

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Étude d'un exemple :

5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

- (a) Calculer $5 \times 7 + 1$.
- (b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- (a) D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
- (b) Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- (c) Parmi les quatre formules de calcul suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : $= (2*A3+1)*(2*A3+3)$

Formule 2 : $= (2*B3 + 1)*(2*C3 + 3)$

Formule 3 : $= B3*C3$

Formule 4 : $= (2*D3+1)*(2*D3+3)$

3. Étude algébrique :

- (a) Développer et réduire l'expression $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.
- (b) Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.