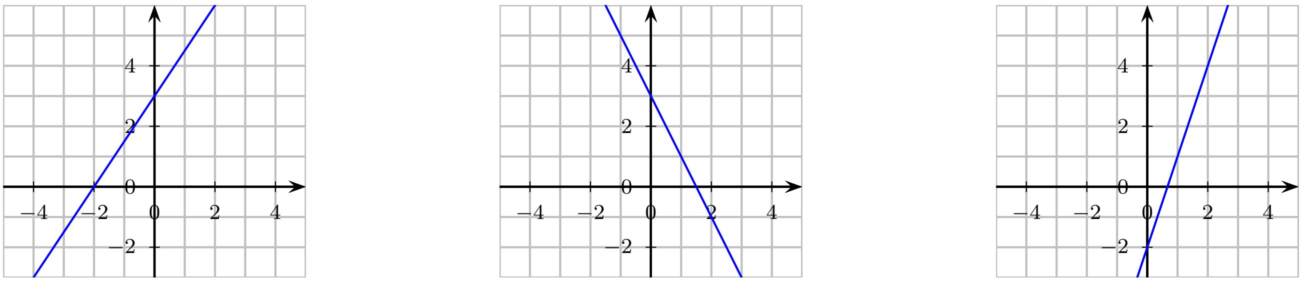
Exercice 1 — 16 points

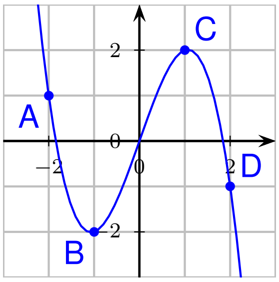
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples QCM
Aucune justification n'est demandée
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.
Écrire sur votre copie, le numéro de la question et la réponse correspondante.

Question 1 : soit f, la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.
Quelle est la représentation de la fonction f ?

Réponse A — **Réponse B** — **Réponse C**



Question 2 : On considère la fonction dont la représentation graphique est donnée ci-contre.
D'après le graphique, quelle est l'image de 1 par cette fonction ?



Réponse A	Réponse B	Réponse C
L'image de 1 est 2	L'image de 1 est -2	L'image de 1 est 0

Question 3 :
On donne ci-dessous un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	$h(x)$	4	3	2	1	0	-1

Quelle formule a-t-on saisie dans la case B2 avant de l'étirer vers la droite ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C
$= -(-3) + 1$	$= -x + 1$	= – B1 + 1

Question 4 :
Quelle est la forme développée de l'expression $(3x - 7)^2$?

Réponse A	Réponse B	Réponse C
$3x^2 - 49$	$9x^2 - 42x + 49$	$9x^2 - 49$.

Exercice 2 — 16 points

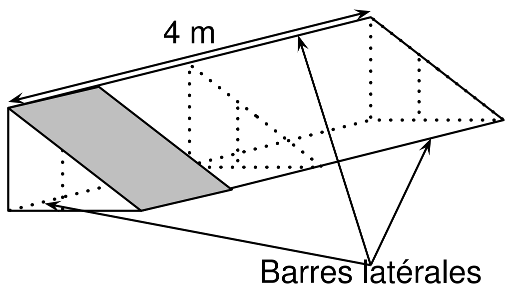
Olivia a décidé d'installer sur le sol, plat de son jardin, quatre panneaux photovoltaïques pour produire une partie de l'électricité qu'elle consomme.

Description
Un panneau photovoltaïque est un dispositif permettant de générer de l'électricité à partir de l'énergie lumineuse.
Caractéristiques d'un panneau

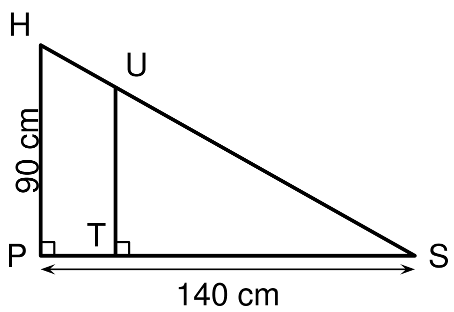
- Longueur 1700 mm
- Largeur 1000 mm
- Épaisseur 40 mm
- Fonctionnement optimal : inclinaison par rapport à l'horizontale comprise entre 30 et 35
- Orientation : Sud

Pour incliner ses panneaux et obtenir un fonctionnement optimal, Olivia choisit de fabriquer elle-même un support. Pour cela, elle réalise les schémas suivants de support qui sera constitué de trois équerres identiques, reliées entre elles par trois barres latérales de 4 m de long.
Chaque support est prévu pour accueillir quatre panneaux.

Plan général du support, un panneau est représenté :



Plan détaillé d'une équerre :



1. (a) Vérifier que la distance HS arrondie au millimètre est égale à 166,4 cm.
   (b) Pour que le panneau soit bien tenu, le fabricant conseille que la distance HS du support mesure au moins 95 % de la longueur du panneau. On rappelle que cette longueur mesure 1700 mm. Ce support sera-t-il conforme aux conseils du fabricant ?
2. L'angle d'inclinaison, $\widehat{HSP}$ permettra-t-il un fonctionnement optimal des panneaux ?
3. Pour consolider l'ensemble, Olivia fixe, à l'intérieur de ses équerres, une barre de renfort de 50 cm de longueur.

   Sur le plan détaillé d'une équerre, cette barre est représentée par le segment [UT] perpendiculaire au segment [PS].

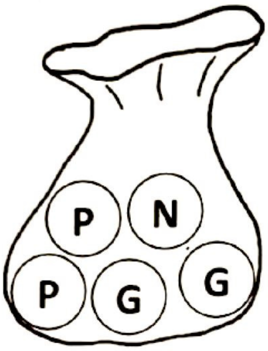
   Calculer la longueur ST. On arrondira au millimètre.
4. Olivia, achète des tubes en acier inoxydable de longueur $4,5$ m à 37 € l'unité pour fabriquer le support composé de trois équerres et des trois barres latérales. Montrer qu'elle doit prévoir un budget minimum de 222 € pour l'achat des tubes en acier inoxydable.

Exercice 3 **18 points**

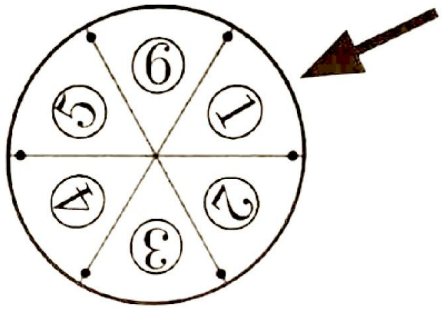
Dans cette exercice, on étudie la probabilité de gain des deux jeux ci-dessous.

Partie A

Jeu 1
Un sac contient cinq boules indiscernables au toucher, dont une portant la lettre N, deux, portant la lettre G et deux portant la lettre P.



Jeu 2
Une roue à six secteurs angulaires identiques numérotées de un à six.



1. On considère le jeu 1.
   On pioche une boule au hasard dans ce sac et on note la lettre inscrite sur la boule choisie.
   On considère qu'on a gagné si on pioche la lettre G.
   Montrer que la probabilité de gagner avec ce jeu est de $\frac{2}{5}$.
2. On considère le jeu 2.
   On fait tourner la roue et on note le nombre d'inscrits sur le secteur pointé par la flèche.
   On considère qu'on a gagné si on s'arrête sur un nombre premier.
   Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?
3. (a) Quel est le jeu qui présente la plus faible probabilité de gagner ?
   (b) Proposer une liste de boules à rajouter pour que la probabilité de gagner avec le jeu 1 soit de $\frac{1}{4}$.

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche sera valorisée.

On choisit finalement de combiner ces deux jeux.
Dans un premier temps, le joueur doit tirer une boule dans le sac du jeu 1.
On doit ensuite faire tourner la roue du jeu 2.
Le joueur gagne un lot s'il a tiré une boule portant la lettre G et si la roue s'arrête sur un secteur angulaire dont le numéro est un nombre premier.
Quelle est la probabilité de gagner à cette combinaison des deux jeux ?

Exercice 4 — 22 points

On considère le programme de calcul suivant :

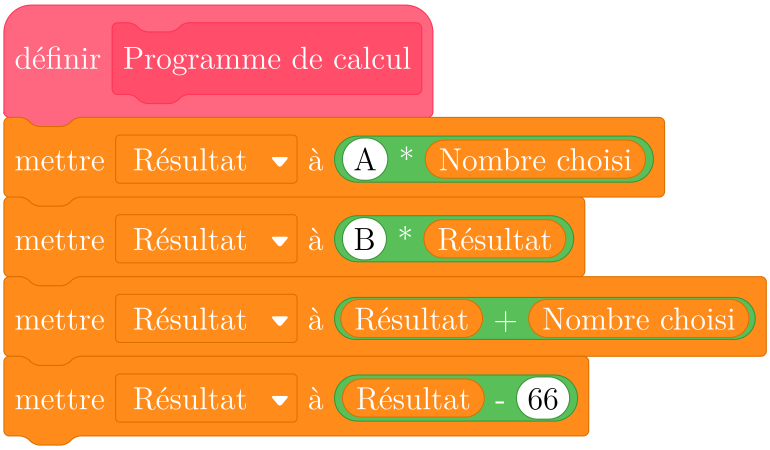
- Choisir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Multiplier le résultat par 2
- Ajouter le nombre de départ
- Soustraire 66

1. (a) Montrer que si le nombre choisi au départ est 4, le résultat obtenu est -30.

   (b) Quel résultat obtient-on si le nombre choisi au départ est -3 ?

2. (a) On s'intéresse au bloc d'instruction ci-dessous intitulé Programme de calcul . On souhaite le compléter pour calculer le résultat obtenu avec le programme de calcul en fonction du nombre choisi au départ.

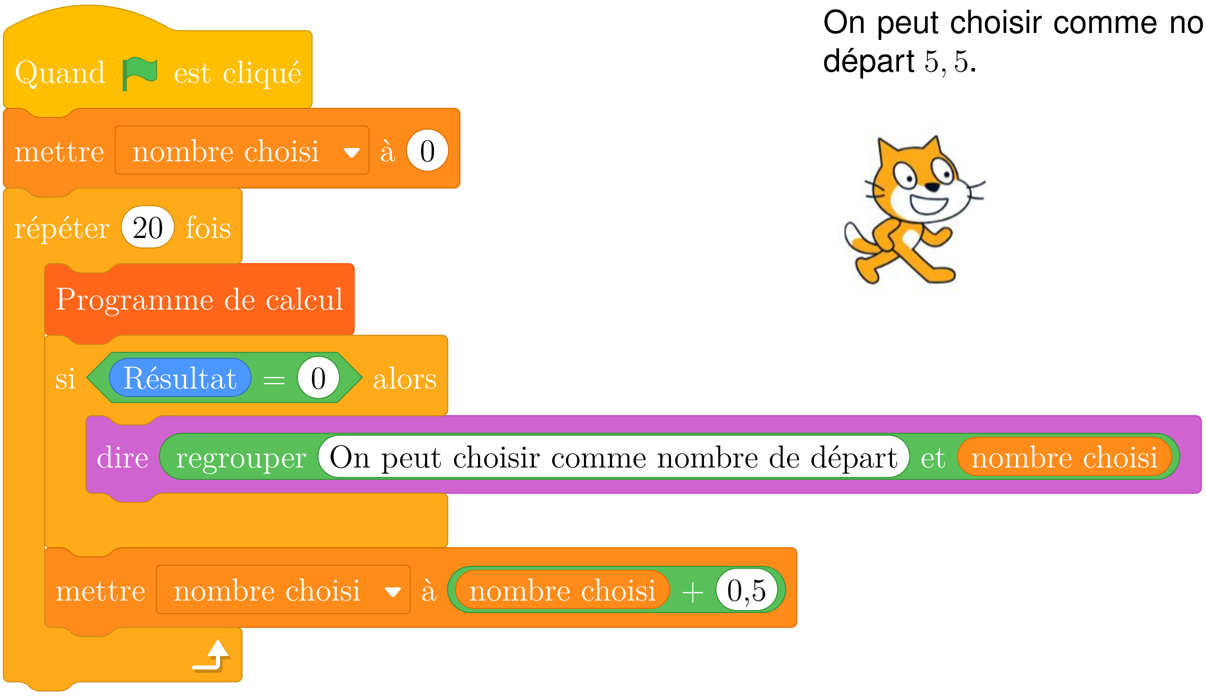
   On précise que deux variables ont été créées: nombre choisi qui correspond au nombre choisi au départ, et Résultat .



   Écrire sur votre copie le contenu qui doit être inséré dans les emplacements A et B. **Aucune justification n'est attendue pour cette question.**

   (b) Lucie insère le bloc précédent dans le script ci-dessous et observe la réponse donnée par le lutin:

Script



Réponse du lutin

On peut choisir comme nombre de départ $5,5$.

À quoi correspond la valeur 5,5 donnée comme réponse par le lutin avec le programme de Lucie?

3. On nomme x le nombre choisi au départ.
   (a) Déterminer l'expression obtenue par ce programme de calcul en fonction de x.
   (b) On admet que $(2x - 11)(x + 6)$ est la forme factorisée de l'expression trouvée à la question précédente.
   Pour quelle(s) valeur(s) de x, le résultat obtenu avec le programme est-il égal à 0 ?

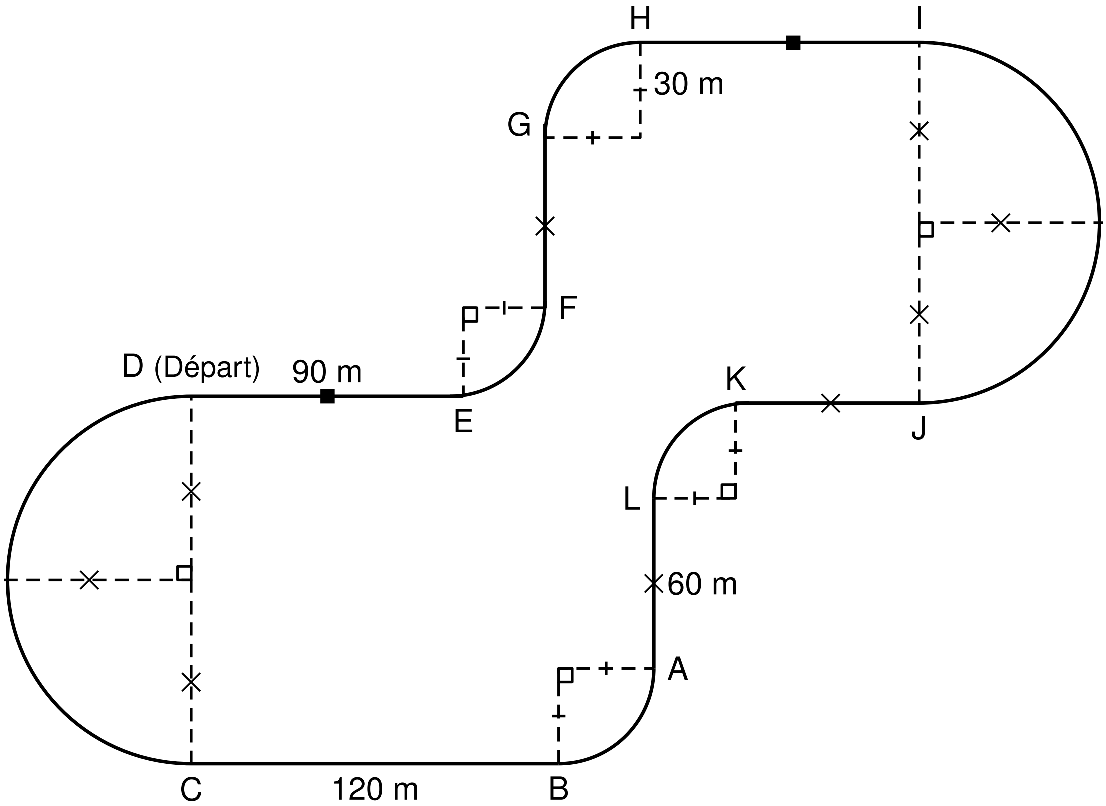
Exercice 5 — 22 points

Un professionnel et un amateur vont faire une séance de karting sur la piste ci-dessous (représentée en traits pleins).

Cette piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.

Le professionnel fait un tour de piste en 60 secondes.

L'amateur fait un tour de piste en 72 secondes.



1. Montrer que la longueur de la piste est de 1,045 m, arrondie à l'unité près.

   Toute trace de recherche sera valorisée.

2. Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s. On arrondira au centième près.

3. Pour des raisons de sécurité sur ce circuit, les amateurs ne doivent pas dépasser les 60 km/h de moyenne. Cet amateur respecte-t-il les règles de sécurité ?

4. Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit.

   On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

   (a) Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.

   (b) Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois sur la ligne de départ ensemble ?

   (c) Combien auront-ils alors effectué de tours chacun?

Correction

Exercice 1 **16 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples QCM

Question 1 : soit f, la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$. Réponse B : la fonction est décroissante ($a = -2$) et l'ordonnée à l'origine est égale à 3.

Question 2 : On lit que l'image de 1 est 2. Réponse A.

Question 3 :
On donne ci-dessous un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur :
La réponse est C : c'est la seule qui utilise la cellule B1.

Question 4 :
$(3x - 7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$: réponse B.

Exercice 2 **16 points**

1. (a) Le théorème de Pythagore appliqué au triangle HPS rectangle en P donne :
   HS^2 = HP^2 + PS^2 $= 90^2 + 140^2 = 8{,}100 + 19{,}600 = 27{,}700$.
   HS étant positive : HS $= \sqrt{27{,}700} \approx 166,43$, soit $163,4$ cm au millimètre près.

   (b) 1,700 mm = 170 cm (longueur du panneau.
   Or $95\,\%$ de $170 = \dfrac{95}{100} \times 170 = 0,95 \times 170 = 161,5$ cm.
   Comme $163,4 > 161,5$, le panneau est conforme.

2. Dans le triangle HPS rectangle en P, on a la relation :
$\tan \widehat{\text{HSP}} = \dfrac{\text{HP}}{\text{PS}} = \dfrac{90}{140} = \dfrac{9}{14} \approx 0,643.$
La calculatrice donne $\widehat{\text{HSP}} \approx 32,7$.
On a bien $30 < 32,7 < 35$. L'angle d'inclinaison, $\widehat{\text{HSP}}$ permet donc un fonctionnement optimal des panneaux.

3. Les droites (UT) et (HP) sont perpendiculaires à la droite (PS) : elles sont donc parallèles.
S, U, H d'une part S, T et P sont alignés donc le théorème de Thalès permet d'écrire :
$\dfrac{\text{ST}}{\text{SP}} = \dfrac{\text{SU}}{\text{SH}} = \dfrac{\text{UT}}{\text{PT}}$.
En particulier $\dfrac{\text{ST}}{140} = \dfrac{50}{90}$. On en déduit :
$\text{ST} = 140 \times \dfrac{50}{90} = 140 \times \dfrac{5}{9} \approx 77,8$ cm au millimètre près.

4. Chaque équerre avec sa barre de renfort nécessite une longueur de tube égale à environ :
$140 + 90 + 166,4 + 50 = 446,4$ cm soit environ 4,464 m.
De plus il faut 3 équerres et 3 barres latérales de 4 m, soit $3 \times 4,464 + 3 \times 4 = 25,392$ m.
Un tube mesurant 4,5 m il faut donc $\dfrac{25,392}{4,5} \approx 5,64$: 6 tubes sont donc nécessaires à 37 € l'unité ce qui qui représente une dépense de :
$6 \times 37 = 222$ €.

Exercice 3 **18 points**

Partie A

1. Il y a deux boules avec la lettre G sur 5 boules, d'où $P(G) = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4$.
2. Les nombres premiers sont : 2, 3 et 5 : il y a 3 cas favorables sur 6, donc la probabilité de gagner est égale à $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2} = 0,5$.
3. (a) On a $0,4 < 0,5$:c'est le jeu 1 qui a la plus faible probabilité de gagner.
   (b) On a $\dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{8}$: le numérateur représente le nombre de boules G (on les a déja) et le dénominateur le nombre total de boules (8). Comme on a déjà 5 boules il faut donc en rajouter 3 qui ne soient pas marquées G, par exemple 3 P ou 2P et 1 N.

Partie B

Méthode 1 : principe multiplicatif :

$P(\text{gagner}) = P(\text{G}) \times P(\text{nombre premier}) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{10} = 0,2.$

Méthode 2 On peut faire un tableau à double entrée de 5 colonnes (tirage de l'une des boules) et 6 lignes (arrêt sur l'un des six secteurs).

Les cas favorables sont G1-2, G1-3, G1-5 et G2-2, G2-3 et G2-5 soit 6 cas favorables sur 30, d'où une probabilité de $\dfrac{6}{30} = \dfrac{1 \times 6}{6 \times 5} = \dfrac{1}{5} = 0,2.$

Exercice 4 **22 points**

1. (a) On a $4^2 = 16$, puis $16 \times 2 = 32$, puis $32 + 4 = 36$, puis $36 - 66 = -30$.
   (b) $(-3)^2 = 9$, puis $2 \times 9 = 18$, puis $18 + (-3) = 15$ et $15 - 66 = -51$.
2. (a) Pour A : on met nombre choisi (pour obtenir le carré).
   Pour B : on met 2 (pour calculer le double).
   (b) La valeur 5,5 est une valeur possible comme nombre de départ pour que le résultat final soit 0.
3. On nomme x le nombre choisi au départ.
   (a) On a successivement :
   $x\ ;\quad x^2\ ;\quad 2x^2\ ;\quad 2x^2 + x\ ;\quad 2x^2 + x - 66.$
   (b) $2x^2 + x - 66 = (2x - 11)(x + 6) = 0$: un produit est nul si l'un des facteurs est nul, soit $\left\{\begin{array}{rcl} 2x - 11 & = & 0 \\ x + 6 & = & 0 \end{array}\right.$, ou encore $\left\{\begin{array}{rcl} 2x & = & 11 \\ x & = & -6 \end{array}\right.$ et enfin $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & \frac{11}{2} \\ x & = & -6 \end{array}\right.$
   Les nombres qui donnent donc comme résultat final 0, sont 5,5 (déjà vu) et -6.

Exercice 5 **22 points**

1. • Les parties rectilignes : six segments, [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED] d'une longueur de :
   $120 + 60 + 60 + 90 + 60 + 90 = 480$ (m).
   • Les parties en arc de cercle :
   – deux demi-cercles de rayon 60, soit un cercle de rayon 60, de longueur $2 \times \pi \times 60 = 120\pi$ (m) ;
   – quatre quarts de cercle de rayon 30 (m), soit un cercle de rayon 30, d'où une longueur de $2 \times \pi \times 30 = 60\pi$ (m).
   La longueur totale de la piste est donc égale à : $480 + 120\pi + 60\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565,487 \approx 1{,}045.49$, soit 1,045 (m) à l'unité près.
2. 1,045 m en 72 s représente une vitesse moyenne de $\dfrac{1{,}045}{72} \approx 17,42$ (m/s)
3. En 1 heure il parcourt donc $\dfrac{1{,}045}{72} \times 3{,}600 = 52{,}250$ (m/h) soit 52,25 (km/h) : il respecte les règles de sécurité.

4. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

   (a) $60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.
   $72 = 6 \times 12 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$.

   (b) Ils se retrouveront ensemble au bout d'un nombre de secondes multiple commun à 60 et 72 ; le plus petit petit multiple commun à 60 et 72 contient tous leurs facteurs premiers soit $2^3 \times 3^2 \times 5 = 72 \times 5 = 360$ (s) soit $\frac{360}{60} = 6$ (min).

   (c) Au bout de 6 min = 360 s le professionnel aura fait $\frac{360}{60} = 6$ (tours) et l'amateur $\frac{360}{72} = 5$ (tours).