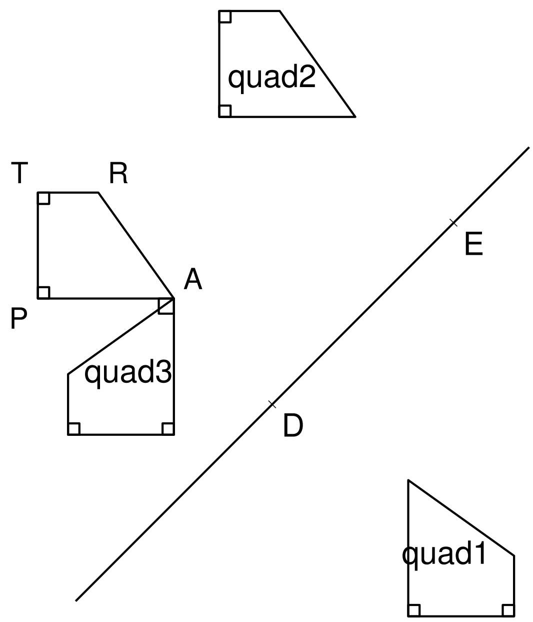
Exercice 1 **22 points**

Cet exercice est constitué de 5 questions indépendantes.

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



Recopier les trois phrases ci-dessous sur la copie et compléter, sans justifier, chacune d'elles par le numéro de l'une des transformations proposées dans le tableau qui suit:

(a) Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
(b) Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...
(c) Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro ...

Transformation numéro 1 : translation qui transforme le point D en le point E.	**Transformation numéro 4** : translation qui transforme le point E en le point D.
Transformation numéro 2 : rotation de centre A et d'angle 90 dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.	**Transformation numéro 5** : rotation de centre A et d'angle 120 dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.
Transformation numéro 3 : symétrie centrale de centre D.	**Transformation numéro 6** : symétrie axiale d'axe (DE).

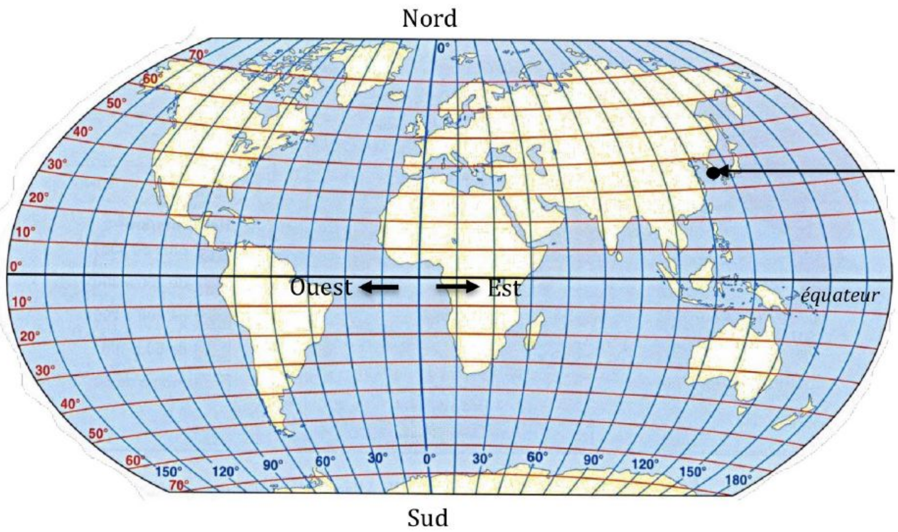
2. Développer et réduire l'expression suivante:

$$(2x-3)(-5+2x)-4+6x.$$

3. Résoudre l'équation suivante :

$$(x-6)(5x-2)=0.$$

4. (a) Décomposer, sans justifier, en produit de facteurs premiers les nombres 1,386 et 1,716.
   (b) En déduire la forme irréductible de la fraction : $\frac{1{,}386}{1{,}716}$.
5. Les coordonnées géographiques de la ville appelée Jokkmokk sont environ: 67 Nord et 19 Est.
   Placer approximativement la ville de Jokkmokk sur le planisphère ci-dessous.



Exercice 2 **16 points**

Un professeur propose un jeu à ses élèves.
Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.
Le professeur leur précise que :

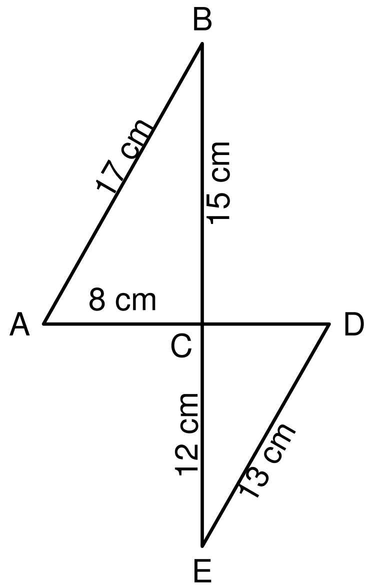
- La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir ;
- La boîte B contient $15\,\%$ de jetons noirs ;
- La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.
2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance ? Justifier la réponse.
3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte ?
4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Exercice 3 **21 points**

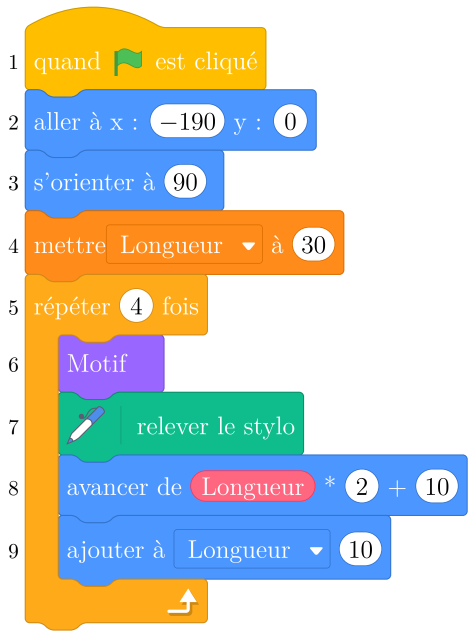
Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).

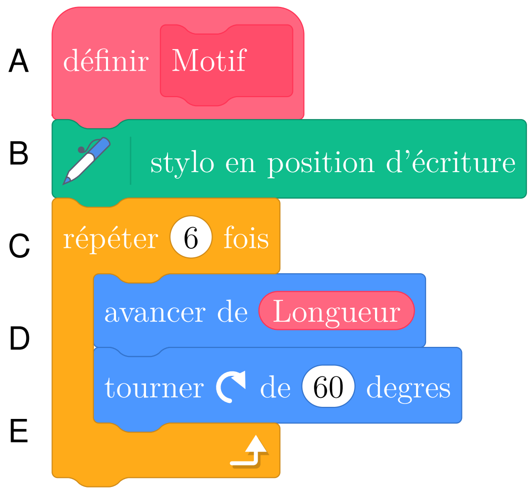


1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.
4. Calculer le périmètre du triangle CDE.
5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Exercice 4 **19 points**

On donne le programme suivant:





On rappelle que s'orienter à 90 signifie que l'on est orienté vers la droite.

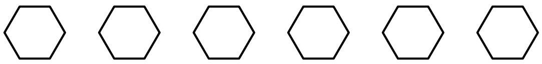
1. On prendra dans cette question 1 mm pour un pixel.

   Représenter en vraie grandeur sur votre copie la figure que trace le bloc Motif lorsque Longueur vaut 30 pixels.

2. Ce programme utilise une variable, quel est son nom ? À quoi correspond-elle sur la figure réalisée par le bloc Motif ?

3. Laquelle de ces trois figures obtient-on lorsqu'on exécute ce programme ? Indiquer sur la copie le numéro de la bonne proposition parmi les trois suivantes. On expliquera son choix.

4. Modifier le programme précédent pour obtenir la figure ci-dessous. Pour cela, indiquer les numéros des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter:

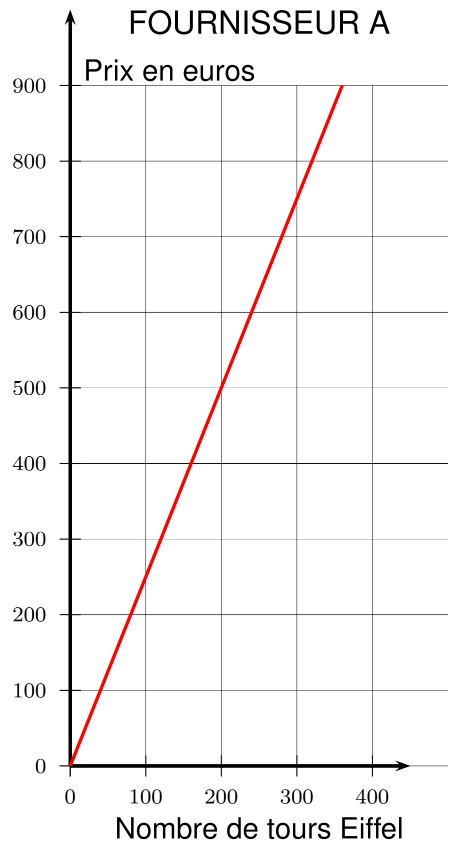


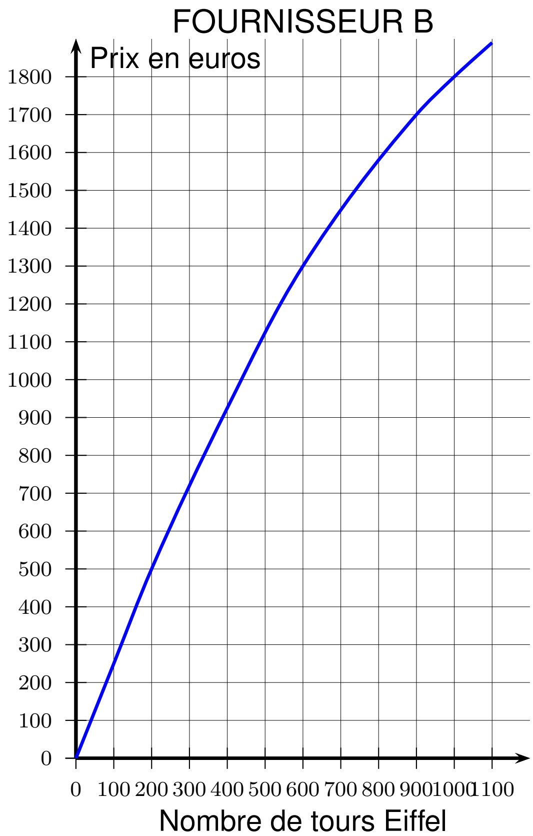
5. On souhaite modifier le bloc Motif afin qu'il permette de tracer un carré. Pour cela, indiquer les lettres des instructions à supprimer ou à modifier, et préciser les modifications à apporter.

Exercice 5 **22 points**

Nora veut ouvrir un magasin de souvenirs à Paris et proposer à la vente des tours Eiffel miniatures.

Elle contacte deux fournisseurs qui lui envoient chacun sous forme de graphiques le prix à leur payer en fonction du nombre de tours Eiffel achetées.





1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
   (a) Déterminer le prix à payer pour acheter 200 tours Eiffel chez le fournisseur A.
   (b) Nora a dépensé 1,300 euros chez le fournisseur B. Combien de tours Eiffel lui a-t-elle achetées?
2. Ces fournisseurs proposent-ils des prix proportionnels au nombre de tours Eiffel achetées?
3. (a) Pour le fournisseur A, on admet que le prix des tours Eiffel est donné par la fonction linéaire f représentée ci-dessus. On a en particulier $f(100) = 250$.
   Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
   (b) Calculer $f(1{,}000)$.
   (c) Nora veut acheter 1,000 tours Eiffel. Quel est le fournisseur le moins cher dans ce cas-là ?
4. Nora contacte un troisième fournisseur, le fournisseur C, qui lui demande un paiement initial de 150 euros pour avoir accès à ses articles, en plus d'un prix unitaire de 2 euros par tour Eiffel.
   (a) Remplir le tableau des tarifs ci-dessous.

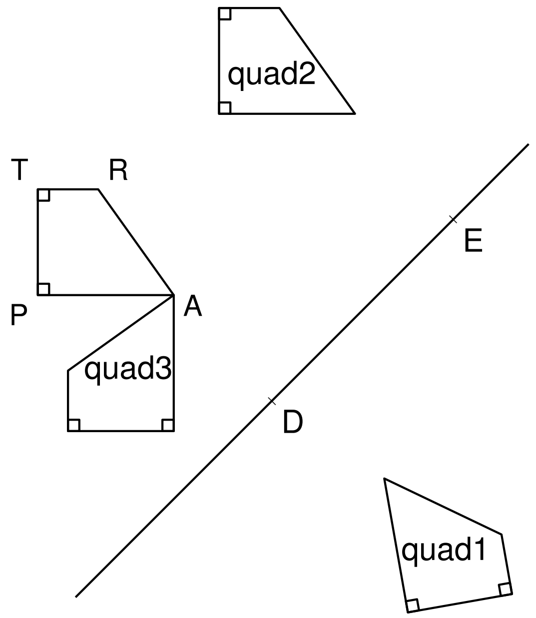
Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350			

   (b) Avec 580 euros, combien de tours Eiffel peut acheter Nora chez le fournisseur C ?
   (c) Résoudre l'équation suivante : $2,5x = 150 + 2x$.
   Expliquer à quoi correspond la solution trouvée.

Correction

Exercice 1 **22 points**

1. Sur la figure ci-dessous, chacun des quadrilatères quad1, quad2 et quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par une transformation.



   (a) Le quadrilatère quad1 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 6.

   (b) Le quadrilatère quad2 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 1.

(c) Le quadrilatère quad3 est l'image du quadrilatère TRAP par la transformation numéro 2.

2. $(2x-3)(-5+2x)-4+6x=-10x+4x^2+15-6x-4+6x=4x^2-10x+11$.

3. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :

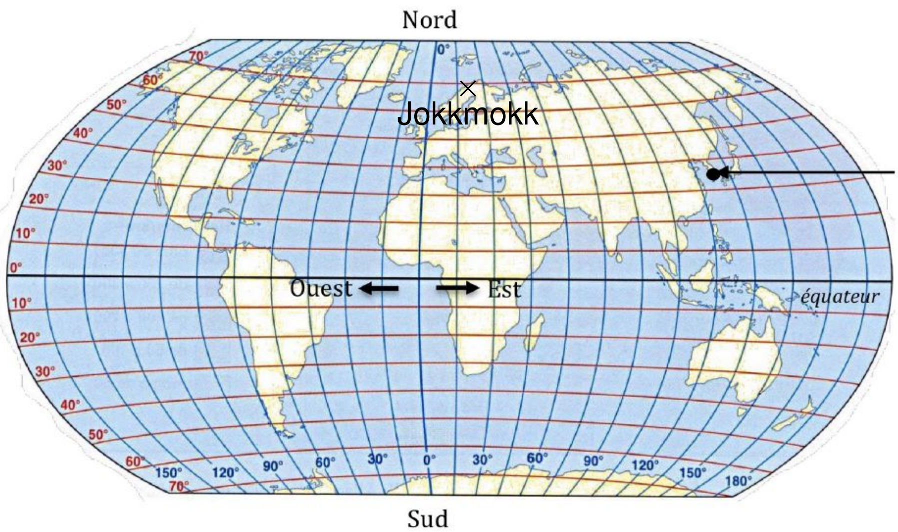
   $(x-6)(5x-2)=0$ si $x-6=0$ ou $5x-2=0$ soit :

   $x=6$ ou $5x=2$ et enfin $x=6$ ou $x=\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{10}=0,4$.

   $S=\{0,4\ ;\ 6\}$.

4. (a) $1{,}386=9\times154=9\times14\times11=2\times3^2\times7\times11$;
   $1{,}716=6\times286=6\times2\times143=6\times2\times13\times11=2^2\times3\times11\times13$.

   (b) $\dfrac{1{,}386}{1{,}716}=\dfrac{2\times3^2\times7\times11}{2^2\times3\times11\times13}=\dfrac{3\times7}{2\times13}=\dfrac{21}{26}$.



5.

Exercice 2 **16 points**

1. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{50}{350+50}=\dfrac{50}{400}=\dfrac{50\times1}{50\times8}=\dfrac{1}{8}$.

2. La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A est égale à $\dfrac{1}{10}=0,1$;

   la probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B est égale à $\dfrac{15}{100}=0,15$ et

   La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\dfrac{1}{8}=0,125$.

   Comme $0,1<0,125<0,15$, Maxime a intérêt à choisir la boîte B.

3. On a pour n jetons en tout : $0,15 = \dfrac{15}{n}$ soit $0,15n = 18$ ou $n = \dfrac{18}{0,15} = 120$.

   Il y a 120 jetons dans la boîte B dont 18 noirs.

4. Si on ajoute b jetons blancs dans la boîte C, on a donc :
   $\dfrac{50+10}{350+50+10+b} = \dfrac{1}{8}$ ou $\dfrac{60}{410+b} = \dfrac{1}{8}$, d'où on déduit : $8 \times 60 = 410 + b$ ou $480 = 410 + b$ et $b = 480 - 410 = 70$. Il faut ajouter 70 jetons blancs.

Exercice 3 **21 points**

1. On a $\text{AC}^2 + \text{CB}^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ et $\text{AB}^2 = 17^2 = 289$.

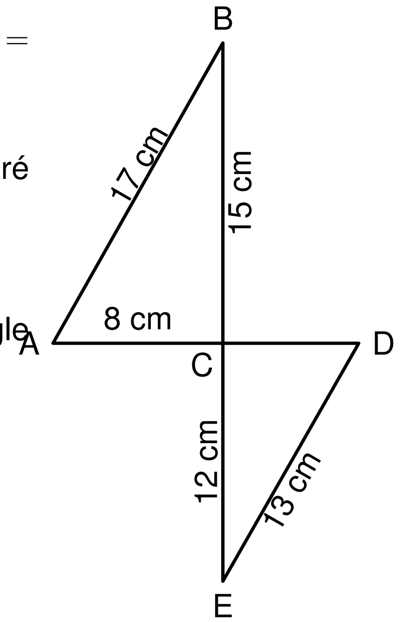
   Donc $64 + 225 = 289$ ou encore $\text{AC}^2 + \text{CB}^2 = \text{AB}^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. En prenant comme base [AC] et comme hauteur [BC], on a : $\mathcal{A}(\text{ACB}) = \dfrac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60$ (cm^2).

3. En utilisant par exemple la tangente, on a $\tan \widehat{\text{BAC}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{AC}} = \dfrac{15}{8} = 1,875$.

   La calculatrice donne $\tan^{-1}(1,875) \approx 61,92$, soit 62 au degré près.

   $\widehat{\text{BAC}} \approx 62$.



4. Puisque $\widehat{\text{ACB}}) = 90$, alors l'angle opposé $\widehat{\text{ECD}} = 90$: le triangle DCE est donc rectangle en C.

   D'après le théorème de Pythagore :

   $\text{DC}^2 + \text{CE}^2 = \text{DE}^2$, soit $\text{DC}^2 = \text{DE}^2 - \text{CE}^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$.

   On a donc $\text{DC} = 5$ (cm).

   Le périmètre du triangle CDE est donc égal à :

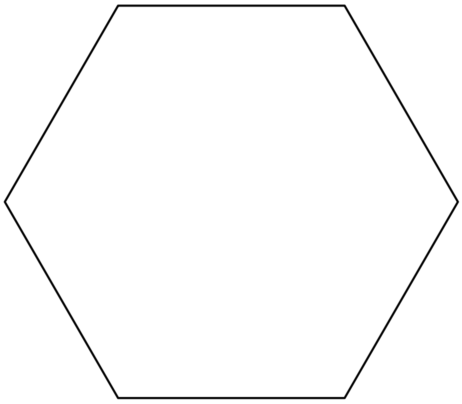
   $p = \text{DC} + \text{CE} + \text{ED} = 5 + 12 + 13 = 30$ (cm).

5. On a $\tan \widehat{\text{CDE}} = \dfrac{\text{CE}}{\text{CD}} = \dfrac{12}{5} = 2,4$.

   Donc $\tan \widehat{\text{BAC}} \neq \tan \widehat{\text{DCE}}$ et par conséquent $\widehat{\text{BAC}} \neq \widehat{\text{DCE}}$: les angles $\widehat{\text{BAC}}$ et $\widehat{\text{DCE}}$ ne sont pas alternes-internes, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

Exercice 4 **19 points**

1.



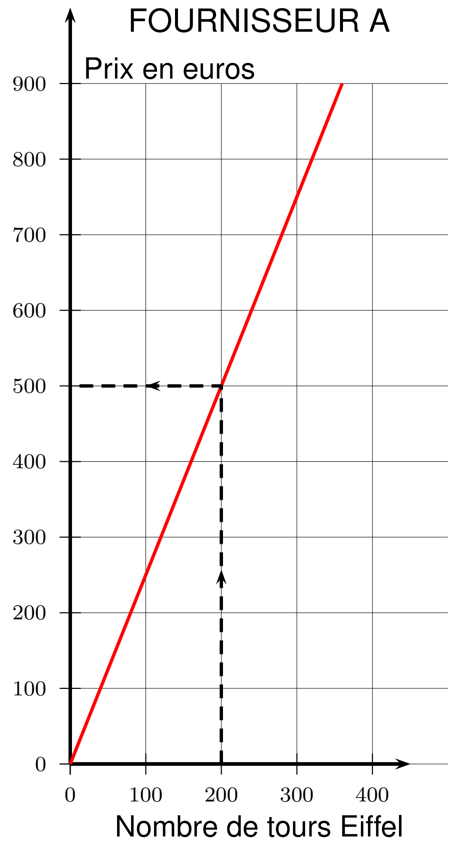
2. La variable est Longueur qui correspond à la longueur du côté de l'hexagone tracé par par le bloc Motif.
3. On dessine quatre hexagones après s'être déplacé vers la droite en augmentant à chaque fois la longueur du côté : c'est donc la figure 2 qui est produite.
4. Il suffit de garder la taille de l'hexagone dessiné par le Motif : il suffit donc de supprimer la ligne 9.

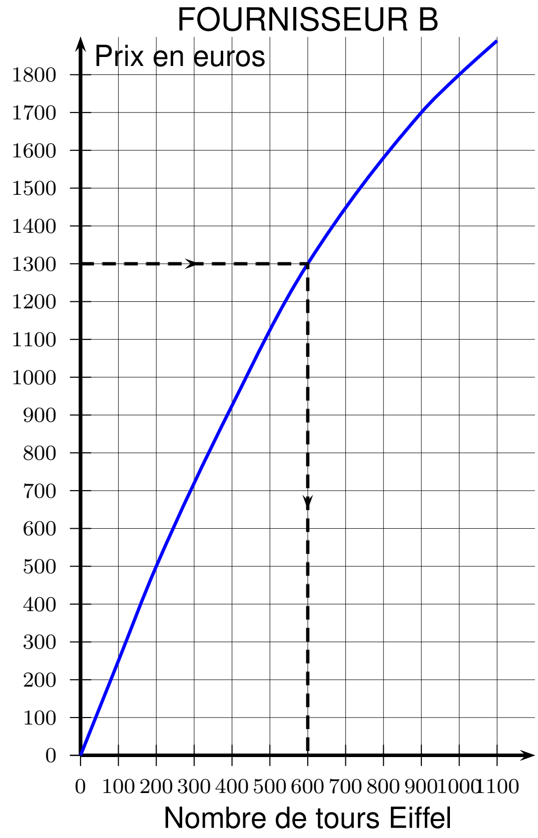
   Dans le programme il faut à la ligne 5 mettre : répéter 6 fois.
5. Pour obtenir un carré il faut :

   répéter 4 fois (ligne C) ;

   tourner de 90 (ligne E).

Exercice 5 **22 points**





1. Par lecture graphique, avec la précision qu'elle permet, et sans justification,
   (a) On lit sur le graphique que 200 tours Eiffel chez le fournisseur A coûtent 500 €.
   (b) On lit sur le graphique qu'avec 1,300 euros chez le fournisseur B on peut avoir 600 tours Eiffel.

2. La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur A est une droite contenant l'origine : c'est donc la représentation d'une fonction linéaire.

   La représentation graphique du prix à payer chez le fournisseur B n'est pas une droite contenant l'origine : ce n'est donc pas la représentation d'une fonction linéaire ; le prix n'est pas proportionnel au nombre de tours Eiffel achetées.

3. (a) On sait que $f(x) = ax$ avec $a \in \mathbb{R}$; comme $f(200) = a \times 200 = 500$, on déduit $a = \dfrac{500}{200} = 2,5$.
   On a donc pour $x \geqslant 0,\quad y = f(x) = 2,5x$.
   (b) $f(1{,}000) = 2,5 \times 1{,}000 = 2{,}500$ (€).
   (c) Avec le fournisseur A il faut payer $f(1{,}000) = 2{,}500$ (€).
   Avec le fournisseur B il faut payer d'après le graphique 1,800 (€). C'est lui le moins cher.

4. (a)

Nombre de tours Eiffel	1	100	200	1000	x
Prix payé en euros avec le fournisseur C	152	350	550	2,150	$150 + 2x$

(b) Il faut résoudre l'équation dans $\mathbb{N}$:
$150 + 2x = 580$, soit $2x = 430$ et $x = 215$.
Chez le fournisseur C on peut acheter 215 tours Eiffel pour 580 €.

(c) $2,5x = 150 + 2x$ donne en ajoutant à chaque membre $-2x$:
$0,5x = 150$ et en multipliant par 2 :
$x = 300$.
$2,5x$ est la prix à payer chez A pour acheter x tours Eiffel et $150 + 2x$ celui à payer chez C pour acheter ces x tours Eiffel.
Résoudre l'équation $2,5x = 150 + 2x$ revient à chercher pour quelle quantité de tours Eiffel x, le prix à payer est le même chez les fournisseurs A et C.
La réponse est 300 tours Eiffel achetées chez les fournisseurs A et C coûteront $2,5 \times 300 = 750$ (€) ou $150 + 2 \times 300 = 150 + 600 = 750$ (€).