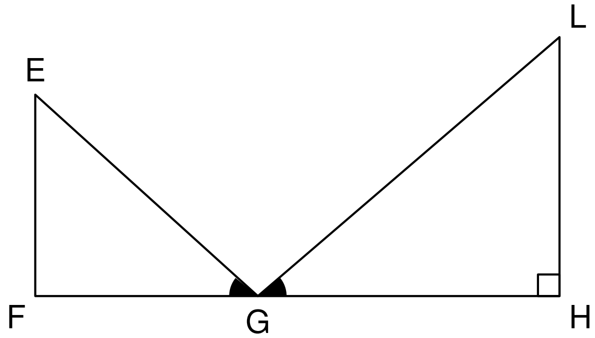
Exercice 1 **20 points**

On considère la figure ci-contre dans laquelle:

- Les points F, G et H sont alignés
- (LH) est perpendiculaire à (FH)
- EF $= 18$ cm ; FG $= 24$ cm ; EG $= 30$ cm ;

  GH = $38,4$ cm
- $\widehat{\text{EGF}} = \widehat{\text{LGH}}$.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{EGF}}$.

   Donner l'arrondi au degré près.
3. Montrer que les triangles EGF et LGH sont semblables.
4. Parmi les propositions suivantes, quel est le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du triangle EFG au triangle LHG ?

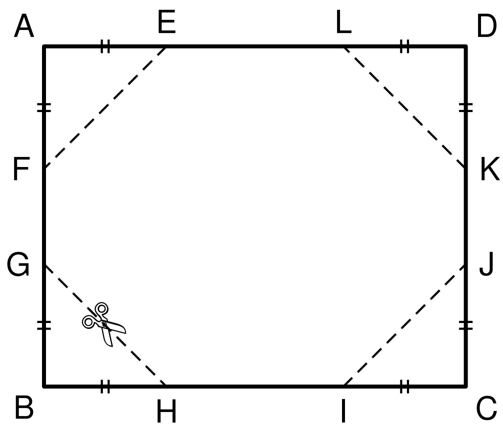
   Expliquer.

0,625	1,28	1,6	2,6

5. Quel est le périmètre du triangle LGH ?

Exercice 2 **21 points**

À partir d'une feuille rectangulaire de dimension 10 cm sur 8 cm, on coupe les quatre coins de manière identique.
On obtient ainsi un polygone FELKJIHG et quatre triangles rectangles isocèles égaux comme représenté ci-contre.
AD $= 10$ cm ; AB $= 8$ cm.



Les deux parties sont indépendantes.

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. Quelle est l'aire du triangle AEF ?

2. En déduire l'aire du polygone FELKJIHG.

Deuxième partie :
On souhaite que l'aire du polygone FELKJIHG soit de 60 cm^2.
Pour cela, on fait varier la longueur AE et on observe l'effet sur l'aire du polygone FELKJIHG.
On note x la longueur AE exprimée en cm.

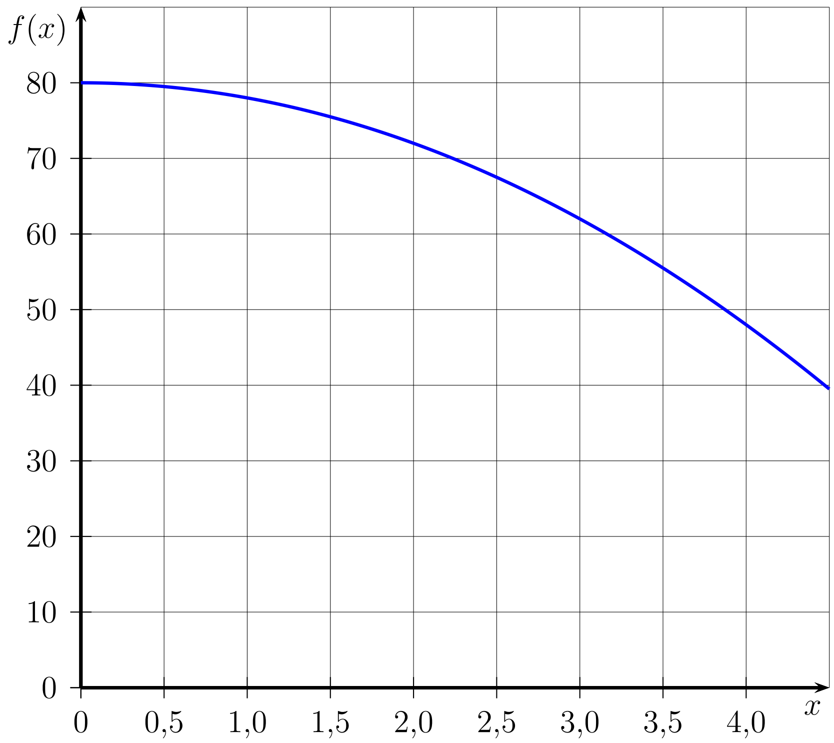
3. (a) Exprimer l'aire du triangle AEF en fonction de x.
   (b) Montrer que l'aire du polygone FELKJIHG, en cm^2, est donnée par l'expression $80 - 2x^2$.

4. On considère la fonction $f : x \longmapsto 80 - 2x^2$.
   À l'aide d'un tableur, on a produit le tableau de valeurs ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
2	$f(x)$	80	79,5	78	45,5	72	67,5	62	55,5	48

   Proposer une formule qui a pu être saisie en B2 avant d'être étirée vers la droite.
   Ne pas justifier.

5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



   (a) La fonction f est-elle affine ?
   (b) Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée de la longueur AE permettant d'obtenir un polygone FELKJIHG d'aire égale à 60 cm^2.

(c) Trouver par le calcul la valeur exacte de cette longueur.

Exercice 3 — 20 points

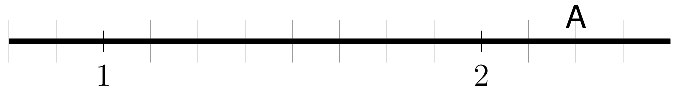
Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. On considère le tableau ci-dessous :

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix en €	1,10	2,20	3,30	4

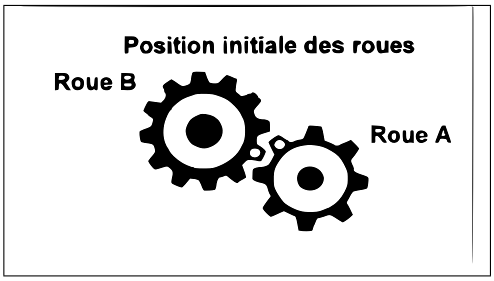
Affirmation 1 : Le prix est proportionnel au nombre de baguettes.

2. On considère ci-dessous le point A sur une droite graduée:



Affirmation 2 : L'abscisse du point A est un nombre décimal.

3. On considère cet engrenage qui est composé d'une roue A à 8 dents et d'une roue B à 12 dents.
Affirmation 3 :
Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B.



4. **Affirmation 4 :**

Pour tout nombre x, l'égalité suivante est vraie:

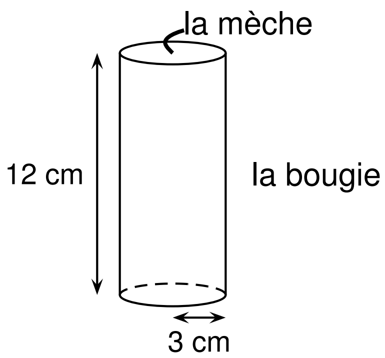
$$(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8 - 15x).$$

Exercice 4 — 16 points

Une usine fabrique des bougies parfumées en cire de forme cylindrique.

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes

Document 1



Rayon du cylindre : 3 cm
Hauteur du cylindre : 12 cm

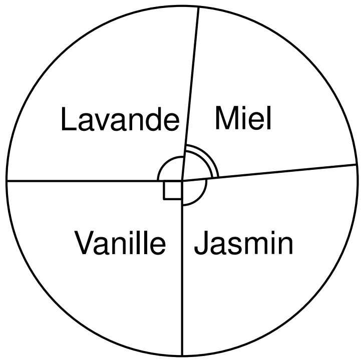
Document 2

Aire d'un disque : rayon $^2 \times \pi$
Volume d'un cylindre : Aire de la base $\times$ hauteur

Document 3

- Une bougie est composée de cire et de parfum.
- Le volume de cire nécessaire à la fabrication d'une bougie correspond au $\frac{9}{10}$ du volume de cette bougie.
- 1 cm^3 de cire a une masse de $0,7$ g.

1. (a) Montrer que le volume d'une bougie est d'environ 339 cm^3.
   (b) Quelle est la masse de cire nécessaire pour une bougie ? On donnera une valeur approchée au gramme près.
2. Au mois de novembre, l'usine a fabriqué des bougies de 4 parfums différents :
   vanille, miel, lavande et jasmin.
   Le diagramme circulaire codé ci-contre donne la répartition, pour le mois de novembre, du nombre de bougies fabriquées en fonction de leur parfum.
   Les bougies au miel représentent 22 % de la production du mois de novembre.
   Quel est le pourcentage de bougies à la lavande fabriquées au mois de novembre ?



3. Durant les trois premiers mois de l'année suivante, l'entreprise se donne pour objectif de produire en moyenne 7,900 bougies par mois.

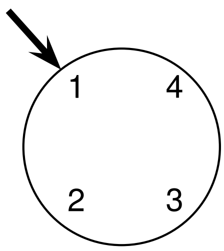
   En janvier, elle fabrique 6,500 bougies et 8,000 en février.

   Quel est le nombre de bougies à produire en mars pour atteindre l'objectif ?

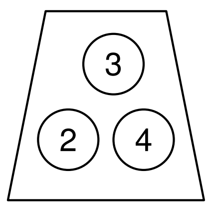
Exercice 5 — 23 points

On dispose d'une roue dont les 4 secteurs ont tous la même aire et sont numérotés :
1 ; 2 ; 3 ; 4.
On dispose également d'une urne contenant 3 boules numérotées: 2 ; 3 et 4.
Les boules sont indiscernables au toucher.
On considère l'expérience aléatoire suivante :
On fait tourner la roue puis on tire au hasard une boule dans l'urne. On forme alors un nombre entier à deux chiffres tel que :

- Le chiffre des dizaines est le numéro indiqué par la flèche sur la roue.
- Le chiffre des unités est le numéro de la boule tirée dans l'urne.



La roue: chiffre des dizaines



L'urne: chiffre des unités

Exemple : Si la flèche indique le numéro 1 sur la roue et que la boule tirée dans l'urne porte le numéro 3, on forme le nombre 13.

1. Écrire la liste des 12 issues possibles.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement: Obtenir un nombre impair .
3. On considère l'évènement A : Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 .
   (a) Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
   (b) Quelle est la probabilité de son évènement contraire ?

À l'aide de cette expérience aléatoire, on crée un jeu de hasard.
Le joueur gagne s'il obtient un multiple de 11.

4. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 11 est égale à $0,25$.
5. On souhaite simuler ce jeu à l'aide d'un logiciel de programmation.

   On a rédigé le script ci-dessous:

```
1 quand [drapeau] est cliqué
2 mettre Gagné à 0
3 répéter 100 fois
4     mettre Chiffre des dizaines à nombre aléatoire entre 1 et 4
5     mettre Chiffre des unités à nombre aléatoire entre ... et ...
6     si ..................... = ..................... alors
7         ajouter 1 à Gagné
8 dire regrouper La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est de : et Gagné / 100 pendant 2 secondes
```

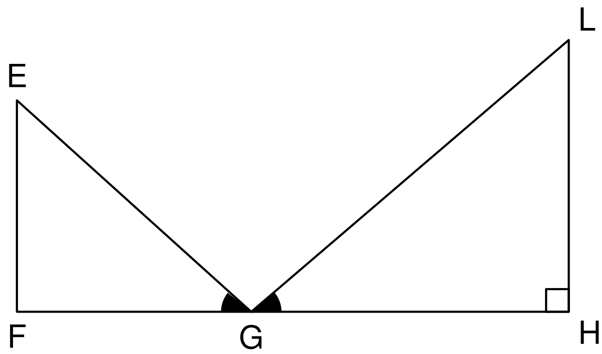
   Information:

   nombre aléatoire entre 1 et 4 renvoie au hasard un nombre parmi 1, 2, 3, 4.

   (a) Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 5.
   Ne pas justifier.
   (b) Écrire sur la copie comment compléter les deux cases vides de la ligne 6.
   Ne pas justifier.
   (c) On a cliqué sur le drapeau et voici le résultat du programme :
   La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 est $0,23$.
   Pourquoi le résultat est-il différent de celui obtenu dans la question 4 ?

Correction

Exercice 1 **20 points**



La figure n'est pas en vraie grandeur.

1. On a EF$^2 = 18^2 = 324$; FG$^2 = 24^2 = 576$ et EG$^2 = 30^2 = 900$. Or $900 = 324 + 576$, soit EG^2 =EF$^2+$ FG^2.

   Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle EFG est rectangle en F.

2. Dans le triangle EFG rectangle en F on a par exemple $\tan \widehat{\text{EGF}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{FG}} = \dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4} = 0,75$.

   Donc d'après la calculatrice $\widehat{\text{EGF}} \approx 36,9$, soit 37 au degré près.

3. Les triangles EGF et LGH ont deux de leurs angles de même mesure, donc les troisièmes aussi : ils sont donc semblables

4. [GH] et [FG] sont les côtés adjacents aux angles $\widehat{\text{EGF}}$ et $\widehat{\text{LGH}}$ de même mesure.

   Comme GH $>$ FG, le coefficient d'agrandissement est égal à $\dfrac{\text{GH}}{\text{FG}} = \dfrac{38,4}{24} = 1,6$.

5. Le périmètre de EGF est égal à :

   EF + FG + GE $= 18 + 24 + 30 = 72$ (cm).

D'après la question précédente le périmètre de LGH est égal à à celui de EFG multiplié par 1,6, soit : $72 \times 1,6 = 115,2$ (cm).

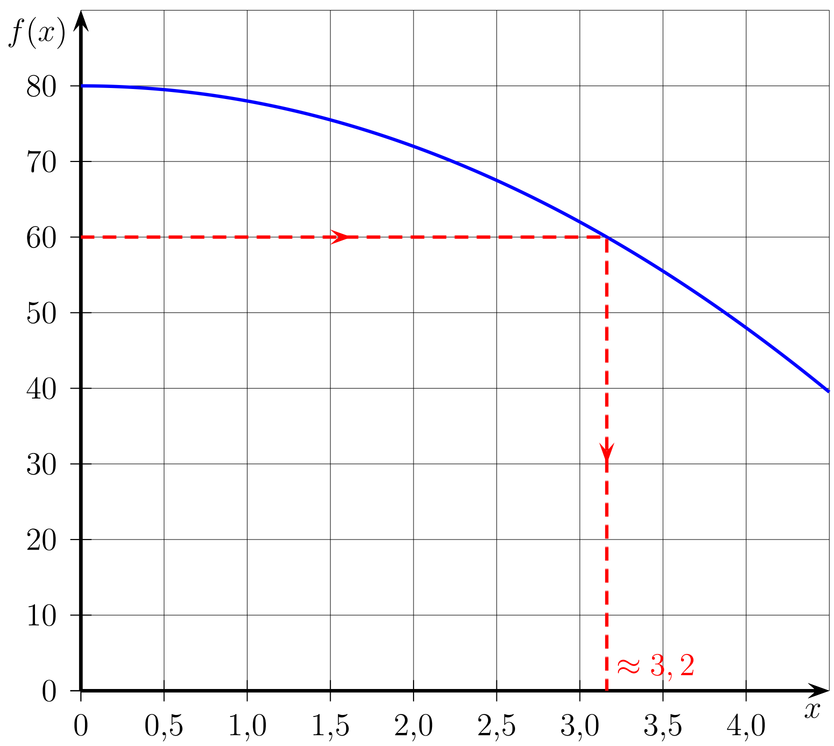
Exercice 2 **21 points**

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

1. L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{3 \times 3}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5$ (cm^2).
2. Comme l'aire du rectangle ABCD est égale à $10 \times 8 = 80$, l'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times 4,5 = 80 - 18 = 62$ (cm^2).

Deuxième partie :

3. (a) L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{\text{AE} \times \text{AF}}{2} = \dfrac{x \times x}{2} = \dfrac{x^2}{2}$.
   (b) L'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times \dfrac{x^2}{2} = 80 - 2x^2$.
4. Dans la case B2 on peut écrire : $\boxed{\text{= 80 - 2B1 * B1}}$
5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



   (a) La représentation de la fonction f n'est pas une droite : la fonction f n'est donc pas affine.

(b) Voir le graphique. AE $\approx 3,2$.

(c) Il faut résoudre l'équation :
$80-2x^2=60$ ou $80-60=2x^2$, ou $20=2x^2$ ou $10=x^2$, soit $x=\sqrt{10}$.

Exercice 3 — 20 points

1. **Affirmation 1 :** Le prix est proportionnel au nombre de baguettes.

   On a bien $2,20=2\times1,10$, $\quad 3,30=3\times1,0$, mais $4\neq4\times1,10$.

   L'affirmation 1 est fausse.

2. **Affirmation 2 :** L'abscisse du point A est un nombre décimal.

   L'unité est partagée en 8, donc $1=8\times0,125$.

   Le point A a onc pour abscisse : $2+2\times0,125=2+0,25=2,25$: cette abscisse est bien décimale.

   L'affirmation 2 est vraie.

3. **Affirmation 3 :**

   Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B.

   On a bien $6\times8=4\times12=48$.

   L'affirmation 3 est vraie.

4. **Affirmation 4 :**

   Pour tout nombre x, l'égalité suivante est vraie:

   $$(x+8)(2x-1)=2x^2-(8-15x).$$

   On a d'une part :

   $(x+8)(2x-1)=2x^2-x+16x-8=2x^2+15x-8$ et d'autre part :

   $2x^2-(8-15x)=2x^2-8+15x=2x^2+15x-8$.

   L'affirmation 4 est vraie.

Exercice 4 — 16 points

1. (a) La base d'une bougie est un disque de rayon 3 et de hauteur 12 : son volume est donc égal à : $\pi\times3^2\times12=108\pi\approx339,3$, soit à l'unité près 339 cm^3.

   (b) $\dfrac{9}{10}$ de ce volume est de la cire soit $\dfrac{9}{10}\times108\pi=97,2\pi$ cm^3 et à raison 0,7 g par cm^3, il faut $97,2\pi\times0,7=68,04\pi\approx213,8$ soit au gramme près environ 214 g de cire pour fabriquer une bougie.

2. Les bougies à la vanille sont représentées par un secteur dont l'angle au centre a pour mesure 90 ; comme $90 = \dfrac{360}{4}$ elles représentent le $\dfrac{1}{4}$ de la production soit $25\,\%$.
   Come il y autant de bougies à la lavande que de bougies au jasmin, le pourcentage de bougies à la lavande (ou au jasmin) est égal à :
   $\dfrac{100-(22+25)}{2} = \dfrac{100-47}{2} = \dfrac{53}{2} = 26,5$ (%).
3. Si m est le nombre de bougies à produire en mars on doit avoir comme moyenne :
   $7{,}900 = \dfrac{6{,}500+8{,}000+m}{3}$, soit $3 \times 7{,}900 = 14{,}500 + m$ ou encore $m = 23{,}700 - 14{,}500 = 9{,}200$.

Exercice 5 — 23 points

1. Il y a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines et 3 pour le chiffre des unités soit
   $4 \times 3 = 12$ issues :
   12, 13, 14, 22, 23, 24 ;
   32, 33, 34, 42, 43, 44.
2. 4 issues sont des nombres impairs soit une probabilité de $\dfrac{4}{12} = \dfrac{4 \times 1}{4 \times 3} = \dfrac{1}{3}$.
3. On considère l'évènement A : Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 .
   (a) Les nombres issues et premiers sont 13 et 23 ; on a donc $p(A) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.
   (b) La probabilité de ne pas obtenir de nombre premier inférieur à 30 est égale à $1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.
4. Les issues multiples de 11 sont :
   $22\,(22 = 2 \times 11)$; $33\,(33 = 3 \times 11)$ et $44\,(44 = 4 \times 11)$.
   La probabilité d'obtenir un multiple de 11 est donc égale à $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.
5. (a) Ligne 5 il faut compléter par les nombres 2 et 4.
   (b) Ligne 6 : il faut écrire :
   Si chiffre des dizaines = chiffre des unités.
   (c) Le résultat correspond à 100 tirages pour lesquels 23 nombres obtenus sont des multiples de 11. Plus le nombre de tirages augmente et plus la proportion de multiples de 11 se rapproche de 0,25.