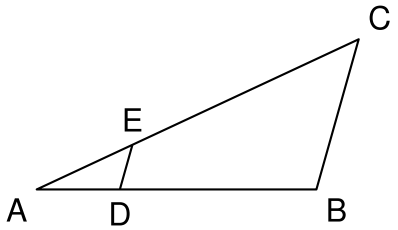
Exercice 1 **16 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte.
Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie avec la justification.

<table>
<tr><th>Questions</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. Une augmentation de 9 % correspond à une multiplication par …</td><td>1,9</td><td>$\frac{9}{100}$</td><td>1,09</td></tr>
<tr><td>2. On considère la figure ci-dessous:


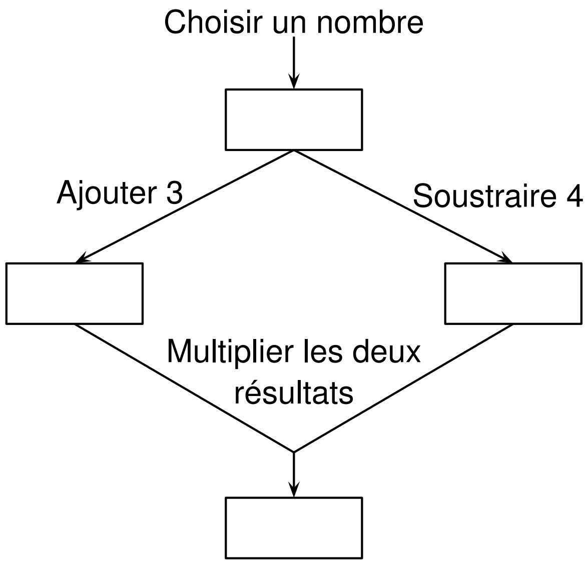
On précise que :
• (DE) et (BC) sont parallèles;
• E est un point de [AC];
• D est un point de [AB];
• AE = 2 cm, EC = 5 cm, ED = 3 cm.
Quelle est la longueur BC ?</td><td>7,5 cm</td><td>6 cm</td><td>10,5 cm</td></tr>
<tr><td>3. Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de 5e d'un collège en fonction du sexe et de la langue vivante 2 choisie :
<table><tr><th></th><th>Allemand</th><th>Espagnol</th><th>Italien</th></tr><tr><td>Filles</td><td>10</td><td>43</td><td>26</td></tr><tr><td>Garçons</td><td>7</td><td>42</td><td>32</td></tr></table>On interroge au hasard un élève de 5e parmi tous les élèves de 5e de ce collège.
Quelle est la probabilité que l'élève interrogé ait choisi l'italien en deuxième langue vivante ?</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{58}{160}$</td><td>$\frac{58}{102}$</td></tr>
<tr><td>4. On reprend la situation de la question 3. et on interroge au hasard un élève de 5e parmi tous les élèves de 5e de ce collège.
Quelle est la probabilité que l'élève interrogé soit une fille qui ne fait pas d'allemand ?</td><td>$\frac{69}{79}$</td><td>$\frac{69}{143}$</td><td>$\frac{69}{160}$</td></tr>
</table>

EXERCICE 2 — 25 points

1. On considère le programme A défini par le schéma ci-contre :

   (a) Vérifier que le résultat est 60 si le nombre choisi au départ est -8.

   (b) On appelle x le nombre de départ et on admet que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression :
   $(x+3)(x-4)$.
   Résoudre $(x+3)(x-4)=0$.
   En déduire quels nombres de départ il faut choisir pour obtenir 0 comme résultat.



1. On rappelle que x désigne le nombre de départ du programme de calcul et que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression : $(x+3)(x-4)$.

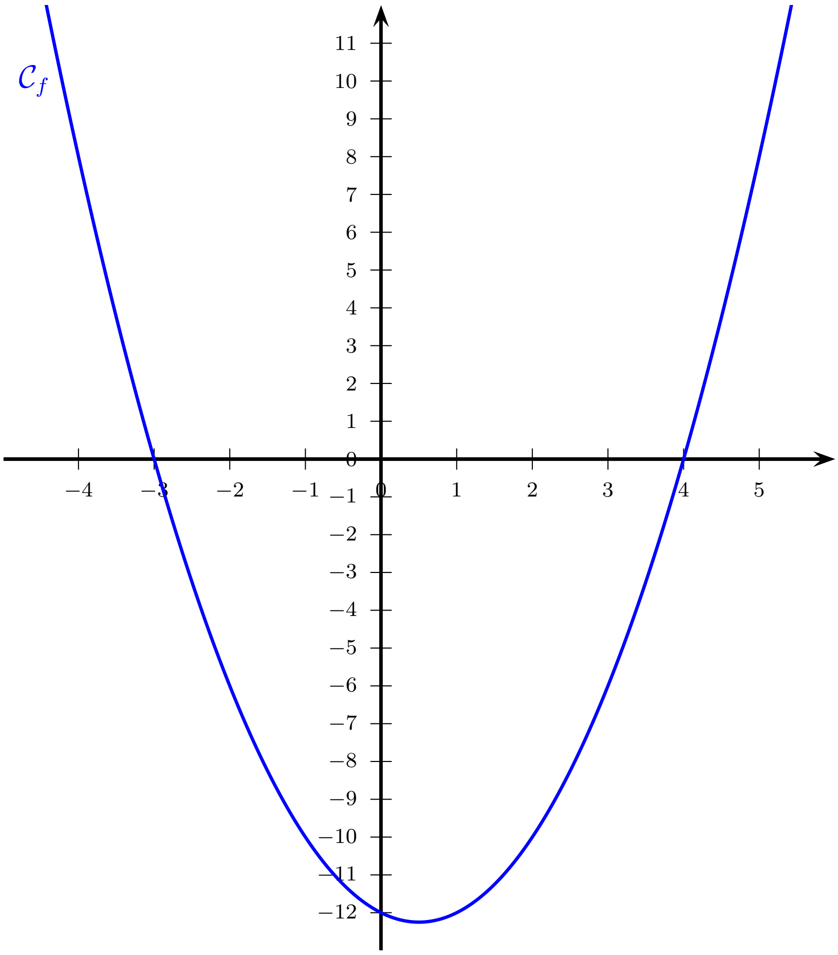
   On appelle f la fonction qui, à x, associe le résultat du programme de calcul.

   La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-après.

   (a) Montrer que $f(x)=x^2-x-12$.

   (b) Calculer $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

   (c) Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f.
   On pourra éventuellement laisser les traits de construction sur **le graphique**.



2. On considère la fonction g définie par $g(x) = 3x - 7$.

   On a utilisé un tableur pour réaliser un tableau de valeurs de cette fonction.

   (a) Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule B2 avant de l'étirer vers le bas?

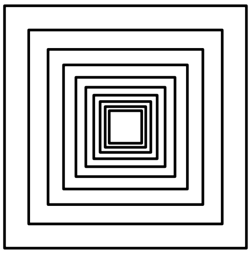
   (b) Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère sur **le graphique précédent**.

   (c) Déterminer graphiquement les nombres qui ont la même image par les fonctions f et g. On pourra laisser apparents les traits de construction sur **le graphique**.

	A	B
1	x	$g(x)$
2	-5	-22
3	-4	-19
4	-3	-16
5	-2	-13
6	-1	-10
7	0	-7
8	1	-4
9	2	-1
10	3	2
11	4	5
12	5	8
13	6	11

Exercice 3 **19 points**

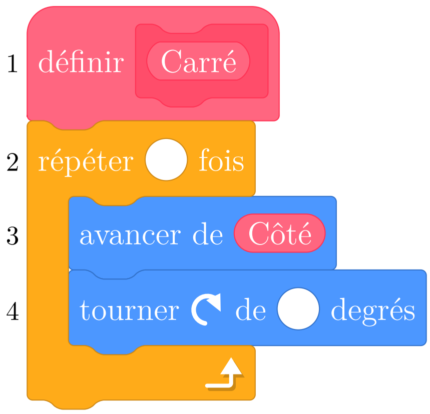
Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.
Un professeur de mathématiques souhaite élaborer un programme avec ses élèves permettant de construire la figure ci-contre composée de 10 carrés.
Le côté du premier carré à tracer mesure 300 pixels.
Le côté de chaque carré construit ensuite mesure 20 % de moins que celui du carré précédent.
La figure n'est pas en vraie grandeur.



Aucune justification n'est attendue pour les questions 2., 3. a., 3. b. et 4.

1. Montrer que le côté du 2e carré mesure 240 pixels.
2. Le professeur distribue aux élèves le bloc Carré d'instructions figurant ci-après qui permet de tracer un carré de côté donné.

   Pour cela, il a créé une variable Côté qui correspond à la longueur du côté du carré à tracer.

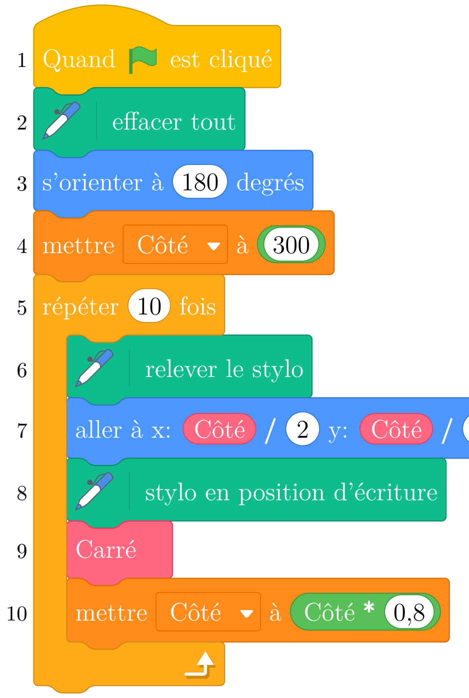


   Compléter les lignes 2 et 4 de ce bloc précédent.

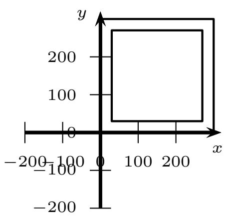
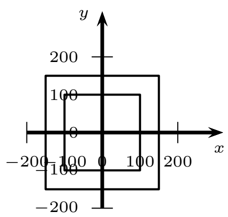
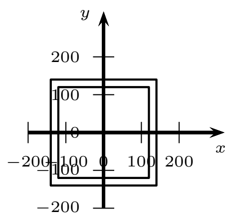
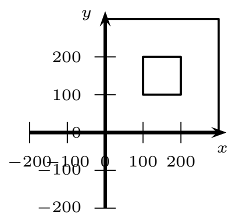
3. Le script ci-contre permet de réaliser les dix carrés de la figure souhaitée.

   On rappelle que l'instruction s'orienter à 180 signifie que le lutin est dirigé vers le bas.

   (a) Donner les coordonnées du stylo lorsqu'il commence à tracer le premier carré.

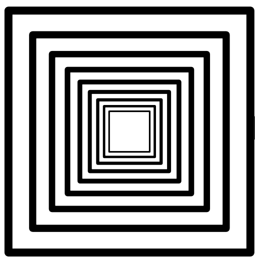


   (b) Parmi les 4 propositions suivantes, quelle est celle qui correspond au tracé des deux premiers carrés ?

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3	Proposition 4
			

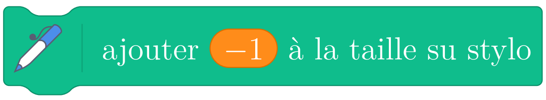
   (c) Quelle est la longueur du dernier carré tracé avec le script précédent? Arrondir au pixel.

4. On veut diminuer l'épaisseur des traits lorsqu'on passe de la construction d'un carré au suivant pour obtenir la figure suivante.

   Pour cela, on souhaite utiliser les deux instructions suivantes :

   - Instruction A :

   - Instruction B :

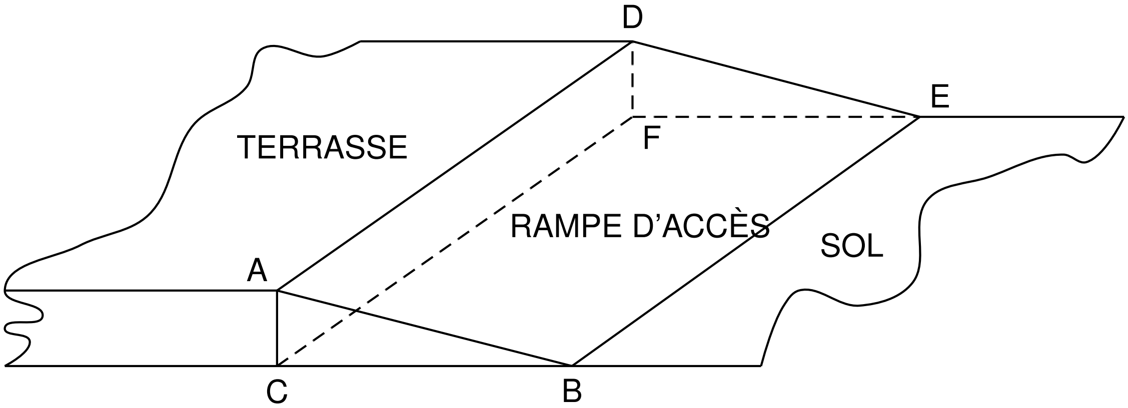
   

   Pour chaque instruction, indiquer les numéros des lignes du script de la question 2 entre lesquelles elle peut être insérée afin d'obtenir cette figure.

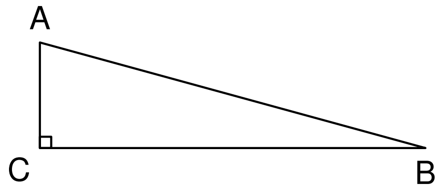
EXERCICE 4 — 20 points

Les propriétaires d'une maison souhaitent créer une rampe d'accès à leur terrasse.

Cette rampe devra avoir la forme d'un prisme droit à base triangulaire comme représenté sur le schéma en perspective cavalière ci-dessous:



Vue de face de la rampe :



Les figures ci-dessus ne sont pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- la hauteur [AC] de la rampe mesure 30 cm ;
- AB $= 124$ cm ;
- la longueur BE de la rampe mesure 9 m ;
- l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ est un angle droit.

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$ que doit faire la rampe avec le sol du jardin.

   On arrondira au degré près.
2. Montrer que la longueur BC doit être environ égale à 120 cm.
3. Pour réaliser cette rampe, les propriétaires envisagent de se faire livrer 2 m^3 de béton.

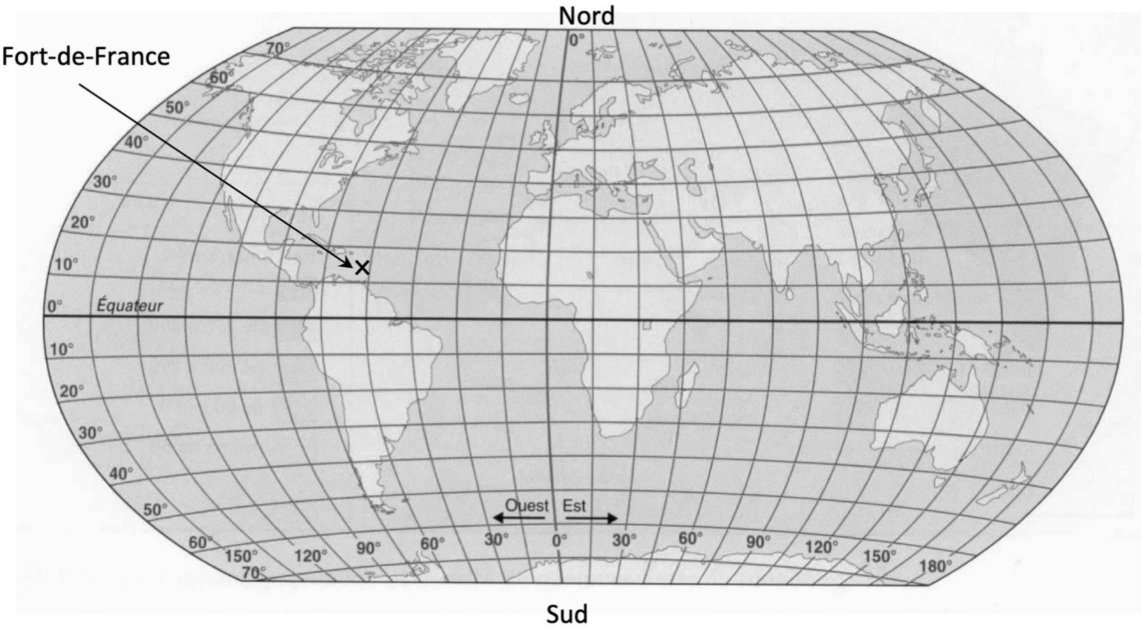
   Ce volume est-il suffisant ?
4. En utilisant le volume de 2 m^3 de béton, sans modifier les longueurs AC et BE de la rampe, quelle serait la valeur de BC ?

   On arrondira au centimètre près.

EXERCICE 5 **20 points**

La transat Jacques Vabre est une course de bateaux qui relie la ville du Havre, en France métropolitaine, à la ville de Fort-de-France, en Martinique.

1. Avec la précision permise par la carte, donner la latitude et la longitude de la ville de Fort-de-France repérée par une croix sur la carte ci-dessous.



2. Lors de l'édition 2021, 75 bateaux ont participé à cette course, répartis dans quatre catégories en fonction du parcours à réaliser : Class 40, Ocean Fifty, Imoca, Ultim.

   Le tableau ci-dessous présente les catégories, les effectifs engagés, les distances parcourues et le palmarès de la Transat:

	Nombres de bateaux de la catégorie	**Distance du parcours**	**Nom du bateau vainqueur de la catégorie**	**Durée de course du vainqueur**
Class 40	43	4,600 milles	Redman	21 jours 22 heures 33 minutes
Ocean Fifty	7	5,800 milles	Primonial	15 jours 13 heures 27 minutes
Imoca	20	5,800 milles	LinkedOut	18 jours 1 heure 21 minutes
Ultim	5	7,500 milles	Maxi Edmond de Rothschild	16 jours 1 heure 48 minutes

Information :

Un mille nautique est une unité de mesure marine qui équivaut à 1,852 km environ.

(a) Montrer que le bateau LinkedOut met 2 jours 11 heures et 54 minutes de plus que le bateau Primonial pour effectuer son parcours.

(b) Calculer la moyenne des distances parcourues par l'ensemble des 75 bateaux. On arrondira cette distance à l'unité près.

(c) La vitesse moyenne du bateau Redman a été d'environ 8,7 milles/h.

Montrer que la vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild a été environ $2,2$ fois plus grande que celle du bateau Redman.

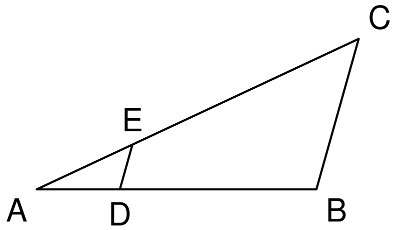
(d) Un journaliste affirme que la distance parcourue par un bateau de la catégorie Ocean Fifty est environ égale à un quart de périmètre de l'équateur de la Terre.

En sachant que le rayon de l'équateur est de 6,370 km, le journaliste a-t-il raison ?

Correction

EXERCICE 1 **16 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte.

<table>
<tr><th>Questions</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. Une augmentation de 9 % correspond à une multiplication par …</td><td>1,9</td><td>$\dfrac{9}{100}$</td><td>$1,09$</td></tr>
<tr><td>2. On considère la figure ci-dessous:

On précise que :
(DE) et (BC) sont parallèles;
E est un point de [AC];
D est un point de [AB];
AE = 2 cm, EC = 5 cm, ED = 3 cm.
Quelle est la longueur BC ?</td><td>7,5 cm</td><td>6 cm</td><td>$10,5$ cm</td></tr>
<tr><td>3. Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de 5e d'un collège en fonction du sexe et de la langue vivante 2 choisie :
<table><tr><th></th><th>Allemand</th><th>Espagnol</th><th>Italien</th></tr><tr><td>Filles</td><td>10</td><td>43</td><td>26</td></tr><tr><td>Garçons</td><td>7</td><td>42</td><td>32</td></tr></table>On interroge au hasard un élève de 5e parmi tous les élèves de 5e de ce collège.
Quelle est la probabilité que l'élève interrogé ait choisi l'italien en deuxième langue vivante ?</td><td>$\dfrac{1}{3}$</td><td>$\dfrac{58}{160}$</td><td>$\dfrac{58}{102}$</td></tr>
<tr><td>4. On reprend la situation de la question 3. et on interroge au hasard un élève de 5e parmi tous les élèves de 5e de ce collège.
Quelle est la probabilité que l'élève interrogé soit une fille qui ne fait pas d'allemand ?</td><td>$\dfrac{69}{79}$</td><td>$\dfrac{69}{143}$</td><td>$\dfrac{69}{160}$</td></tr>
</table>

1. Augmenter de $t\,\%$, c'est multiplier par $1+\dfrac{t}{100}$, donc augmenter de $9\,\%$, c'est multiplier par $1+\dfrac{9}{100}$, soit $1,09$.
   Réponse C
2. AC $=$ AE $+$ EC donc AC $= 2+5=7$.

D'après les hypothèses, on peut appliquer le théorème de Thalès aux triangles ABC et ADE; on a donc $\frac{\text{BC}}{\text{DE}} = \frac{\text{AC}}{\text{AE}}$, c'est-à-dire $\frac{\text{BC}}{3} = \frac{7}{2}$, et donc $\text{BC} = \frac{21}{2} = 10,5$. **Réponse C**

3. $10 + 7 + 43 + 42 + 26 + 32 = 160$ donc il y a 160 élèves de 5 dans ce collège.

   $26 + 32 = 58$ donc il y a 58 élèves qui ont choisi l'italien en 2 langue vivante.

   On interroge au hasard un élève de 5e parmi tous les élèves de 5e de ce collège donc il y a équiprobabilité. La probabilité que l'élève interrogé ait choisi l'italien en deuxième langue vivante est donc $\frac{58}{160}$.

   Réponse B

4. $43 + 26 = 69$ donc il y a 69 filles qui ne font pas d'allemand. La probabilité que l'élève interrogé soit une fille qui ne fait pas d'allemand est donc $\frac{69}{160}$. **Réponse C**

EXERCICE 2 **25 points**

1. (a) On choisit au départ le nombre -8.

   - On ajoute 3 au nombre choisi: $-8 + 3 = -5$; on obtient -5.
   - On soustrait 4 au nombre choisi: $-8 - 4 = -12$; on obtient -12.
   - On multiplie les deux résultats: $(-5) \times (-12) = 60$; on obtient 60.

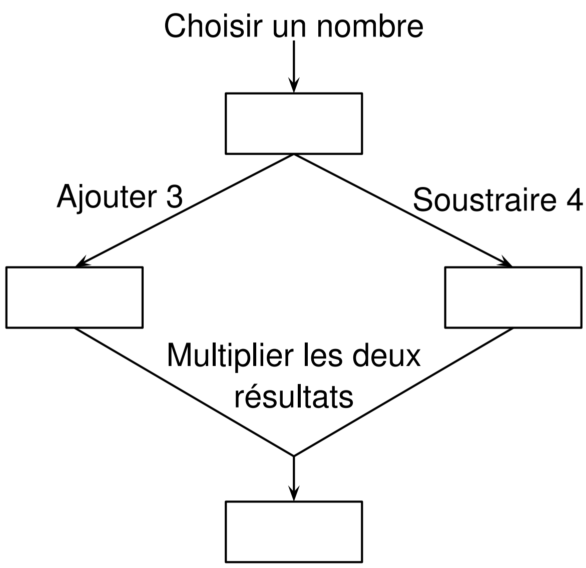
   (b) On appelle x le nombre de départ et on admet que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par: $(x + 3)(x - 4)$.

   On résout $(x + 3)(x - 4) = 0$.

   $(x + 3)(x - 4) = 0$ si et seulement si

   $x + 3 = 0$ ou $x - 4 = 0$ si et seulement si $x = -3$ ou $x = 4$

   Il faut donc choisir -3 ou 4 comme nombre de départ pour obtenir 0 comme résultat.



2. On rappelle que x désigne le nombre de départ du programme de calcul et que le résultat obtenu avec le programme de calcul est donné par l'expression : $(x + 3)(x - 4)$.

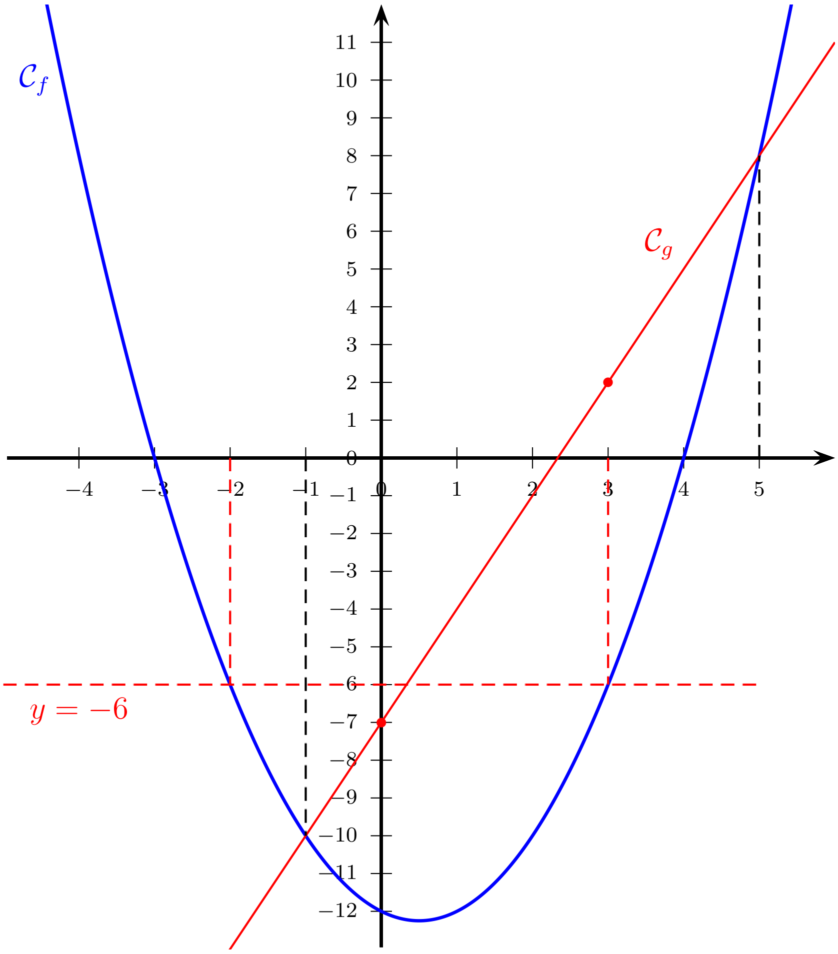
On appelle f la fonction qui, à x, associe le résultat du programme de calcul.

La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-après.

(a) $f(x) = (x+3)(x-4) = x^2 + 3x - 4x - 12 = x^2 - x - 12$.

(b) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2} - 12 = \dfrac{1}{4} - \dfrac{2}{4} - \dfrac{48}{4} = -\dfrac{49}{4} = -12,25$.

(c) On détermine graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f.
Voir graphique: on trouve graphiquement $x = -2$ et $x = 3$.



3. On considère la fonction g définie par $g(x) = 3x - 7$.

   On a utilisé un tableur pour réaliser un tableau de valeurs de cette fonction.

   (a) Dans la cellule B2, on entre la formule: `=A2*3-7`.

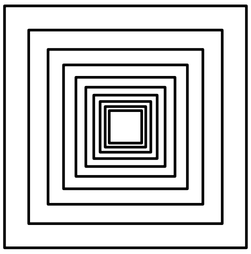
   (b) La représentation graphique de la fonction g est une droite; on la trace dans le repère sur le graphique en utilisant les points $(0\ ;\ -7)$ et $(3\ ;\ 2)$.

   (c) On détermine graphiquement les nombres qui ont la même image par les fonctions f et g.
   Voir graphique: on trouve $x = -1$ et $x = 5$.

	A	B
1	x	$g(x)$
2	-5	-22
3	-4	-19
4	-3	-16
5	-2	-13
6	-1	-10
7	0	-7
8	1	-4
9	2	-1
10	3	2
11	4	5
12	5	8
13	6	11

EXERCICE 3 — 19 points

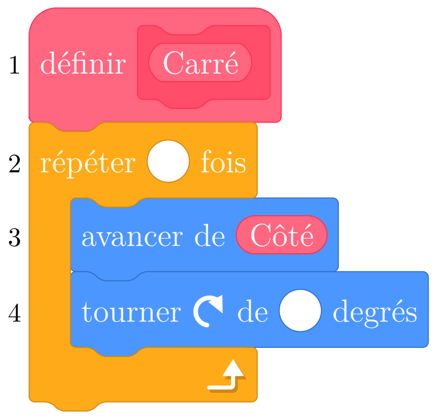
Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.
Un professeur de mathématiques souhaite élaborer un programme avec ses élèves permettant de construire la figure ci-contre composée de 10 carrés.
Le côté du premier carré à tracer mesure 300 pixels.
Le côté de chaque carré construit ensuite mesure 20 % de moins que celui du carré précédent.
La figure n'est pas en vraie grandeur.



1. Retirer 20 %, c'est multiplier par $1 - \dfrac{20}{100}$ soit $0,8$.

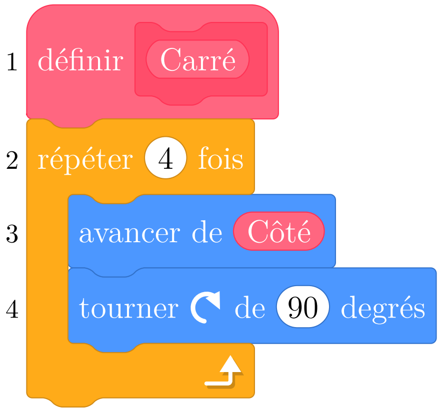
   Le côté du premier carré à tracer mesure 300 pixels, donc le côté du 2 carré mesure $300 \times 0,8$, c'est-à-dire 240 pixels.

2. Le professeur distribue aux élèves le bloc Carré d'instructions figurant ci-dessous qui permet de tracer un carré de côté donné.



Pour cela, il a créé une variable Côté qui correspond à la longueur du côté du carré à tracer.

Voici le script avec les lignes 2 et 4 complétées:



3. Le script ci-contre permet de réaliser les dix carrés de la figure souhaitée.

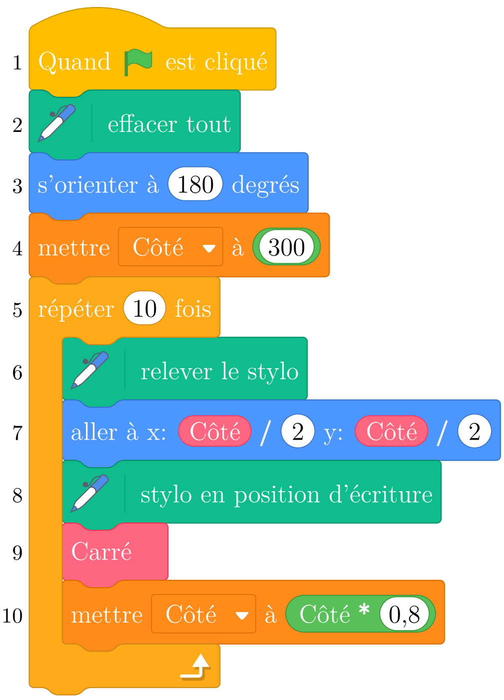
   On rappelle que l'instruction s'orienter à 180 signifie que le lutin est dirigé vers le bas.

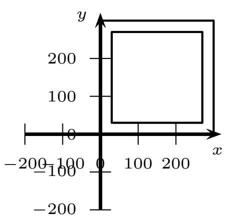
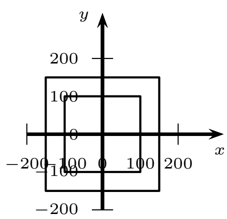
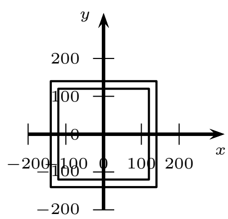
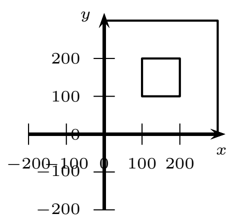
   (a) Côté vaut 300 et on démarre chaque carré au point de coordonnées (Côté/2 ; Côté/2).

   Les coordonnées du stylo lorsqu'il commence à tracer le premier carré sont donc $(150\ ;\ 150)$.

   (b) Parmi les 4 propositions ci-dessous, celle qui correspond au tracé des deux premiers carrés est la proposition 3.

   En effet, on démarre avec un Côté de 300, donc en $(150\ ;\ 150)$, puis on réduit le Côté de 20 % donc il vaut 240; on démarre alors le deuxième carré en $(120\ ;\ 120)$.



Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3	Proposition 4
			

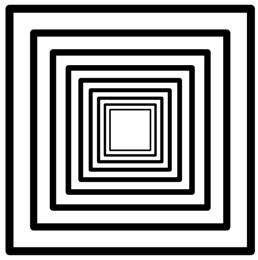
(c) Le 1 carré a un côté de longueur 300.

Le 2 carré a un côté de longueur $300 \times 0,8 = 240$.

Le 3 carré a un côté de longueur $240 \times 0,8 = 300 \times 0,8^2 = 192$.

Etc.
Le 10 carré a un côté de longueur $300 \times 0,8^9$ soit environ $40,27$.
La longueur du dernier carré est donc d'environ $4 \times 40,27$ soit environ 161.

4. On veut diminuer l'épaisseur des traits lorsqu'on passe de la construction d'un carré au suivant pour obtenir la figure suivante.
   Pour cela, on souhaite utiliser les deux instructions suivantes :



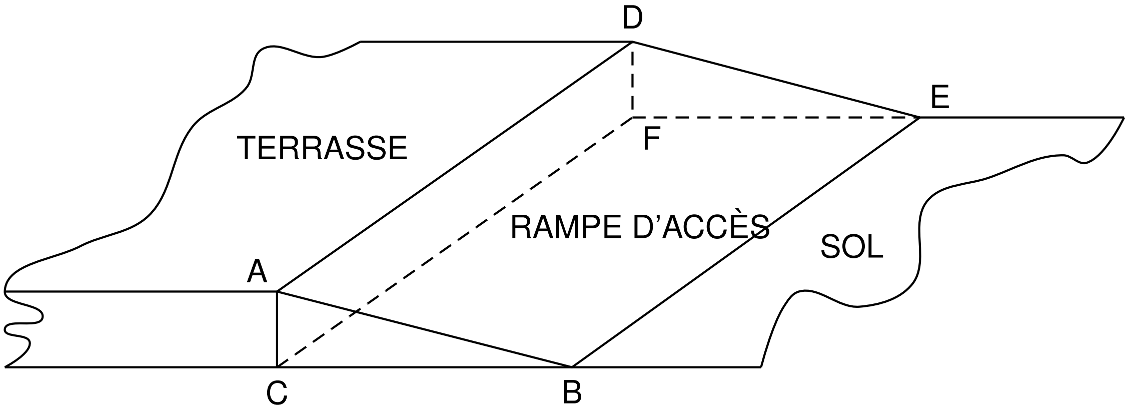
   - Instruction A :
     ajouter -1 à la taille su stylo
   - Instruction B :
     mettre la taille du stylo à 11

   On insère l'instruction A entre les lignes 9 et 10, et on peut insérer l'instruction B entre les lignes 2 et 3.

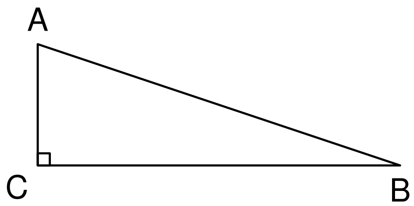
EXERCICE 4 — 20 points

Les propriétaires d'une maison souhaitent créer une rampe d'accès à leur terrasse.

Cette rampe devra avoir la forme d'un prisme droit à base triangulaire comme représenté sur le schéma en perspective cavalière ci-dessous:



Vue de face de la rampe :



On donne les informations suivantes :

- la hauteur [AC] de la rampe mesure 30 cm ;
- AB $= 124$ cm ;
- la longueur BE de la rampe mesure 9 m ;
- l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ est un angle droit.

1. Dans le triangle ACB rectangle en C, on a: $\sin\left(\widehat{\text{ABC}}\right) = \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}} = \dfrac{30}{124}$.

   On en déduit que l'angle $\widehat{\text{ABC}}$ mesure, au degré près, 14.

2. Le triangle ACB est rectangle en C donc

   $\text{AB}^2 = \text{AC}^2 + \text{BC}^2$ donc $\text{AB}^2 - \text{AC}^2 = \text{BC}^2$ ou encore $124^2 - 30^2 = \text{BC}^2$, et donc $\text{BC}^2 = 14{,}476$.

   On en déduit que BC vaut, en centimètre, environ 120.

3. Pour réaliser cette rampe, les propriétaires envisagent de se faire livrer 2 m^3 de béton.

   La longueur BE de la rampe mesure 9 m soit 900 cm.

   La rampe est un prisme de base le triangle ACB et de hauteur BE donc son volume vaut, en cm^3: $(\text{aire de ABC}) \times \text{BE}$ soit $\dfrac{\text{AC} \times \text{BC}}{2} \times \text{BE}$ soit environ $\dfrac{30 \times 120}{2} \times 900$ c'est-à-dire $1{,}620{,}000$.

   Le volume de la rampe est donc, en m^3, d'environ $1,62$.

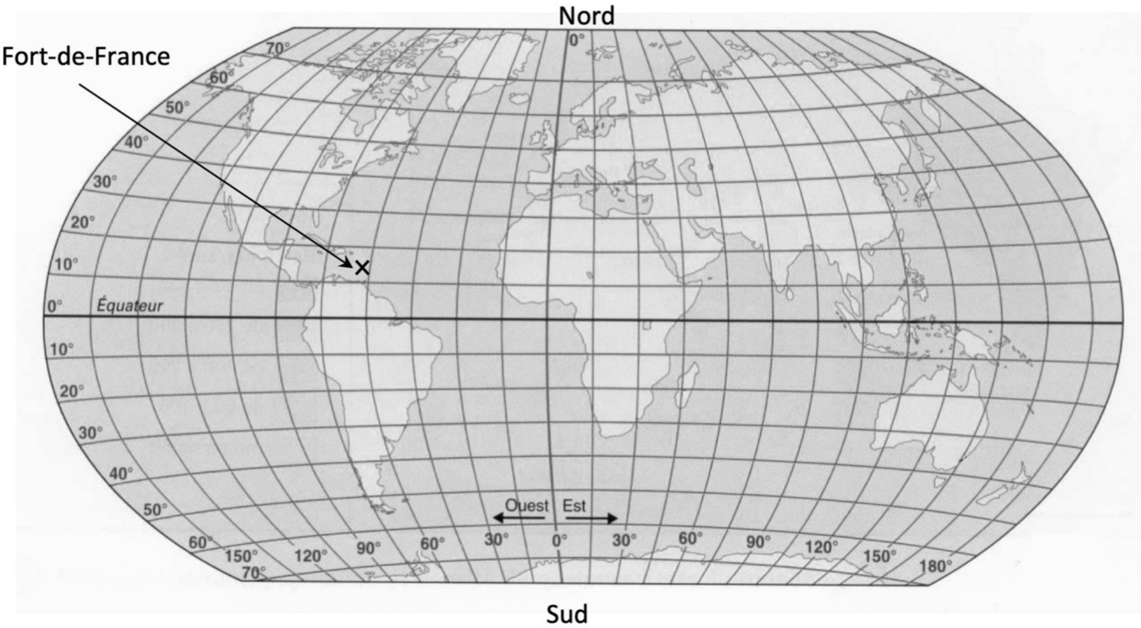
   Donc le volume de 2 m^3 de béton est suffisant.

4. On cherche BC pour utiliser les 2 m^3 de béton soit $2{,}000{,}000$ cm^3.
   Donc BC est tel que: $\dfrac{\text{AC} \times \text{BC}}{2} \times \text{BE} = 2{,}000{,}000$ donc BC $= \dfrac{2{,}000{,}000 \times 2}{\text{AC} \times \text{BE}} = \dfrac{4{,}000{,}000}{30 \times 900}$ soit 148 cm en arrondissant au centimètre.

EXERCICE 5 — 20 points

La transat Jacques Vabre est une course de bateaux qui relie la ville du Havre, en France métropolitaine, à la ville de Fort-de-France, en Martinique.

1. Avec la précision permise par la carte, la latitude de la ville de Fort-de-France repérée par une croix sur la carte ci-dessous est de $14,5$ Nord, et sa longitude est de 61 Ouest.



2. Lors de l'édition 2021, 75 bateaux ont participé à cette course, répartis dans quatre catégories en fonction du parcours à réaliser : Class 40, Ocean Fifty, Imoca, Ultim.

   Le tableau ci-dessous présente les catégories, les effectifs engagés, les distances parcourues et le palmarès de la Transat:

	Nombres de bateaux de la catégorie	**Distance du parcours**	**Nom du bateau vainqueur de la catégorie**	**Durée de course du vainqueur**
Class 40	43	4,600 milles	Redman	21 jours 22 heures 33 minutes
Ocean Fifty	7	5,800 milles	Primonial	15 jours 13 heures 27 minutes
Imoca	20	5,800 milles	LinkedOut	18 jours 1 heure 21 minutes
Ultim	5	7,500 milles	Maxi Edmond de Rothschild	16 jours 1 heure 48 minutes

(a) Le bateau Primonial met 15 jours 13 heures et 27 minutes pour effectuer son parcours, et le bateau LinkedOut met 18 jours 1 heure et 21 minutes pour effectuer son parcours, soit 18 jours 0 heure et 81 minutes, ou encore 17 jours 24 heures et 81 minutes.

	jours	heures	minutes	
	17	24	81	LinkedOut
–	15	13	27	Primonial
	2	11	54	

Donc le bateau LinkedOut met 2 jours 11 heures et 54 minutes de plus que le bateau Primonial pour effectuer son parcours.

(b) La moyenne des distances parcourues par l'ensemble des 75 bateaux est, en mille:
$\dfrac{43 \times 4{,}600 \times 7 \times 5{,}800 \times 20 \times 5{,}800 \times 5 \times 7{,}500}{75} = \dfrac{391{,}900}{75} \approx 5{,}225$

(c) La vitesse moyenne du bateau Redman a été d'environ 8,7 milles/h.

Le bateau Maxi Edmond de Rothschild a parcouru 7,500 milles en 16 jours, 1 heure et 48 minutes, soit $16 \times 24 + 1 + \dfrac{48}{60}$ heures, c'est-à-dire $385,8$ heures.

7,500 milles en $385,8$ heures, fait une moyenne de $\dfrac{7{,}500}{385,8}$ soit environ $19,45$ milles/h.

$\dfrac{19,45}{8,7} \approx 2,2$ donc la vitesse moyenne du bateau Maxi Edmond de Rothschild a été environ $2,2$ fois plus grande que celle du bateau Redman.

(d) Un journaliste affirme que la distance parcourue par un bateau de la catégorie Ocean Fifty est environ égale à un quart de périmètre de l'équateur de la Terre.

La distance parcourue par un bateau de la catégorie Ocean Fifty est de 5,800 milles, soit en kilomètres: $5{,}800 \times 1,852 \approx 10{,}742$.

En sachant que le rayon de l'équateur est de 6,370 km, le périmètre de l'équateur de la terre est, en km: $2 \times \pi \times 6{,}370$ soit environ $40{,}024$.

$\dfrac{40{,}024}{4} = 10{,}006$ ce qui est un peu loin des 10,742 km.