

EXERCICE 1
20 points

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples).

Chaque question n'a qu'une seule bonne réponse.

Pour chaque question, précisez **sur la copie** le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée pour cet exercice.

Aucun point ne sera retiré en cas de mauvaise réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $\frac{5^7 \times 5^3}{5^2}$	5^{13}	5^5	5^8
2. La fraction irréductible égale à $\frac{630}{882}$ est :	$\frac{5}{7}$	$\frac{35}{49}$	$\frac{315}{441}$
3. Une expression développée de $A = (x - 2)(3x + 7)$ est:	$3x^2 + 13x + 14$	$3x^2 + x + 5$	$3x^2 + x - 14$
4. Les solutions de l'équation $(2x + 1)(-x + 3) = 0$ sont:	2 et -3	$-\frac{1}{2}$ et 3	-1 et -3
5. Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : <ul style="list-style-type: none"> • 3 boules noires, • 4 boules blanches, • 2 boules rouges. Quelle est la probabilité de ne pas tirer de boule noire ?	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{9}$

EXERCICE 2
20 points

Yanis vit en France métropolitaine. Il part cet été en Guadeloupe en vacances.

Il se renseigne quant aux locations de véhicules.

Une société de location de voitures à Pointe-à-Pitre propose les tarifs suivants pour un véhicule 5 places de taille moyenne, assurances non comprises :

- Tarif Affaire : 0,50 € par kilomètre parcouru.
- Tarif Voyage court : un forfait de 120 € puis 20 centimes par kilomètre parcouru

- Tarif Voyage long : un forfait de 230 €, quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Yanis a préparé son plan de route et il fera 280 km. Il choisit le tarif Affaire .

Combien va-t-il payer ?

2. S'il parcourt 450 km, quelle offre est la plus avantageuse financièrement ?

3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.

On considère les trois fonctions l , m , n suivantes :

$$l(x) = 230 \quad m(x) = 0,5x \quad n(x) = 0,2x + 120$$

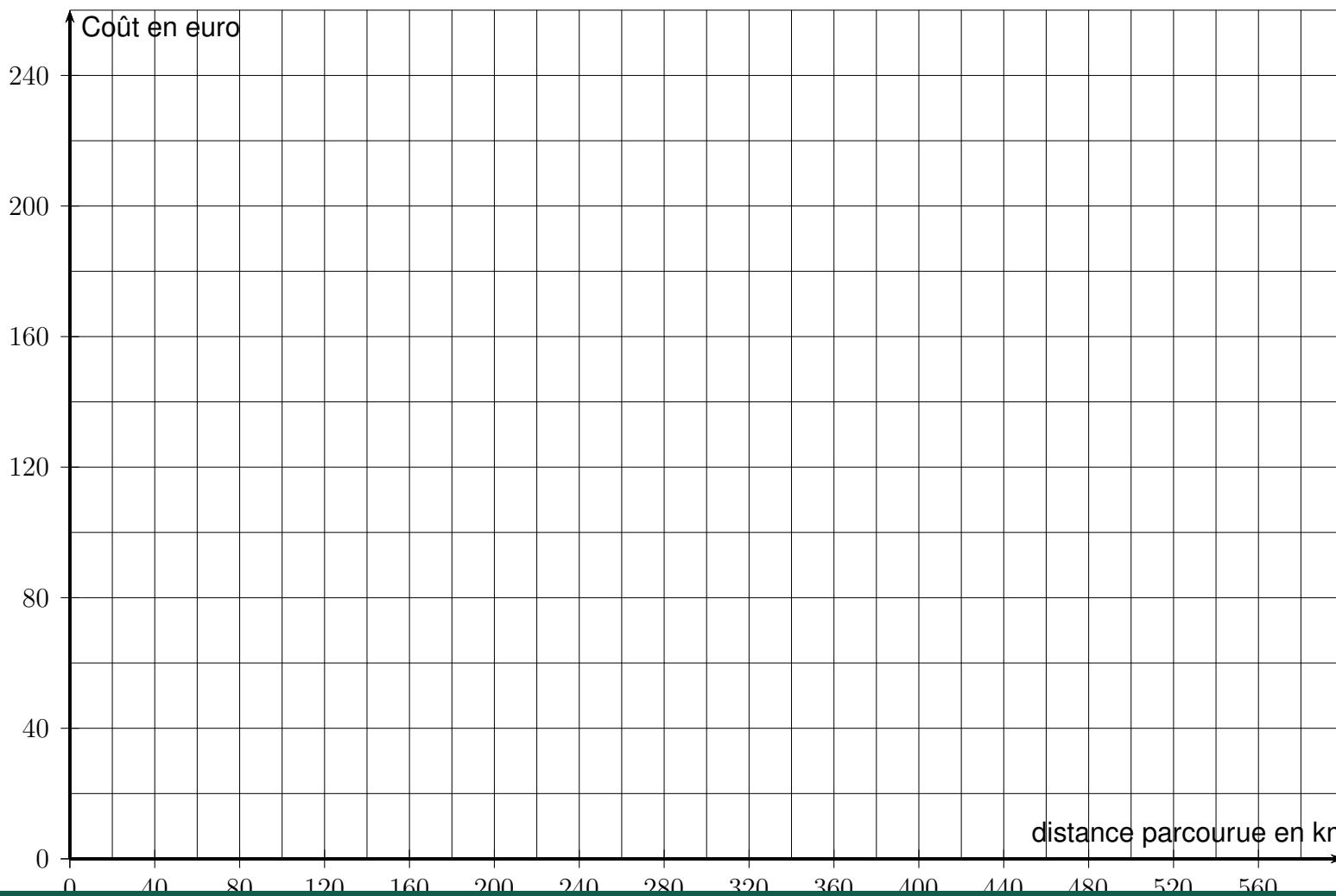
(a) Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

(b) Déterminer le nombre de kilomètres à parcourir pour que le tarif Voyage court soit égal au tarif Affaire .

4. (a) Sur le graphique joint, tracer les courbes représentatives des fonctions l , m et n .

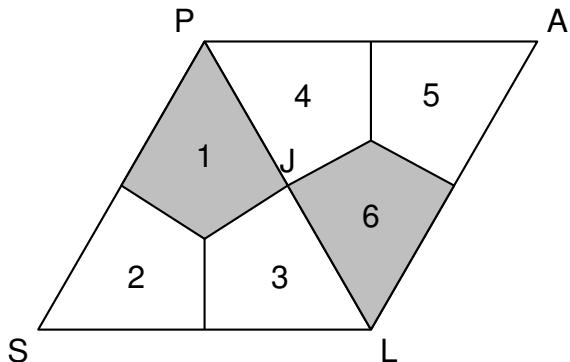
(b) Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif Voyage long soit le plus avantageux.

On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.



EXERCICE 3
20 points

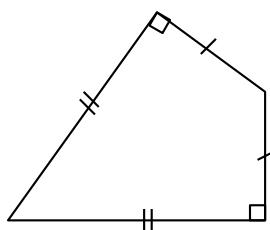
La figure ci-dessous est un pavage constitué de cerfs-volants.
Les triangles SLP et PLA ainsi formés sont des triangles équilatéraux.


PARTIE A :

1. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{PSL} .
2. Quelle est l'image du cerf-volant 2 par la symétrie d'axe (PL)? On ne demande pas de justification.
3. Déterminer par quelle transformation du plan le cerf-volant 1 devient le cerf-volant 6 ?
On ne demande pas de justification.

PARTIE B :

Dans cette partie, on se propose de construire le cerf-volant ci-dessous.
Essya, Nicolas et Tiago souhaitent construire cette figure à l'aide d'un logiciel de programmation.



Ils écrivent tous un programme Cerf-volant différent.

Programme de Essya	Programme de Nicolas	Programme de Tyago
définir Cerf-volant	définir Cerf-volant	définir Cerf-volant
avancer de 300 pas	avancer de 300 pas	avancer de 173 pas
tourner ⚡ de 90 degrés	tourner ⚡ de 120 degrés	tourner ⚡ de 60 degrés
avancer de 173 pas	avancer de 300 pas	avancer de 300 pas
tourner ⚡ de 60 degrés	tourner ⚡ de 120 degrés	tourner ⚡ de 90 degrés
avancer de 173 pas	avancer de 300 pas	avancer de 173 pas
tourner ⚡ de 90 degrés		tourner ⚡ de 120 degrés
avancer de 300 pas		avancer de 300 pas

- Tracer le programme Cerf-Volant de Nicolas, en prenant 1 cm pour 100 pas.
- Un élève a écrit le script correct. Donner le nom de cet élève en justifiant la réponse.

EXERCICE 4

20 points

Voici le nombre de passages de véhicules au péage du pont de l'île de Ré au cours de l'année 2020, reporté dans une feuille de calcul :

	A	B
1	Mois	Nombre de passages
2	Janvier	210,320
3	Février	218,464
4	Mars	138,395
5	Avril	62,930
6	Mai	179,699
7	Juin	295,333
8	JUILLET	389,250
9	Août	376,551
10	Septembre	313,552
11	Octobre	267,864
12	Novembre	142,152
13	Décembre	206,662
14	Total	2,801,172

- Quelle formule a-t-on saisi dans la cellule B14 pour obtenir le nombre total de passages en 2020?

2. Calculer le nombre moyen de passages par mois.
3. Donner l'étendue de la série.
4. Afin d'étudier les effets du confinement de 2020, on souhaite comparer le nombre de passages de véhicules sur le pont de l'île de Ré du mois de mai 2020 avec celui du mois de mai 2021.
En mai 2021, 305,214 véhicules ont passé le péage du pont.
Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de passages de véhicules entre mai 2020 et mai 2021. Arrondir à l'unité.
5. Sachant que le pont a une longueur de 3,000 mètres, quelle est la vitesse moyenne, exprimée en km/h, d'un cycliste qui le traverse en 10 minutes ?

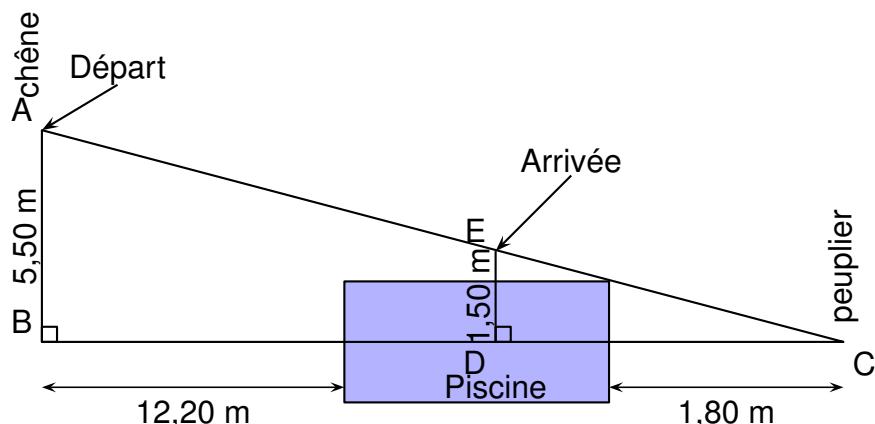
EXERCICE 5

20 points

Lya passe la journée dans un parc aquatique.

Elle y trouve une cabane dans un chêne d'où part une tyrolienne qui mène au-dessus d'une piscine. Le câble de la tyrolienne relie la cabane et le pied du peuplier situé juste derrière la piscine.

Document 1 : schéma de la situation



Document 2 : La réglementation exige que l'angle formé par le câble de la tyrolienne et l'horizontale ait une mesure inférieure à 30°.

Document 3 : La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur 1,60 m.

Document 4 : Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement 1,50 m.

1. Vérifier par un calcul que $BC = 20$ m.
2. Le positionnement de la tyrolienne est-il conforme à la réglementation en vigueur ?
3. Déterminer la longueur AC , en mètres, de câble nécessaire. Arrondir à l'unité.
4. Lya est suspendue à la tyrolienne verticalement. À quelle distance DC du peuplier, en mètres, les pieds de Lya toucheront-ils l'eau de la piscine ? Arrondir au centième.

5. Calculer le volume de la piscine, en m^3 ?

Rappel: Le volume d'un parallélépipède rectangle est $V = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$.

Correction


EXERCICE 1
20 points

1. $\frac{5^7 \times 5^3}{5^2} = \frac{5^{10}}{5^2} = 5^8.$

2. $\frac{630}{882} = \frac{9 \times 70}{2 \times 441} = \frac{9 \times 7 \times 2 \times 5}{2 \times 21^2} = \frac{2 \times 3^2 \times 7 \times 5}{2 \times 3^2 \times 7^2} = \frac{5}{7}.$

3. $A = (x - 2)(3x + 7) = 3x^2 + 7x - 6x - 14 = 3x^2 + x - 14.$

4. $(2x + 1)(-x + 3) = 0$ ou $\begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ -x + 3 = 0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2x = -1 \\ 3 = x \end{cases}$ et enfin $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ 3 = x \end{cases}$

5. La probabilité de tirer une boule noire est $p(N) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, donc la probabilité de ne pas tirer de boule noire est égale à $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

EXERCICE 2
20 points

- Tarif Affaire : 0,50 € par kilomètre parcouru.
- Tarif Voyage court : un forfait de 120 € puis 20 centimes par kilomètre parcouru
- Tarif Voyage long : un forfait de 230 €, quel que soit le nombre de kilomètres effectués.

1. Avec le tarif Affaire Yanis va payer $280 \times 0,50 = 140$ €.

2. • Avec le tarif Affaire il va payer $450 \times 0,5 = 225$ (€) ;
• Tarif Voyage court il va payer $120 + 450 \times 0,20 = 120 + 90 = 210$ (€)
• Avec le Tarif Voyage long il va payer 230 €.

Le tarif le plus intéressant est le Voyage court .

3. Dans la suite, x désigne le nombre de kilomètres parcourus en voiture.

On considère les trois fonctions l , m , n suivantes :

$$l(x) = 230 \quad m(x) = 0,5x \quad n(x) = 0,2x + 120$$

(a) l correspond au tarif Voyage long ;

m correspond au tarif Affaire ;

n correspond au tarif Voyage court.

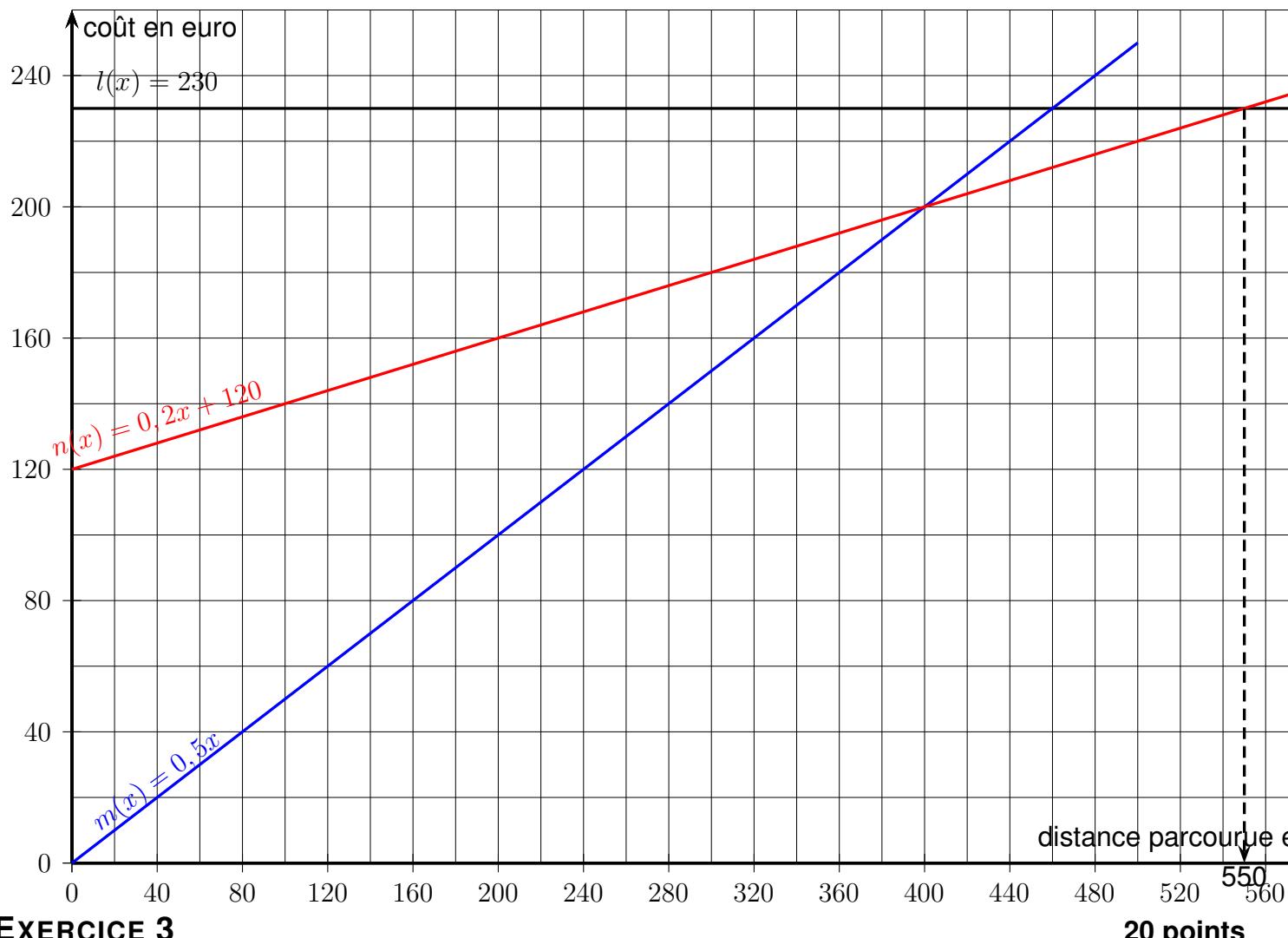
(b) Il faut trouver x tel que $lm(x) = n(x)$, soit $0,5x = 0,2x + 120$, d'où $0,3x = 120$ et en divisant chaque membre par 0,3 : $x = 400$.

Pour un voyage de 400 km, on paiera le même prix avec le tarif Affaire ou le tarif Voyage court .

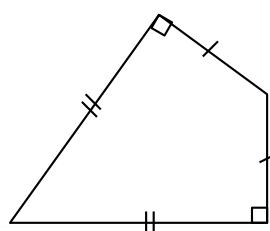
4. (a) Sur le document joint, tracer les courbes représentatives des fonctions l , m et n .

(b) Déterminez graphiquement le nombre de kilomètres que devra atteindre Yanis pour que le tarif Voyage long soit le plus avantageux. *On laissera les traits de constructions apparents sur le graphique.*

On constate que pour une distance supérieure à 550 km, le tarif Voyage long est le plus avantageux.

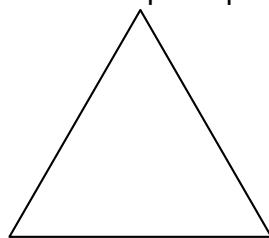

EXERCICE 3
20 points
PARTIE A :

1. Tous les angles d'un triangle équilatéral ont pour mesure $\frac{180}{3} = 60$ C.
2. L'image du cerf-volant 2 par la symétrie d'axe (PL) est le cerf-volant 5.
3. Le cerf-volant 1 devient le cerf-volant 6 par la symétrie de centre J.

PARTIE B :


Programme de Essya	Programme de Nicolas	Programme de Tyago
définir Cerf-volant	définir Cerf-volant	définir Cerf-volant
avancer de 300 pas	avancer de 300 pas	avancer de 173 pas
tourner ⚡ de 90 degrés	tourner ⚡ de 120 degrés	tourner ⚡ de 60 degrés
avancer de 173 pas	avancer de 300 pas	avancer de 300 pas
tourner ⚡ de 60 degrés	tourner ⚡ de 120 degrés	tourner ⚡ de 90 degrés
avancer de 173 pas	avancer de 300 pas	avancer de 173 pas
tourner ⚡ de 90 degrés		tourner ⚡ de 120 degrés
avancer de 300 pas		avancer de 300 pas

- Le programme de Nicolas permet de dessiner un triangle équilatéral de côté 300 pas.
- Le programme de Tyago ne convient pas car après avoir dessiné un petit côté et tourner de 60 on avance de 300 pas au lieu de 173 pas à nouveau.
Si on part du petit côté supérieur il faut ensuite tourner à gauche de 90 et non de 60.
Ce n'est pas le programme de Nicolas : il ne reste plus que le programme d'Essya.



3.

EXERCICE 4

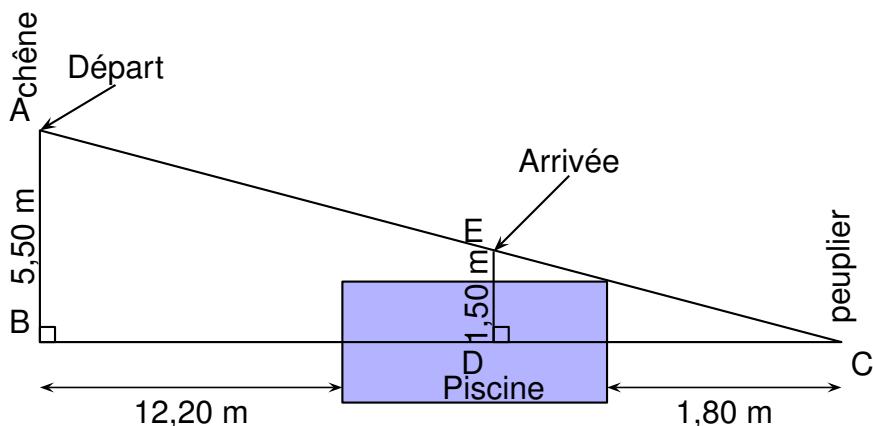
20 points

Voici le nombre de passages de véhicules au péage du pont de l'île de Ré au cours de l'année 2020, reporté dans une feuille de calcul :

	A	B
1	Mois	Nombre de passages
2	Janvier	210,320
3	Février	218,464
4	Mars	138,395
5	Avril	62,930
6	Mai	179,699
7	Juin	295,333
8	Juillet	389,250
9	Août	376,551
10	Septembre	313,552
11	Octobre	267,864
12	Novembre	142,152
13	Décembre	206,662
14	Total	2,801,172

- On saisit en B14 $=\text{somme}(\text{B}2:\text{B}13)$.
- Il y a eu en moyenne $\frac{2,801,172}{12} = 233,431$ passages par mois en 2020.
- L'étendue de la série est $389,250 - 62,930 = 326,320$.
- L'augmentation du nombre de passages de véhicules entre mai 2020 et mai 2021 est en pourcentage :

$$\frac{305,214 - 179,699}{179,699} \times 100 = \frac{125,515}{179,699} \times 100 \approx 69,8\%$$
, soit 70 % à 1 % près.
- Le cycliste parcourt 3,000 m en 10 min soit $6 \times 3,000 = 18,000$ m ou 18 km en $6 \times 10 = 60$ soit une heure : sa vitesse moyenne est donc égale à 18 km/h.

EXERCICE 5
20 points
Document 1 : schéma de la situation


Document 2 : La réglementation exige que l'angle formé par le câble de la tyrolienne et l'horizontale ait une mesure inférieure à 30.

Document 3 : La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur 1,60 m.

Document 4 : Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement 1,50 m.

1. La piscine a une longueur de 6 m, donc $BC = 12,20 + 6 + 1,80 = 20$ (m).

2. Le triangle ABC est rectangle en B, donc $\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{5,5}{20} = 0,275$.

La calculatrice donne $\widehat{BCA} \approx 15,37$. C'est une mesure inférieure à 30 : la tyrolienne est réglementaire.

3. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 5,5^2 + 20^2 = 30,25 + 400 = 430,25.$$

Donc $AC = \sqrt{430,25} \approx 20,7$ soit 21 m à l'unité près.

4. Les droites (AB) et (ED) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (BC) : elles sont donc parallèles ; le théorème de Thalès donne en particulier :

$$\frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} \text{ soit } \frac{1,5}{5,5} = \frac{DC}{20}; \text{ d'où en multipliant par 20 chaque membre :}$$

$$DC = \frac{15}{55} \times 20 = \frac{3}{11} \times 20 = \frac{60}{11} \approx 5,454, \text{ soit } 5,45 \text{ (m) au centième près.}$$

5. $V_{\text{piscine}} = 6 \times 6 \times 1,6 = 36 \times 1,6 = 57,6$ (m^3).