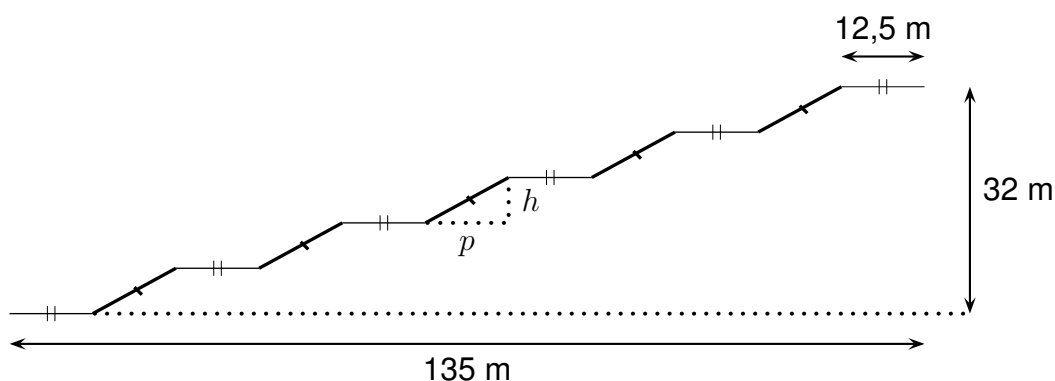
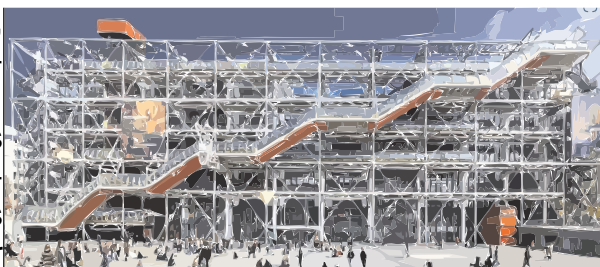
1. (a) Si on choisit le nombre 7, vérifier qu'on obtient 49 à la fin du programme
(b) Si on choisit le nombre -4 , quel résultat obtient-on à la fin du programme ?
2. On note x le nombre choisi au départ
 - (a) Exprimer en fonction de x le résultat obtenu.
 - (b) Développer et réduire $(x + 5)(x - 5)$.
 - (c) Sarah dit : Avec ce programme de calcul, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat obtenu est toujours le carré du nombre de départ .
Qu'en pensez-vous ?

Exercice 5

23 points

Le centre Pompidou est un musée d'art contemporain à Paris. Pour accéder aux étages, il faut utiliser un ensemble d'escalators extérieurs appelé chenille .

La chenille est composée de 5 escalators tous identiques (traits épais sur la figure ci-dessous) et de 6 passerelles horizontales toutes identiques (traits fins horizontaux sur la figure ci-dessous).

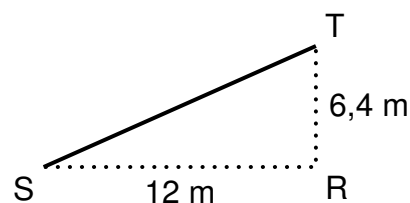


1. À l'aide de la figure ci-dessus :

- (a) Vérifier que la profondeur p de chaque escalator est égale à 12 m
- (b) Calculer la hauteur h de chaque escalator

2. À l'aide du triangle RST ci-contre :

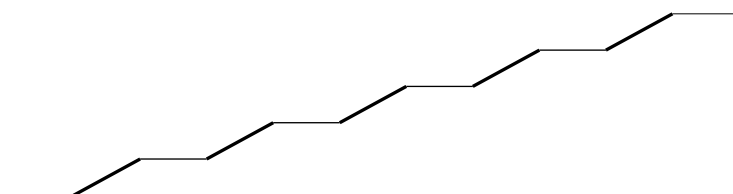
- (a) Prouver que la longueur ST d'un escalator est de 13,6 m.
- (b) Montrer que la mesure de l'angle formé par l'escalator avec l'horizontale (c'est-à-dire l'angle \widehat{RST} arrondie au degré est de 28.



3. Sabine veut représenter la chenille grâce au logiciel Scratch.

Elle a écrit le programme qui est donné sur le document joint. On précise que : 1 pas du logiciel correspond à 1 m dans la réalité.

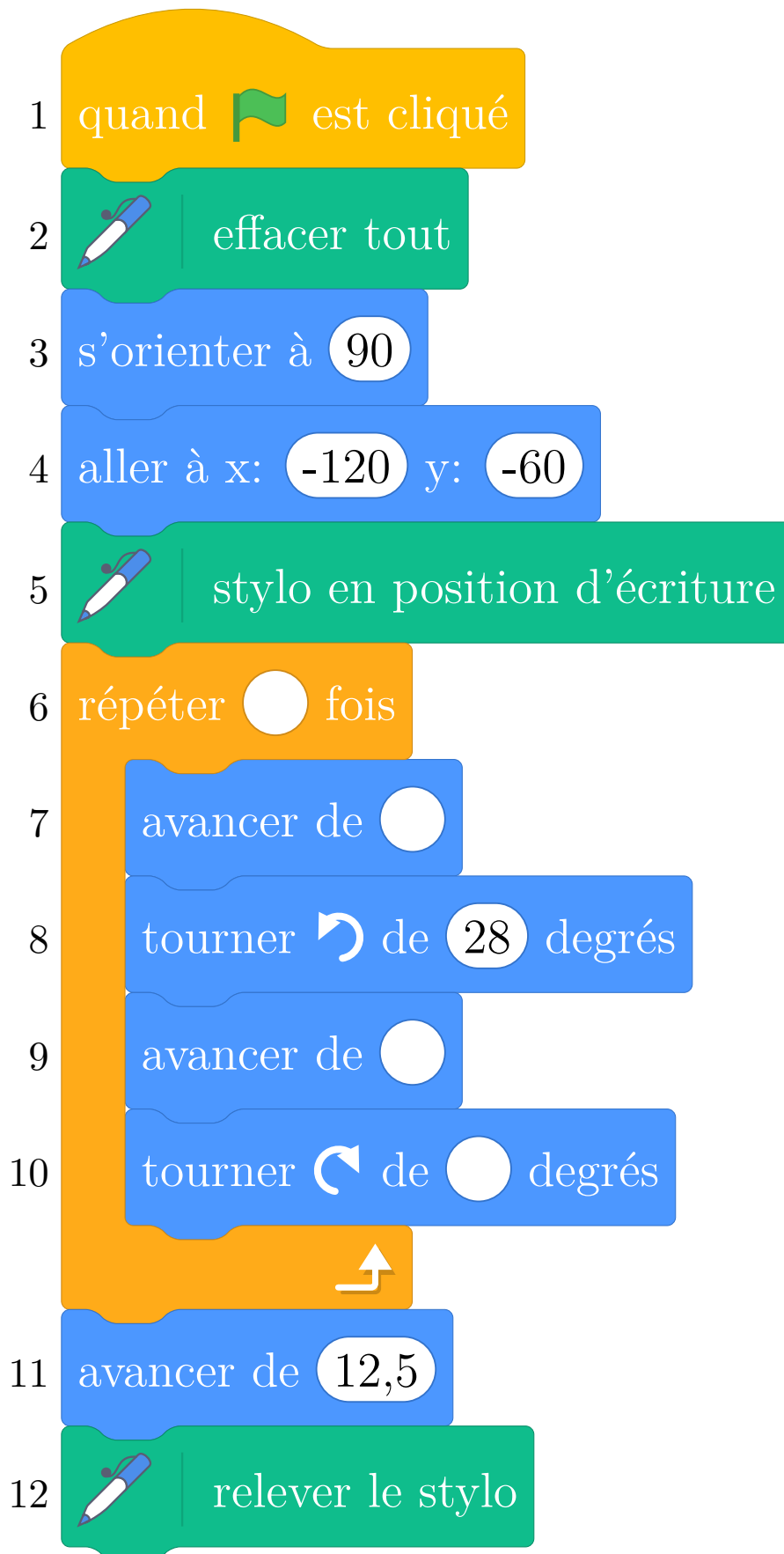
Compléter les lignes 6, 7, 9, et 10 sur le document (à rendre avec la copie), afin d'obtenir le tracé ci-dessous de la chenille :



Rappel : S'orienter à 90 signifie que l'on est orienté vers la droite

À compléter et à rendre avec la copie

Ex 5 question 3 :



Correction



Exercice 1

20 points

$$1. \text{ On a } -\frac{7}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{4}{7} = -\frac{7}{5} \times \frac{7}{7} + \frac{6}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{-49 + 24}{5 \times 7} = \frac{-25}{5 \times 7} = \frac{-5}{7} = -\frac{5}{7}.$$

L'affirmation 1 est fausse.

2. Les points G, A et R sont alignés dans cet ordre et les points E, A et M sont alignés dans ce même ordre.

$$\text{On a d'une part : } \frac{AM}{AE} = \frac{3}{4,2} = \frac{30}{42} = \frac{2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{7} \text{ et d'autre part :}$$

$$\frac{AR}{AG} = \frac{7}{9,8} = \frac{70}{98} = \frac{7 \times 2 \times 5}{2 \times 7 \times 7} = \frac{5}{7}.$$

Par conséquent $\frac{AM}{AE} = \frac{AR}{AG}$: d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MR) et (GE) sont parallèles. L'affirmation 2 est donc vraie.

3.

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{Donc } 126 = 2 \times 3^2 \times 7.$$

L'affirmation 3 est fausse car 9 n'est pas un nombre premier.

4. Il y a en tout $1 + 3 + 7 = 11$ portions pour un volume total de 330 mL.

Le volume de la portion est donc : $\frac{330}{11} = 30$ (mL).

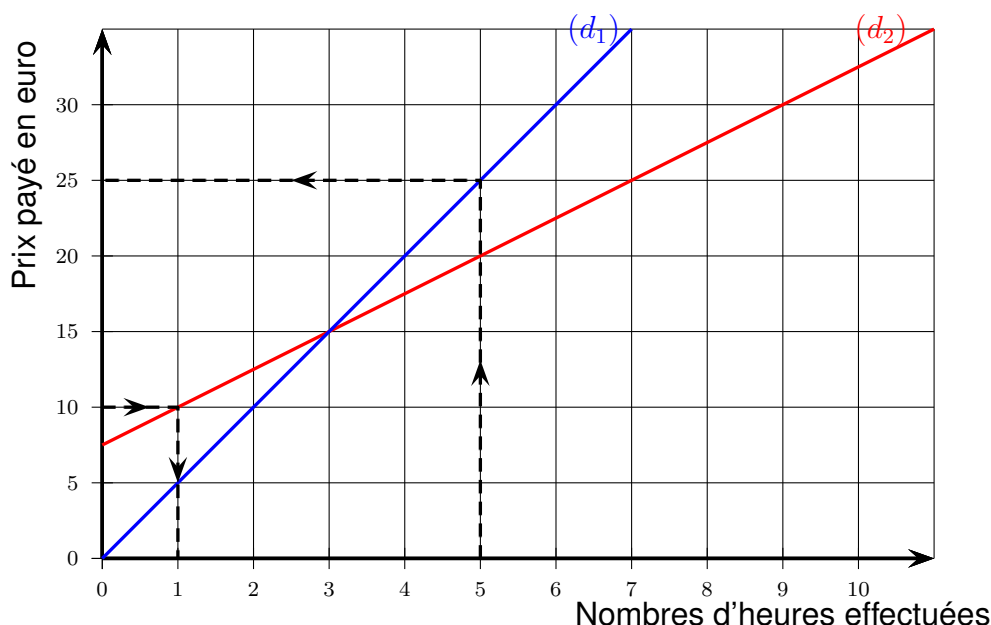
Le volume d'huile utilisé pour 330 mL de sauce salade est donc égal à $7 \times 30 = 210$ (mL). L'affirmation 4 est donc vraie.

Exercice 2

16 points

- Le prix payé avec le tarif liberté est représenté par la droite (d_1) qui passe par l'origine donc ce prix est bien proportionnel au nombre d'heures effectuées dans la salle de sport. (la fonction associée, voir plus bas est une fonction linéaire)
- (a) $f(5) = 25$. L'image de 5 par f est 25.
(b) L'antécédent de 10 par la fonction g est 1

Voir les lectures sur la figure ci-dessous.



- Si la personne effectue moins de 3h dans la salle de sport il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif liberté(car la droite (d_1) est en dessous de la droite (d_2))
 - Si la personne effectue 3 h il est équivalent qu'elle choisisse l'un ou l'autre des deux tarifs.
 - Si la personne effectue plus de 3 h il est plus avantageux qu'elle choisisse le tarif abonné (car la droite (d_2) est en dessous de la droite (d_1)).
- Comme la droite (d_1) passe par l'origine elle représente une fonction linéaire, donc $f(x) = ax$ avec a un réel.

(d_1) passe par les points de coordonnées $(0 ; 0)$ et $(3 ; 15)$ donc $a = \frac{15 - 0}{3 - 0} = \frac{15}{3} = 5$.

Par conséquent $f(x) = 5x$. Et $f(15) = 5 \times 15 = 75$.

Le prix payé avec le tarif liberté pour 15 heures effectuées est de 75 €.

Exercice 3

23 points

Partie A

- Il y a 24 données ; la médiane est donc la moyenne entre la 12e et 13e données de la série rangées dans l'ordre croissant. D'après l'effectif cumulé croissant du tableau donné la 12e et la 13e donnée sont 350, donc la médiane est de 350 mL. Ce qui signifie que 50 % des données sont des volumes inférieurs à 350 mL et que 50 % sont des volumes supérieurs à 350 mL.
- L'étendue est égale à : $357 - 344 = 13$ mL.
- On a trouvé 2 briques de 350 mL. La probabilité d'obtenir une brique contenant exactement 350 mL est donc égale à $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ soit environ 8,3 %.
- Nombre de briques ayant un volume compris entre 345 mL et 355 mL : $24 - (1 + 1 + 1) = 24 - 3 = 21$.
Le pourcentage de briques pouvant être vendues est donc : $\frac{21}{24} \times 100 = \frac{7}{8} \times 100$ soit 87,5 %.

Partie B

- Aire base $6,4 \times 5 = 32$ cm²?
- $V_{\text{pavé}} = L \times l \times h$.
Soit $400 = 6,4 \times 5 \times h$ ou $400 = 32h$, d'où $h = \frac{400}{32} = 12,5$ cm.
Il faut une hauteur de 12,5 cm pour obtenir une brique de 400 cm³.

Exercice 4

18 points

- $(7 + 5) \times (7 - 5) + 25 = 12 \times 2 + 25 = 24 + 25 = 49$.
Avec 5 au départ on obtient bien 49 en sortie.
 - $(-4 + 5)(-4 - 5) + 25 = 1 \times (-9) + 25 = -9 + 25 = 16$.
Avec -4 au départ on obtient 16 en sortie.
- $(x + 5)(x - 5) + 25$
 - On développe $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$.
 - D'après le calcul précédent : $(x + 5)(x - 5) + 25 = x^2 - 25 + 25 = x^2$. Sarah a raison.

Exercice 5

23 points

- $135 = 6 \times 12,5 + 5p$, soit $135 = 75 + 5p$, d'où en ajoutant -75 à chaque membre :
 $135 - 75 = 5p$ ou $60 = 5p$, c'est-à-dire $5 \times 12 = 5 \times p$, d'où $p = 12$ m.

(b) On a 5 hauteurs de h pour un total de 32 m, soit : $5 \times h = 32$, d'où $h = \frac{32}{5} = \frac{64}{10} = 6,4$ (m).

La hauteur de chaque escalator est de 6,4 m.

2. (a) Dans le triangle RST, rectangle en R on utilise le théorème de Pythagore, soit :

$$ST^2 = SR^2 + RT^2 = 12^2 + 6,4^2 = 144 + 40,96 = 184,96.$$

$$\text{D'où } ST = \sqrt{184,96} = 13,6 \text{ m.}$$

(b) Dans le triangle RST rectangle en R on a d'après la trigonométrie :

$$\cos \widehat{RST} = \frac{SR}{ST} = \frac{12}{13,6} \approx 0,882.$$

La calculatrice donne $\widehat{RST} \approx 28,07$ soit 28 au degré près.

3. Script complété :

