

Exercice 1

24 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18.

Affirmation 2 : pour tout nombre n , on a l'égalité suivante: $(n - 5)^2 = n^2 - 5^2$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$.

Affirmation 3 : l'antécédent de 6 par la fonction f est égal à $\frac{1}{2}$.

Voici les températures relevées en degré Celsius (noté C) pendant six jours dans une même ville: 5 C, 7 C, 11 C, 8 C, 5 C et 6 C.

Affirmation 4 : la moyenne de ces six températures est égale à 6,5 C.

Les points B, D et A sont alignés.
Les points B, E et C sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en B.

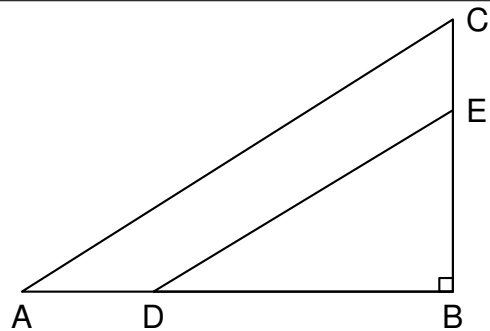
BA = 12 cm ; BC = 9 cm ;

BD = 8 cm et BE = 6 cm.

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.

Affirmation 5 : la longueur AC est égale à 15 cm.

Affirmation 6 : les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

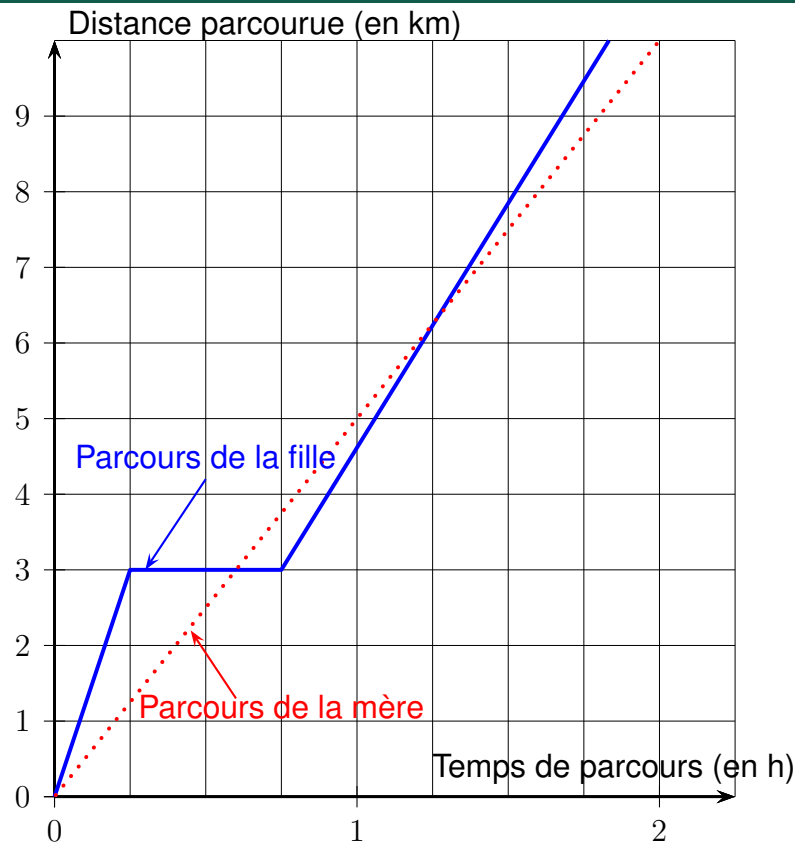


Exercice 2

19 points

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.

Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.



1. (a) Indiquer le temps mis par la mère pour rentrer chez elle, avec la précision que permet la lecture du graphique.
 (b) Déterminer la vitesse moyenne en km/h de la mère sur l'ensemble de son parcours.
 (c) La distance parcourue par la mère est-elle proportionnelle au temps ?
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
 (a) Indiquer la durée de la pause de la fille, avec la précision que permet la lecture graphique.
 (b) Quand a-t-elle couru le plus vite: avant ou après sa pause ?
3. Combien de fois la mère et la fille se sont retrouvées au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet ?
4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ.
 Parmi les propositions suivantes, recopier sans justification l'expression de $f(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{5}x \quad ; \quad f(x) = 5x \quad ; \quad f(x) = x + 5.$$

Exercice 3

23 points

Un club de handball souhaite commander des maillots avec le nom du club inscrit dessus. À l'issue de sa commande, le club veut recevoir exactement 350 maillots.

Après quelques recherches, deux sites internet ont été sélectionnés :

- sur le site A : les maillots sont vendus à 12 € l'unité;
- sur le site B : les maillots sont vendus à 13 € l'unité, avec la promotion : sera compris entre 3,900 € et 4,550 €. Son affirmation est-elle vraie ?
- Sachant que les lignes 1 et 2 du tableur ont été complétées auparavant, quelle formule a-t-on pu saisir ensuite dans la cellule B3 avant de l'étirer jusqu'à la cellule I3, pour remplir la ligne 3 du tableur ?
- Le coût total exprimé en euro est-il proportionnel au nombre de maillots reçus ?

Sur quel site le club doit-il passer sa commande pour recevoir exactement 350 maillots, tout en payant le moins cher ?

Le club souhaite que ces 350 maillots soient répartis entre des maillots noirs et des maillots rouges dans le ratio 5 : 2.

Combien faut-il commander de maillots noirs et de maillots rouges ?

Le club a aussi commandé des gourdes. Les cartons reçus sont indiscernables tant par leurs dimensions que par leur forme.

Il y a 4 cartons de gourdes blanches et 3 cartons de gourdes bleues.

On ouvre un carton au hasard. Quelle est la probabilité qu'il contienne des gourdes bleues ?

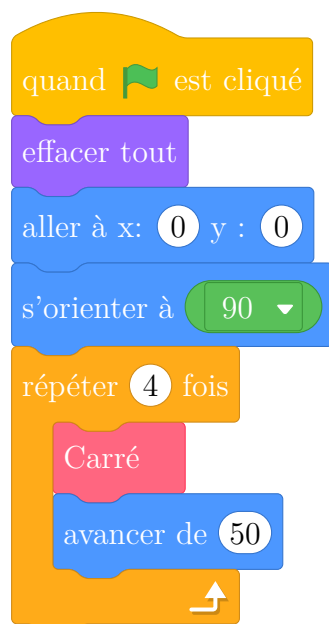
Exercice 4

14 points

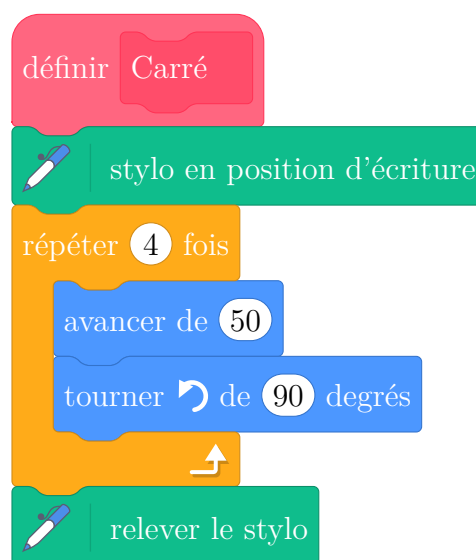
Dans tout cet exercice, aucune justification n'est demandée

On donne le programme suivant :

Script principal



le bloc Carré



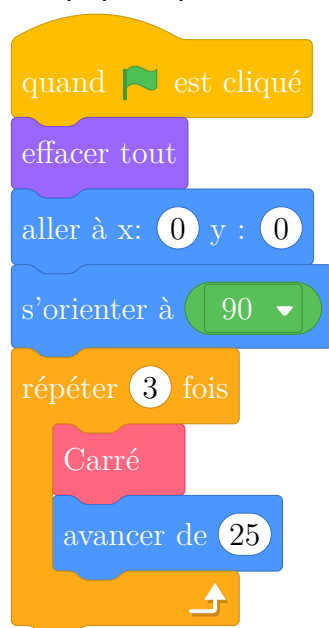
On rappelle que l'instruction **s'orienter à 90** signifie que l'on s'oriente vers la droite.

1. On lance le programme.

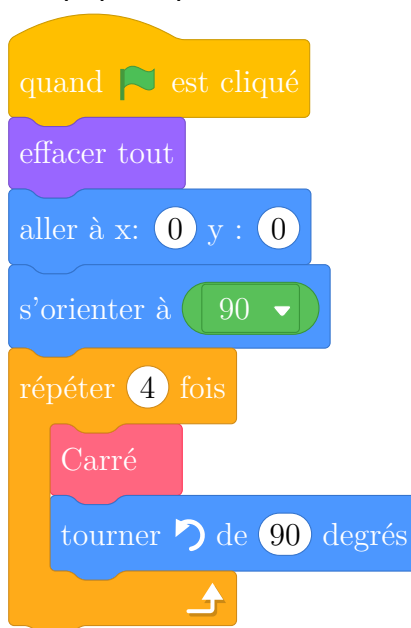
Construire la figure obtenue en prenant 1 cm pour 25 unités de longueur.

On modifie le Script principal et on obtient deux scripts ci-dessous:

Script principal A



Script principal B



2. Parmi les trois figures ci-dessous, associer sur votre copie chacun des deux scripts principaux A et B à la figure qu'il permet de réaliser:

Figure 1

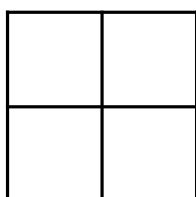
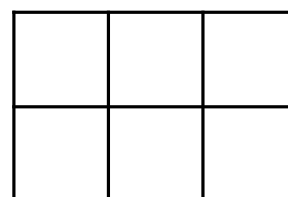


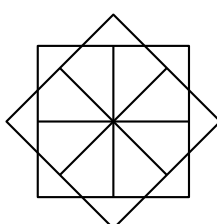
Figure 2



Figure 3

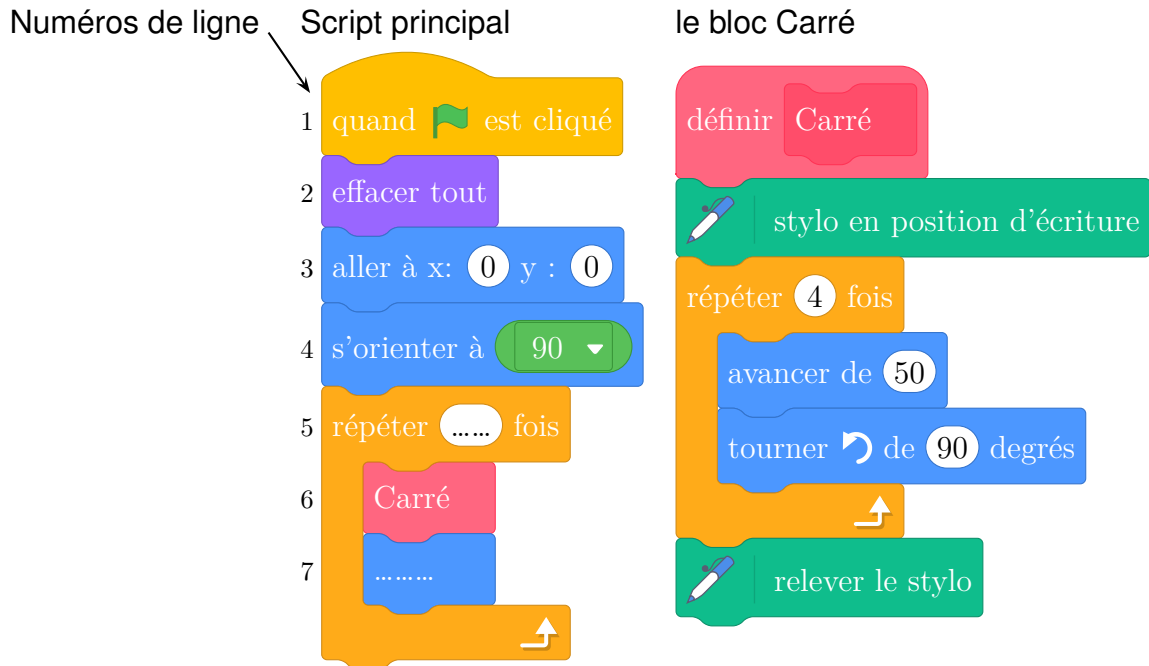


On souhaite réaliser la figure suivante :



Le point de départ se situe au centre de la figure.

3. Compléter le nouveau script principal ci-dessous en recopiant sur la copie uniquement les lignes 5 et 7. Pour mémoire, l'énoncé rappelle ci-dessous à droite le descriptif du bloc Carré.



Exercice 5

20 points

Une usine de fabrication de bougies reçoit des cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm. Ils sont disposés dans des cartons remplis (sans espace vide).

Informations sur les cartons:

Forme: pavé droit
Dimensions :

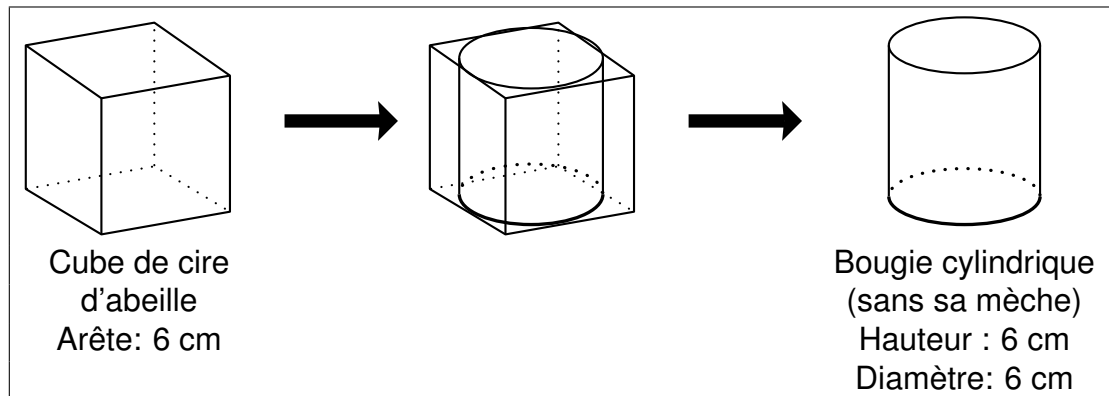
- largeur : 60 cm
- hauteur : 36 cm
- profondeur : 36 cm
(On ne tient pas compte de l'épaisseur des cartons)

Information sur la cire d'abeille:

Masse volumique: 0,95 g/cm³

1. (a) Montrer que chaque carton contient 360 cubes de cire d'abeille.
(b) Quelle est la masse de cire d'abeille contenue dans un carton rempli de cubes? On donnera la réponse en kg, arrondie à l'unité près, en ne tenant pas compte de la masse du carton.

2. À l'usine, on découpe les cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.



On ne tiendra pas compte de la masse, du volume et du prix de la mèche dans la suite de l'exercice.

- (a) Montrer que le volume d'une bougie est d'environ 170 cm^3 .

On rappelle que le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \pi \times r^2 \times h.$$

- (b) En découpant les cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d'autres cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.

Combien de cubes au départ doit-on découper pour pouvoir reconstituer un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm, avec la cire perdue ?

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de 9,60 € l'unité. Il les vend 20 % plus chères qu'il ne les achète à l'usine.

Combien paie-t-il à l'usine pour l'achat d'une bougie ?

Correction



Exercice 1

24 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1: 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18.

Affirmation 2 : pour tout nombre n , on a l'égalité suivante: $(n - 5)^2 = n^2 - 5^2$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$.

Affirmation 3: l'antécédent de 6 par la fonction f est égal à $\frac{1}{2}$.

Voici les températures relevées en degré Celsius (noté C) pendant six jours dans une même ville: 5 C, 7 C, 11 C, 8 C, 5 C et 6 C.

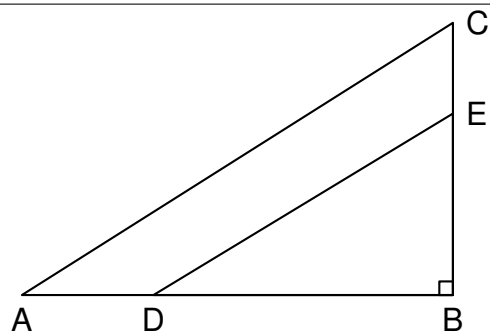
Affirmation 4 : la moyenne de ces six températures est égale à 6,5 C.

Les points B, D et A sont alignés.
Les points B, E et C sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en B.

BA = 12 cm ; BC = 9 cm ;

BD = 8 cm et BE = 6 cm.

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.



Affirmation 5: la longueur AC est égale à 15 cm.

Affirmation 6: les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

- $72 = 12 \times 6 = 18 \times 4$ donc 72 est un multiple commun à 12 et à 18.

Affirmation 1 vraie

- Pour $n = 10$, on a: $(n - 5)^2 = (10 - 5)^2 = 25$ et $n^2 - 5^2 = 10^2 - 5^2 = 75$; donc $(n - 5)^2 \neq n^2 - 5^2$.

Affirmation 2 fausse

- Pour déterminer les antécédents de 6 par f , on résout l'équation $f(x) = 6$:

$$f(x) = 6 \text{ équivaut à } 2x + 5 = 6 \text{ équivaut à } 2x = 1 \text{ équivaut à } x = \frac{1}{2}.$$

Donc $\frac{1}{2}$ est l'antécédent de 6 par f .

Affirmation 3 vraie

- $\frac{5 + 7 + 11 + 8 + 4 + 6}{6} = \frac{42}{6} = 7 \neq 6,5$

Affirmation 4 fausse

- Le triangle ABC est rectangle en B donc, d'après le théorème de Pythagore:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \text{ donc } AC = \sqrt{225} = 15$$

Affirmation 5 vraie

- $\frac{BD}{BA} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ et $\frac{BE}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

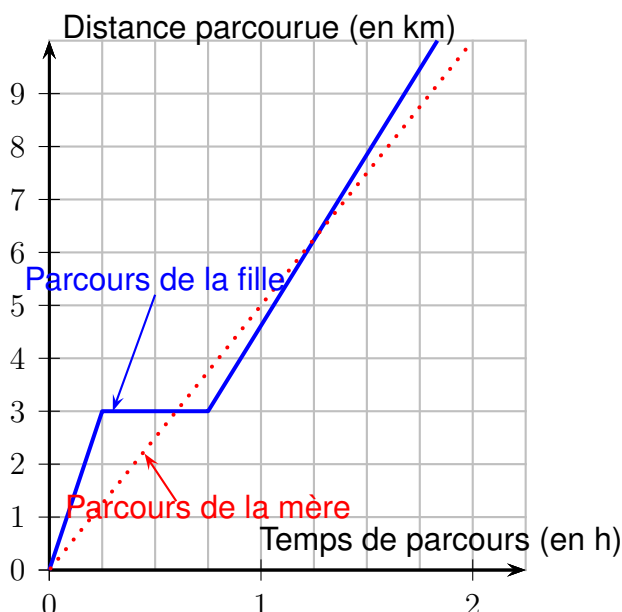
Affirmation 6 vraie

Exercice 2

19 points

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.

Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.



1. (a) La droite représentant le trajet de la mère passe par le point de coordonnées (2 ; 10) donc le temps mis par la mère pour faire les 10 km pour rentrer chez elle est de 2 heures.
- (b) La mère fait 10 km en 2 h donc sa vitesse moyenne est de $\frac{10}{2}$ soit 5 km/h.
- (c) Le trajet de la mère est une droite passant par l'origine, donc la distance parcourue par la mère est proportionnelle au temps.
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
 - (a) La durée de la pause de la fille est de 30 minutes.
 - (b) Le trajet de la fille peut être décomposé en 3 parties.
 - Les 15 premières minutes, elle parcourt 3 km, ce qui fait une vitesse de 12 km/h.
 - Les 30 minutes suivantes, elle fait une pause.
 - Elle parcourt 7 km dans la 3 partie. Son trajet total se déroule de 16 h à 17 h 50, donc dure 1 h 50. La 3 partie dure donc 1 h 05.

En parcourant 7 km en 1 h 05, la vitesse est inférieure à 7 km/h donc inférieure à 12 km/h.

La fille a donc couru plus vite avant sa pause qu'après.

3. Les graphiques représentant les deux trajets de la mère et de la fille se coupent en deux points, donc la mère et la fille se sont retrouvées deux fois au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet.

4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ. Parmi les propositions suivantes, l'expression de $f(x)$ est:

$$f(x) = \frac{1}{5}x \quad ; \quad \boxed{f(x) = 5x} \quad ; \quad f(x) = x + 5$$

Exercice 3

23 points

Un club de handball souhaite commander des maillots avec le nom du club inscrit dessus. À l'issue de sa commande, le club veut recevoir exactement 350 maillots.

Après quelques recherches, deux sites internet ont été sélectionnés :

- sur le site A : les maillots sont vendus à 12 € l'unité;
- sur le site B : les maillots sont vendus à 13 € l'unité, avec la promotion :
La livraison de 330 maillots coûte 3,900 € et la livraison de 380 maillots coûte 4,550 €; donc le montant de la commande de 350 maillots sera compris entre 3,900 € et 4,550 €.
- Sachant que les lignes 1 et 2 du tableur ont été complétées auparavant, la formule qu'on a saisie ensuite dans la cellule B3 avant de l'étirer jusqu'à la cellule I3, pour remplir la ligne 3 du tableur est:

= B1 + B2
- Pour 650 €, on a 50 maillots. Pour le triple, c'est-à-dire 1,950 €, on a 160 maillots, soit plus du triple. Donc le coût total exprimé en euro n'est pas proportionnel au nombre de maillots reçus.

Pour recevoir exactement 350 maillots:

- Sur le site A, la commande de 350 maillots coûte 4,200 €.
- Sur le site B, comme on va commander entre 300 et 400 maillots, on aura 30 maillots offerts. Il en reste 320 à payer, ce qui va coûter 320×13 soit 4,160 €.

Le club doit passer sa commande sur le site B pour recevoir exactement 350 maillots, tout en payant le moins cher.

Le club souhaite que ces 350 maillots soient répartis entre des maillots noirs et des maillots rouges dans le ratio 5 : 2.

$$5 + 2 = 7 \text{ et } \frac{350}{7} = 50; 50 \times 5 = 250 \text{ et } 50 \times 2 = 100$$

Il faut donc commander 250 maillots noirs et 100 maillots rouges.

Le club a aussi commandé des gourdes. Les cartons reçus sont indiscernables tant par leurs dimensions que par leur forme. Il y a 4 cartons de gourdes blanches et 3 cartons de gourdes bleues. On ouvre un carton au hasard.

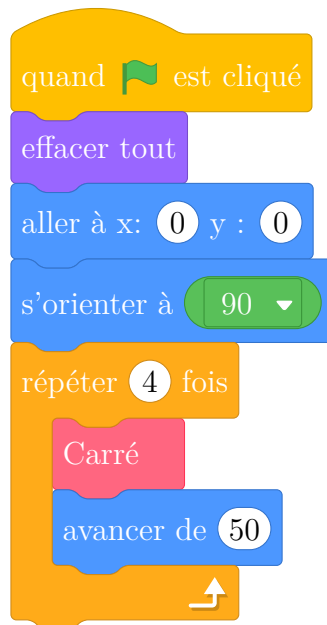
Il y a 3 cartons de gourdes bleues sur un total de 7 donc la probabilité que le carton ouvert au hasard contienne des gourdes bleues est de $\frac{3}{7}$.

Exercice 4

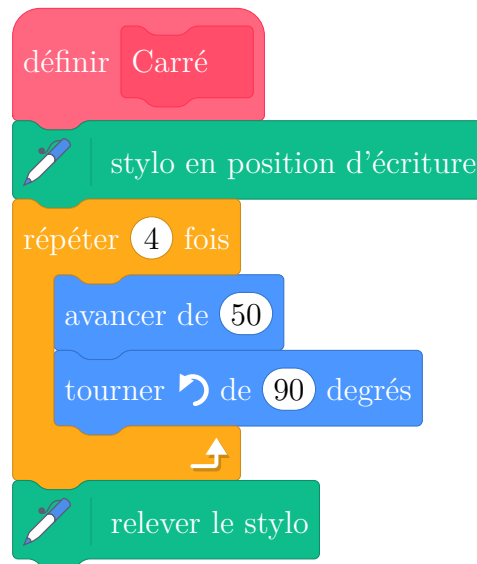
14 points

On donne le programme suivant :

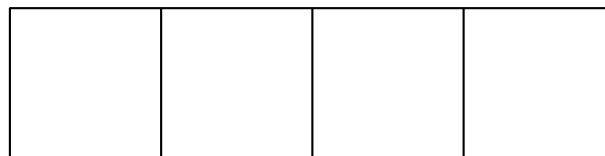
Script principal



le bloc Carré

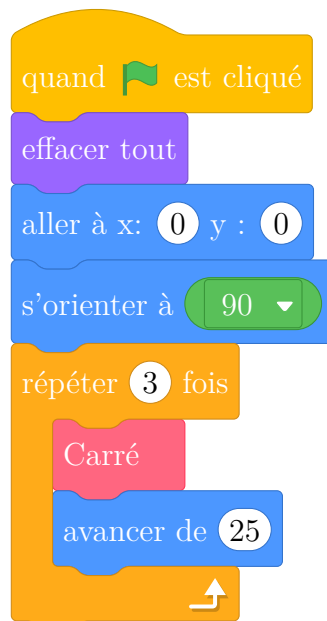


1. On lance le programme et on construit la figure obtenue (1 cm pour 25 unités de longueur).

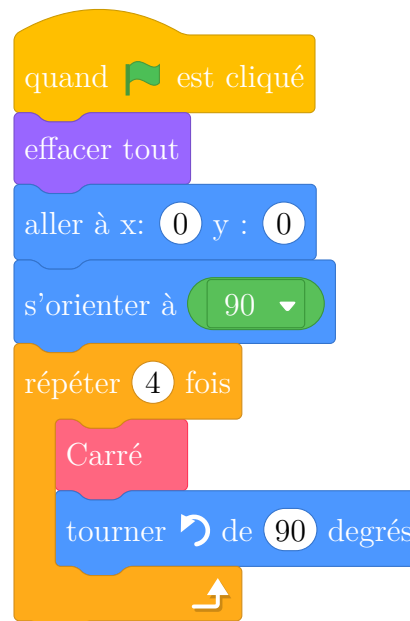


On modifie le Script principal et on obtient deux scripts ci-dessous:

Script principal A

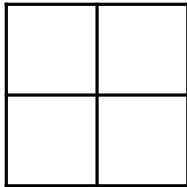


Script principal B



2. Parmi les trois figures ci-dessous, associer sur votre copie chacun des deux scripts principaux A et B à la figure qu'il permet de réaliser:

Figure 1



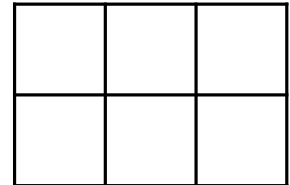
Script principal B

Figure 2

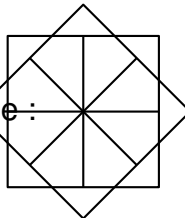


Script principal A

Figure 3



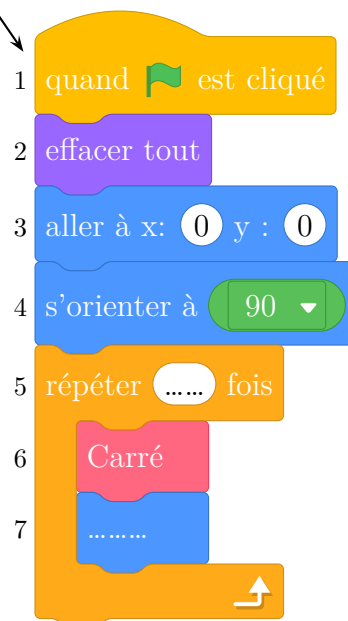
On souhaite réaliser la figure suivante :



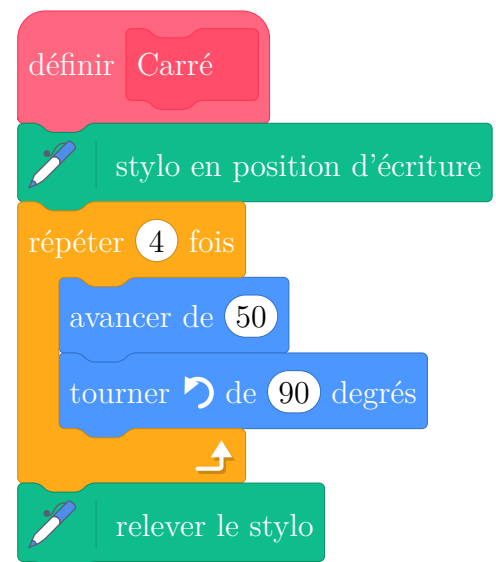
Le point de départ se situe au centre de la figure.

3. On donne le nouveau script principal ci-dessous.

Numéros de ligne Script principal



le bloc Carré



On complète les lignes 5 et 7.

- Ligne 5: répéter 8 fois (il y a 8 carrés tracés)
- Ligne 7: tourner ↻ de 45 degrés (on passe d'un carré au suivant en effectuant une rotation d'angle 45 dont le centre est le centre de la figure)

Exercice 5
20 points

Une usine de fabrication de bougies reçoit des cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm. Ils sont disposés dans des cartons remplis (sans espace vide).

Informations sur les cartons:

Forme: pavé droit

Dimensions :

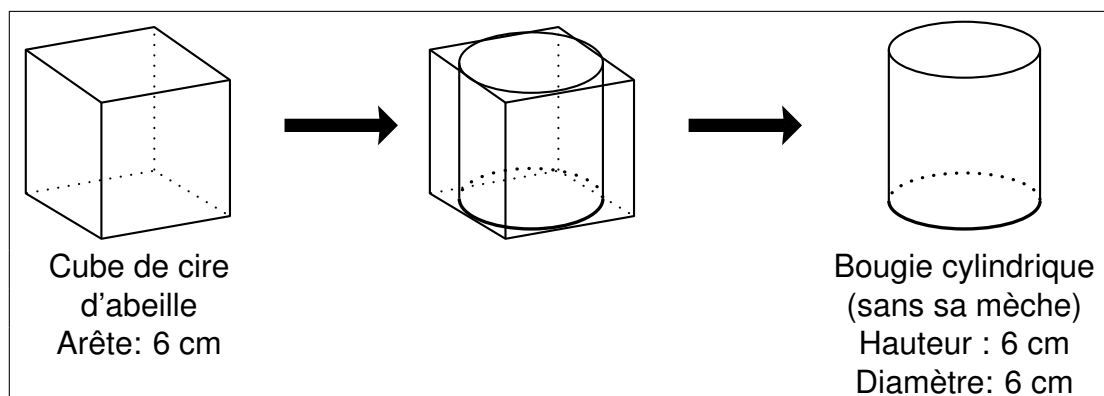
- largeur : 60 cm
- hauteur : 36 cm
- profondeur : 36 cm

(On ne tient pas compte de l'épaisseur des cartons)

Information sur la cire d'abeille:

Masse volumique: 0,95 g/cm³

1. (a) La largeur du carton est de 60 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm; on met donc $\frac{60}{6} = 10$ cubes dans la largeur.
La profondeur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm; on met donc $\frac{36}{6} = 6$ cubes dans la profondeur.
La hauteur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm; on met donc $\frac{36}{6} = 6$ cubes dans la hauteur.
On met donc $10 \times 6 \times 6 = 360$ cubes de cire dans un carton.
- (b) Le volume de cire contenu dans un carton est en cm³: $60 \times 36 \times 36 = 77,760$.
La masse volumique de la cire est de 0,95 g/cm³ donc la masse de 77,760 cm³ est en gramme de $77,760 \times 0,95 = 73,872$, c'est-à-dire en arrondissant à l'unité, 74 kg.
2. À l'usine, on découpe les cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.



On ne tiendra pas compte de la masse, du volume et du prix de la mèche dans la suite de l'exercice.

(a) Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule : $V = \pi \times r^2 \times h$, donc le volume de la bougie est en cm^3 : $V = \pi \times 3^2 \times 6 \approx 169,65$, soit environ 170 cm^3 .

(b) En découpant les cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d'autres cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.

Le cube de cire a pour volume, en cm^3 , $6 \times 6 \times 6 = 216$, et la bougie a pour volume 170 cm^3 ; à chaque découpe de cube, on récupère $216 - 170 = 46 \text{ cm}^3$ de cire.

$\frac{216}{46} \approx 4,7$ donc il faut découper 5 cubes pour pouvoir reconstituer un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm, avec la cire perdue.

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de 9,60 € l'unité. Il les vend 20 % plus chères qu'il ne les achète à l'usine.

Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1,20$.

On cherche le prix auquel il faut rajouter 20 % pour obtenir 9,60 : c'est $\frac{9,60}{1,20} = 8$.

Le commerçant paie à l'usine 8 € pour l'achat d'une bougie.