Exercice 1 **18 points**

Cet exercice, en deux parties, est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.

Aucune justification n'est attendue ici

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse au programme ci-dessous, composé d'un bloc triangle équilatéral et d'un script principal:

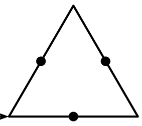
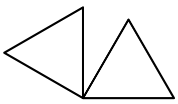
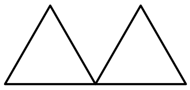
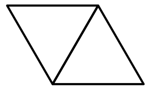
Bloc triangle équilatéral

```
définir triangle équilatéral
stylo en position d'écriture
répéter (3) fois
    avancer de (50) pas
    tourner ↺ de ( ) degrés
```

Script principal

```
Quand [drapeau] est cliqué
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (90) degrés
effacer tout
répéter (2) fois
    stylo en position d'écriture
    triangle équilatéral
    relever stylo
    tourner ↺ de (60) degrés
```

On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 signifie s'orienter vers la droite.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On souhaite construire le triangle équilatéral ci-dessous. Le stylo est orienté à 90 au départ comme ci-dessous.  Départ⟶ Compléter le script du bloc triangle équilatéral avec la valeur qui convient.	60	100	120
2. Parmi les trois figures, laquelle est obtenue avec le script principal ?			
3. Quel polygone obtient-on si on remplace dans le script principal, la boucle répéter 2 fois par une boucle répéter 6 fois ?	Un parallélogramme	Un hexagone	Un losange

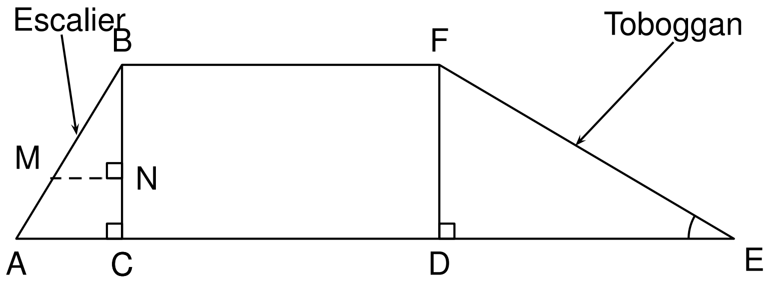
Partie B

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=$	$\frac{3}{15}\times\frac{4}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}$	$\frac{3}{15}\times\frac{3}{4}$
2. L'écriture scientifique de $302,4\times10^{18}$ est:	$3,024\times10^{16}$	$3,024\times10^{20}$	$0.302{,}4\times10^{21}$
3. On donne ci-dessous la masse de 8 biscuits différents: 12 g ; 10 g ; 18 g ; 8 g ; 12 g ; 15 g ; 11 g ; 13 g Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18 g pèse en fait 16 g. Une fois cette erreur corrigée, la valeur de la médiane sera :	Plus petite.	La même.	Plus grande.

Exercice 2 **24 points**

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane.
La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle BCDF:



On précise que:

- AB = 1,3 m ;
- AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m ;
- DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A: Étude du toboggan

1. Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30, au degré près.

   Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?

2. Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ $2,37$ m.

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

2. On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :
- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3.

2. On admet que le volume du bac à sable est de $0,72$ m^3.

   On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2.

   Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de $0,432$ m^3 et que celui de sable fin est de $0,288$ m^3.

3. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac.D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Un sac de sable à maçonner:	Un sac de sable fin:
Poids : 35 kg	Poids : 25 kg
Volume : 0,022 m^3	Volume : 0,016 m^3
Prix : 2,95 €	Prix : 5,95 €

Exercice 3 **15 points**

Amir et Sonia ont chacun inventé un programme de calcul.

Programme d'Amir
- Choisir un nombre
- Soustraire 5
- Prendre le double du résultat

Programme de Sonia
- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier le résultat par le nombre choisi
- Soustraire 16

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 6 alors on obtient 2 avec le programme d'Amir et on obtient 38 avec celui de Sonia.

2. Amir et Sonia souhaitent savoir s'il existe des nombres choisis au départ pour lesquels les deux programmes renvoient le même résultat.

   Pour cela, ils complètent la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre choisi	-2	-1	0	1	2	3	4
2	Programme d'Amir	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2
3	Programme de Sonia	-18	-18	-16	-12	-6	2	12

   Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.

   (a) Parmi les trois propositions suivantes, recopier sur votre copie la formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite.

   =(B1 $-5)*2$ | =$(-2-5)*2$ | =B1 $-5*2$

   (b) En vous aidant de la feuille de calcul, quel nombre doivent-ils choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes ?

3. Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.

   Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

(a) Montrer que le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $x^2 + 3x - 16$.

(b) On admet que les programmes donnent le même résultat si on choisit comme nombre de départ les solutions de l'équation $(x - 2)(x + 3) = 0$.
Résoudre cette équation et en déduire les valeurs pour lesquelles les deux programmes de calcul renvoient le même résultat.

Exercice 4 **22 points**

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.
   (a) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
   (b) Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair ?
2. Le jeu consiste à piocher, dans l'urne, une première boule, la remettre dans l'urne puis en piocher une seconde.

   Pour chacune des boules tirées, on note la couleur ainsi que le numéro.

   Pour gagner un lot, il faut tirer la boule rouge numérotée 1 et une boule noire.

   Quelle est la probabilité de gagner ?

Partie B : constitution des lots

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants.
Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants.
Tous les lots sont identiques.
Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1. Peut-on faire 3 lots ?
2. Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.
3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:
   (a) Combien de lots peut-on constituer au maximum ?
   (b) De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

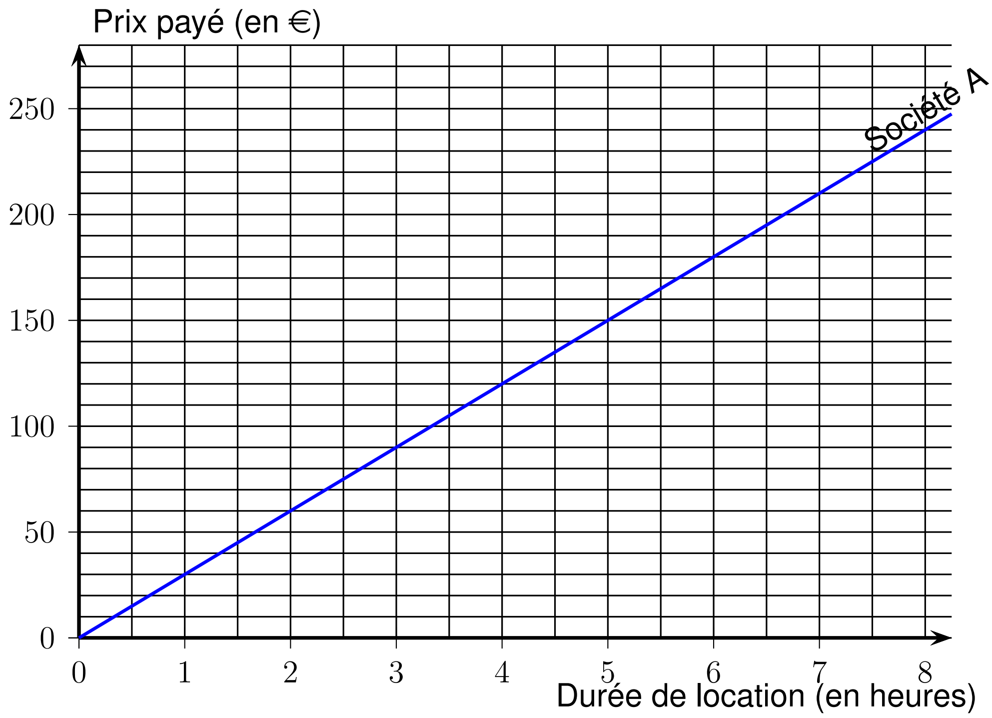
Exercice 5 **21 points**

Pour se promener le long d'un canal, deux sociétés proposent une location de bateaux électriques.
Les bateaux se louent pour un nombre entier d'heures.

1. **Étude du tarif proposé par la société A**

   Pour la société A, le prix à payer en fonction de la durée de location en heure est donné par ce graphique.

   Prix payé pour la location d'un bateau en fonction de la durée de la location



   Répondre aux questions ci-dessous à l'aide du graphique.

   Aucune justification n'est attendue pour les questions a. et b.

   (a) Quel prix va-t-on payer en louant un bateau pour 2 heures ?
   (b) On dispose d'un budget de 100 €, combien d'heures entières peut-on louer un bateau ?
   (c) Expliquer pourquoi le prix est proportionnel à la durée de location.
   (d) En déduire à l'aide d'un calcul, le prix à payer pour une durée de location de 10 heures.

2. **Étude du tarif proposé par la société B**

   La société B propose le tarif suivant : 60 € de frais de dossier plus 15 € par heure de location.

   (a) Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 €.
   (b) On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.
   On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$.
   Sur le graphique, tracer la courbe représentative de la fonction f.
   (c) Le prix payé est-il proportionnel à la durée de location ?

3. **Comparaison des deux tarifs**

(a) On souhaite louer un bateau pour une durée de 3 heures.
Quelle société doit-on choisir pour avoir le tarif le moins cher ?
Quel prix va-t-on payer dans ce cas ?

(b) Pour quelle durée de location le prix payé est-il identique pour les deux sociétés ?

Correction

Exercice 1 — 18 points

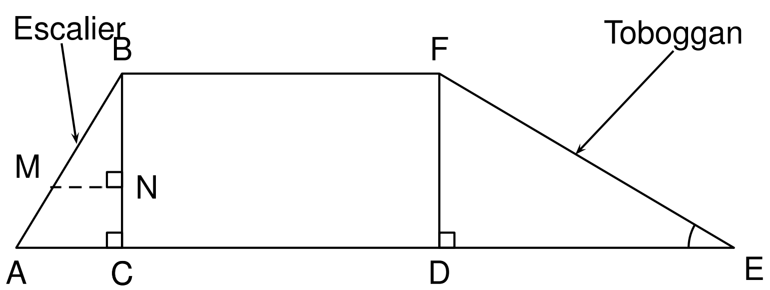
Partie A

1. Réponse C
2. Réponse C
3. Réponse B

Partie B

1. Réponse C
2. Réponse B
3. Réponse B

Exercice 2 — 24 points



On précise que:

- AB = 1,3 m ;
- AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m ;
- DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A: Étude du toboggan

1. On a $\tan \widehat{\text{DEF}} = \dfrac{\text{DF}}{\text{DE}} = \dfrac{1,2}{2,04} \approx 0,588$.

   La calculatrice donne $\widehat{\text{DEF}} \approx 30,4$, soit 30 à l'unité près : le toboggan est sécurisé.

2. Dans le triangle DEF rectangle en D le théorème de Pythagore donne :

   $\text{EF}^2 = \text{ED}^2 + \text{DF}^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5.601{,}6$, d'où :

   $\text{EF} = \sqrt{5.601{,}6} \approx 2,366 \approx 2,37$ au centième près.

Partie B : Étude de l'échelle

1. On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à (BC), or, lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles, on en déduit que (MN) et (AC) sont parallèles.

2. D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{\text{BN}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{MN}}{\text{AC}}$, soit $\dfrac{0,84}{1,2} = \dfrac{\text{MN}}{0,5}$, d'où $\text{MN} = 0,5 \times \dfrac{0,84}{1,2} : \dfrac{0,42}{1,2} = 0,35$ (m).

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :
- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. On a $V = 200 \times 180 \times 20 = 720{,}000$ (cm^3)

2. En divisant le volume en 5 parties le sable à maçonner en occupe 3, soit :

   $0,72 \times \dfrac{3}{5} = 0,72 \times 0,6 = 0,432$ (m^3).

   Par différence ou en calculant les $\dfrac{2}{5}$ du volume total, le volume du sable fin est :

   $0,72 - 0,432 = 0,72 \times \dfrac{2}{5} = 0,72 \times 0,4 = 0,288$ (m^3).

3. On a $\dfrac{0,432}{0,022} \approx 19,6$: il faut donc acheter 20 sacs de sable à maçonner et comme $\dfrac{0,288}{0,016} = 18$: il faut donc acheter 18 sacs de sable fin.

   Le coût d'achat du sable est donc :

   $20 \times 2,95 + 18 \times 5,95 = 59 + 107,10 = 166,10$ (€).

Exercice 3 **15 points**

1. Si le nombre choisi au départ est 6 alors avec le programme d'Amir on obtient: $(6-5) \times 2 = 2$.

   Avec le programme de Sonia, on obtient : $(6+3) \times 6 - 16 = 54 - 16 = 38$.

2. *Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.*

   (a) La formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite est :
   =(B1 $-5)*$ 2

   (b) D'après la feuille de calcul, le nombre qu'ils doivent choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes est 2 puisque l'on obtient -6 avec les deux programmes.

3. Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.

   Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

   (a) Le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $(x+3) \times x - 16 = x^2 + 3x - 16$.

   (b) Les programmes donnent le même résultat si
   $(x-5) \times 2 = x^2 + 3x - 16$, c'est-à-dire $2x - 10 = x^2 + 3x - 16$, d'où $x^2 + x - 6 = 0$ et en factorisant on obtient bien $(x-2)(x+3) = 0$.
   Les solutions de cette équation-produit nul sont $x - 2 = 0$ ou $x + 3 = 0$ c'est-à-dire $x = 2$ (on retrouve la solution donnée par le tableur) ou $x = -3$.
   Donc les deux programmes de calcul renvoient le même résultat si on choisit au départ -3 ou 2.

Exercice 4 **22 points**

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.

   (a) Il y a en tout 7 boules dont 4 sont rouge, la probabilité de tirer une boule rouge est donc de $\frac{4}{7}$.

   (b) Les nombres pairs sont 2 et 4, ils sont présents sur 3 boules différentes donc la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair est de $\frac{3}{7}$.

2. On construit un tableau à double entrée donnant toutes les issues

2nd tirage / 1ertirage	N1	N2	N3	R1	R2	R3	R4
N1				•			
N2				•			
N3				•			
R1	•	•	•				
R2							
R3							
R4							

Il y a 6 issues favorables donc la probabilité de gagner est de $\dfrac{6}{49}$.

Partie B : constitution des lots

1. On peut faire 3 lots puisque $\dfrac{195}{3} = 65$ et $\dfrac{234}{3} = 78$ donc les 3 lots seront constitués de 65 figurines et 78 autocollants.
2. $195 = 5 \times 39 = 5 \times 3 \times 13 = 3 \times 5 \times 13$.
3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:
   (a) On peut donc diviser 195 et 234 par $3 \times 13 = 39$ au maximum. On pourra donc constituer au maximum 39 lots.
   (b) Chaque lot sera alors composé de $\dfrac{195}{39} = 5$ figurines et $\dfrac{234}{39} = 6$ autocollants.

Exercice 5 **21 points**

1. **Étude du tarif proposé par la société A**
   (a) Avec le tarif A, on va payer 60 € pour 2 heures.
   (b) On peut louer un bateau pendant 3 heures, coût 90 €. On n'a pas assez pour 4 heures qui coûtent 120 €.
   (c) Le prix est proportionnel à la durée de location car la représentation graphique est celle d'une fonction linéaire, en effet c'est une droite qui passe par l'origine du repère.
   (d) La fonction linéaire associée au tarif A est $f(x) = 30x$.
   Pour une durée de location de 10 heures, le prix à payer est $f(10) = 30 \times 10 = 300$, soit 300 €.
2. **Étude du tarif proposé par la société B**

   La société B propose le tarif suivant : 60 € de frais de dossier plus 15 € par heure de location.

(a) Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 €.
Pour 2 heures de location le prix s'élève à : $60 + 2 \times 15 = 60 + 30 = 90$ (€).

(b) On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.
On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$.
Sur le graphique ci-dessous, tracer la courbe représentative de la fonction f.

Prix payé pour la location d'un bateau en fonction de la durée de la location

(c) Non car la représentation graphique est une droite qui ne contient pas l'origine

3. **Comparaison des deux tarifs**

(a) Avec la société A le prix demandé est $3 \times 30 = 90$, soit 90 €.
Avec la société B le prix demandé est $3 \times 15 + 60 = 45 + 60 = 105$, soit 105 €.
La société A est la plus intéressante.

(b) • Par le calcul : on résout l'équation $30x = 15x + 60$ ou $15x = 60$ ou $15 \times x = 15 \times 4$, soit $x = 4$;
• Graphiquement : les deux représentations graphiques sont sécantes au point d'abscisse $x = 4$.
Pour un location de 4 heures le prix est le même pour les deux sociétés.