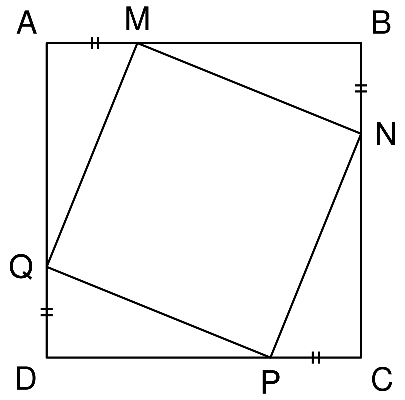
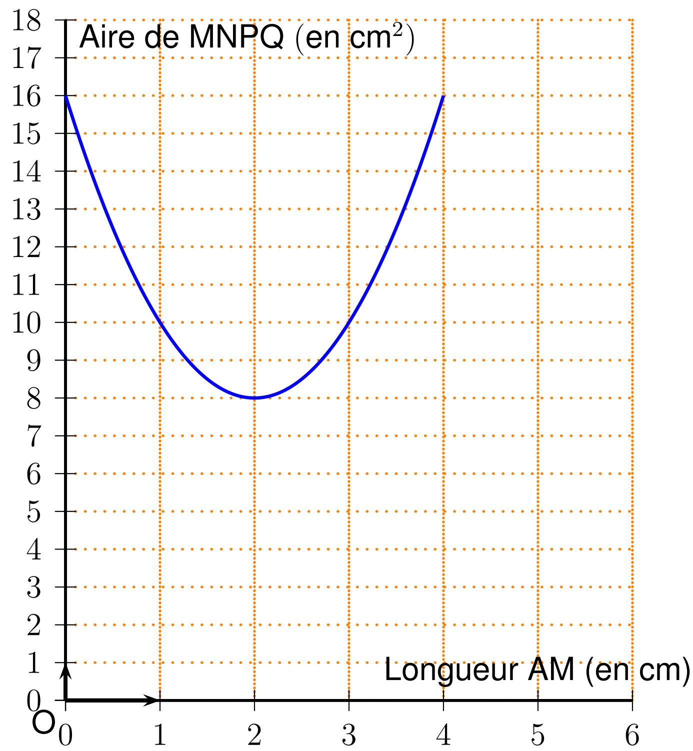
EXERCICE 1 **4 points**

Avec un logiciel :

- on a construit un carré ABCD, de côté 4 cm.
- on a placé un point M mobile sur [AB] et construit le carré MNPQ comme visualisé sur la copie d'écran ci-contre.
- on a représenté l'aire du carré MNPQ en fonction de la longueur AM.



On a obtenu le graphique ci-dessous.



En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes. **Aucune justification n'est attendue.**

1. Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de AM, l'aire de MNPQ est égale à 10 cm^2.
2. Déterminer l'aire de MNPQ lorsque AM est égale à 0,5cm.
3. Pour quelle valeur de AM l'aire de MNPQ est-elle minimale ? Quelle est alors cette aire ?

EXERCICE 2 **4 points**

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2		fx	$=-5\star$C$1+7$					
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Quelle est l'image de -3 par f ?
2. Calculer $f(7)$.
3. Donner l'expression de $f(x)$.
4. On sait que $g(x) = x^2 + 4$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3:H3. Quelle est cette formule ?

EXERCICE 3 **6 points**

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise :

Salaires des femmes : 1,200 € ; 1,230 € ; 1,250 € ; 1,310 € : 1,376 € ; 1,400 € ; 1,440 € ; 1,500 € ; 1,700 € ; 2,100 €

Salaires des hommes : Effectif total : 20 Moyenne : 1,769 € Étendue: 2,400 € Médiane: 2,000 € Les salaires des hommes sont tous différents.

1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.
2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1,000 €. Quel salaire est le plus élevé ?
4. Dans cette entreprise combien de personnes gagnent plus de 2,000 €?

EXERCICE 4 **5 points**

Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur. Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.

Figure 1

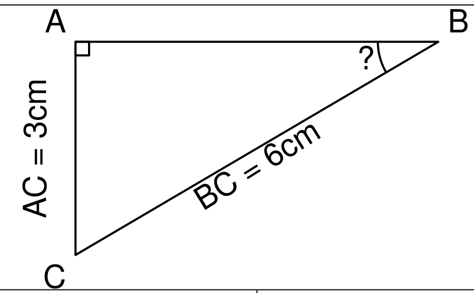
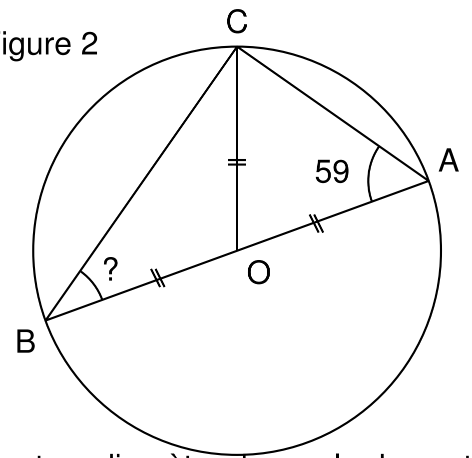
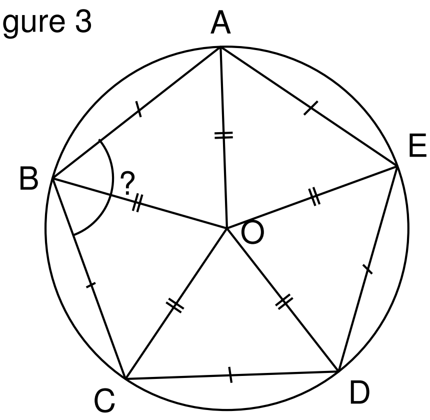


Figure 2



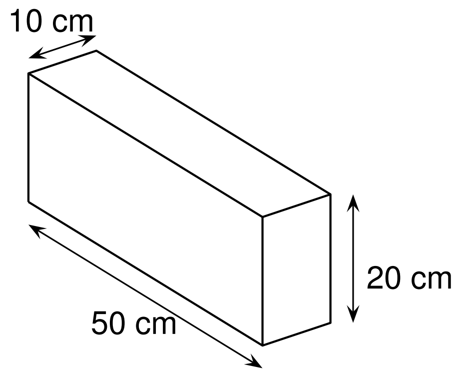
[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

Figure 3



EXERCICE 5 **7 points**

Pour réaliser un abri de jardin en parpaing, un bricoleur a besoin de 300 parpaings de dimensions 50 cm $\times$ 20 cm $\times$ 10 cm pesant chacun 10 kg.
Il achète les parpaings dans un magasin situé à 10 km de sa maison. Pour les transporter, il loue au magasin un fourgon.



Information 1 : Caractéristiques du fourgon :

- 3 places assises.
- Dimensions du volume transportable (L $\times l \times h$) :
  2,60 m $\times$ 1,56 m $\times$ 1,84 m.
- Charge pouvant être transportée : $1,7$ tonne.
- Volume réservoir : 80 litres.

- Diesel (consommation : 8 litres aux 100 km).

Information 2 : Tarifs de location du fourgon

1 jour 30 km maximum	1 jour 50 km maximum	1 jour 100 km maximum	1 jour 200 km maximum	km supplémentaire
48 €	55 €	61 €	78 €	2 €

Ces prix comprennent le kilométrage indiqué hors carburant

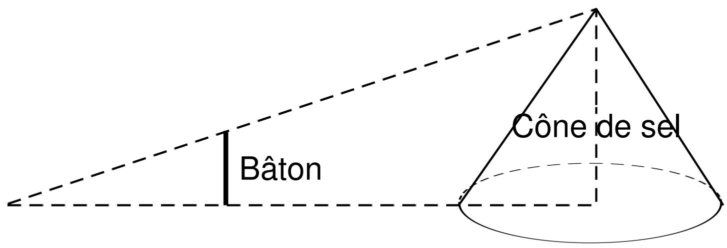
Information 3 : Un litre de carburant coûte $1,50$ €.

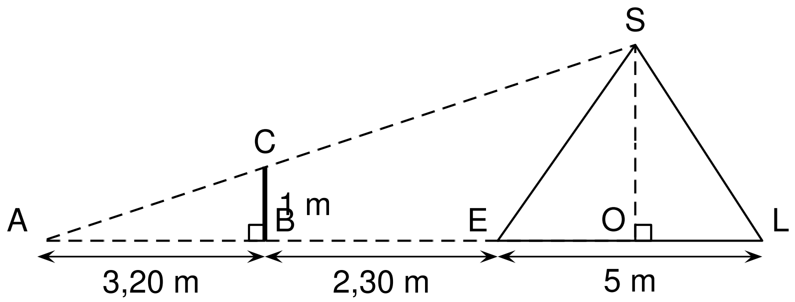
1. Expliquer pourquoi il devra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.
2. Quel sera le coût total du transport ?
3. Les tarifs de location du fourgon sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?

EXERCICE 6 **5,5 points**

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. (a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :





Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à $2,50$ mètres.

Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

(b) À l'aide de la formule $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer en m^3 le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1,000 m^3. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

EXERCICE 7 — 4,5 points

Chacune des trois affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 :
Dans un club sportif les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

Affirmation 2 :
Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final le prix de l'article a baissé de 50 %.

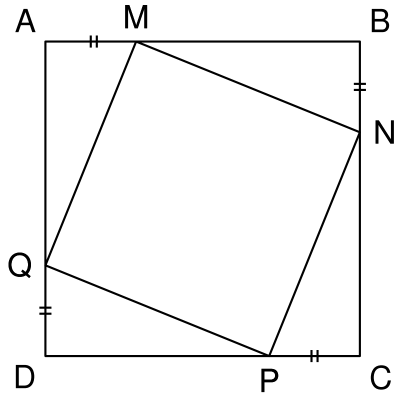
Affirmation 3 :
Pour n'importe quel nombre entier n, $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de 4.

Correction

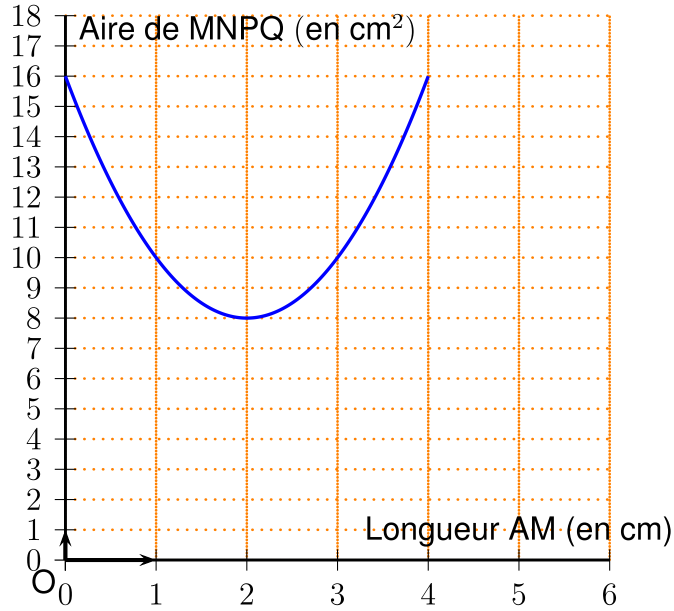
Exercice 1 **4 points**

Avec un logiciel :

- on a construit un carré $ABCD$, de côté 4 cm.
- on a placé un point M mobile sur $[AB]$ et construit le carré $MNPQ$ comme visualisé sur la copie d'écran ci-contre.
- on a représenté l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de la longueur AM.



On a obtenu le graphique ci-dessous.



En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes. **Aucune justification n'est attendue.**

1. Lorsque $AM = 1$ ou $AM = 3$, l'aire de $MNPQ$ est égale à 10 cm^2.
2. Lorsque $AM = 0,5$, l'aire de $MNPQ$ est égale à 12,5.
3. L'aire de $MNPQ$ est minimale, lorsque $AM = 2$.

   Cette aire a alors pour valeur 8.

   $MNPQ$ est alors un carré.

Exercice 2 **4 points**

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2		fx	$=-5\star\texttt{C1}+7$					
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. L'image de -3 par f est $f(-3)=22$.
2. Dans la case C2 se trouve la formule $=-5\star\texttt{C1}+7$, ce qui signifie que la valeur de C2 est obtenue en multipliant le contenu de la case C1 par -5 et en ajoutant 7 au résultat.

   En tirant sur la formule, on obtient pour la case L2: $=-5\star\texttt{L1}+7$.

   L1 contient 7, donc L2 contient $-5\times7+7=-28$

   Ainsi $f(7)=-28$.
3. $f(x)=-5x+7$.
4. On sait que $g(x)=x^2+4$. La formule saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3:H3 est: B1$\star$B1+4

Exercice 3 **6 points**

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise :

Salaires des femmes : 1,200 ; 1,230 ; 1,250 ; 1,310 : 1,376 ; 1,400 ; 1,440 ; 1,500 ; 1,700 ; 2,100

Salaires des hommes : Effectif total : 20 Moyenne : 1,769 Étendue: 2,400 Médiane: 2,000 Les salaires des hommes sont tous différents.

1. Le salaire moyen des femmes est:

   $$\frac{1200+1230+1250+1310+1376+1400+1440+1500+1700+2100}{10}=1450,60$$

   Comme le salaire moyen des hommes est de 1,769, il est supérieur au salaire moyen des femmes.
2. Il y a 10 femmes et 20 hommes dans l'entreprise, soit 30 employés.

   On tire au sort une personne dans l'entreprise.

   La probabilité que ce soit une femme est donc de: $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1,000 €. C'est le salaire d'un homme puisque le salaire le plus bas d'une femme est de 1,200.

   L'étendue du salaire masculin étant de 2,400, le salaire le plus élevé d'un homme est donc de $1000 + 2400 = 3400$. Ce salaire est supérieur au salaire le plus élevé chez les femmes.

   3,400 est donc le salaire le plus élevé dans l'entreprise.

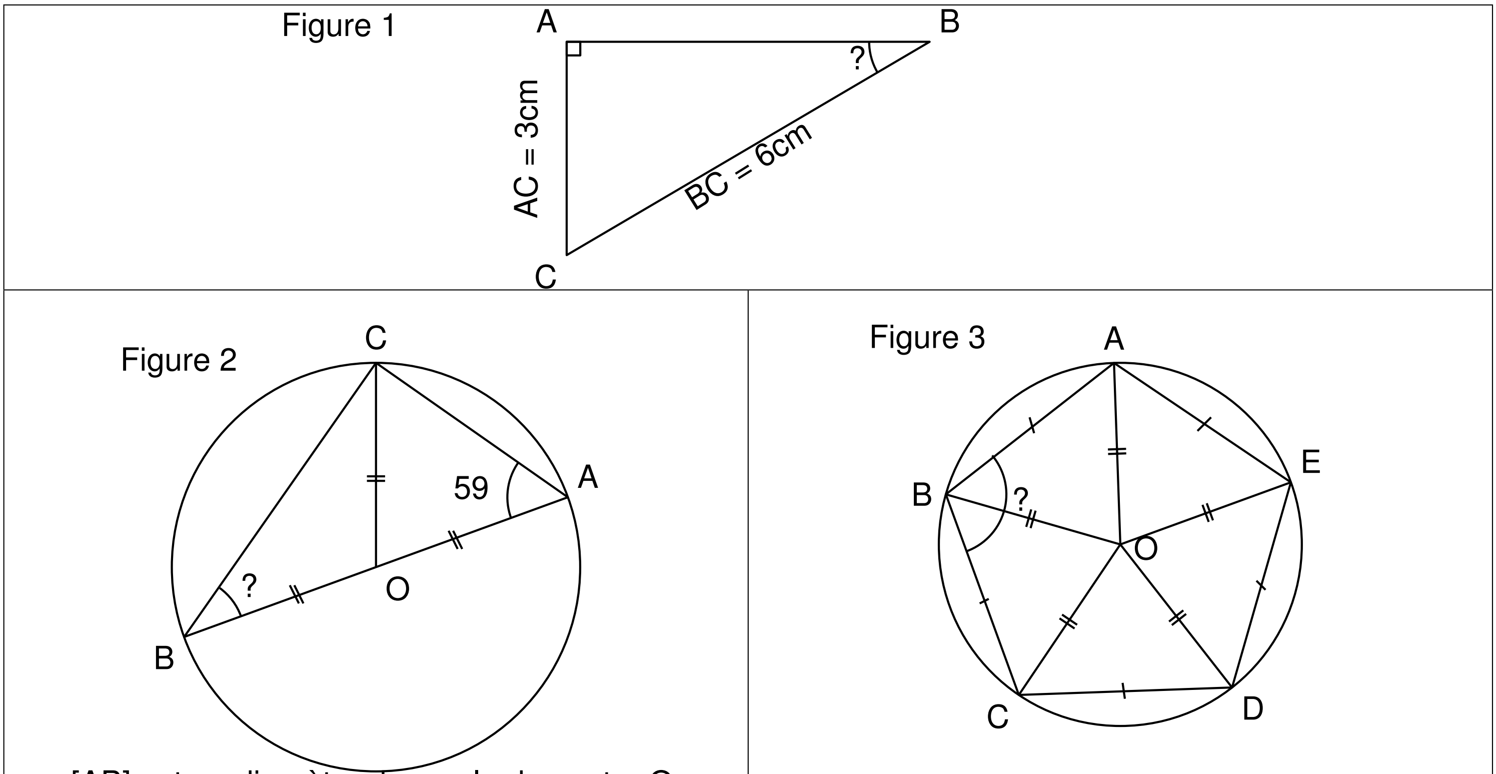
4. Le salaire médian chez les hommes est de 2,000. Comme il y a un nombre pair d'hommes et que les salaires des hommes sont tous différents, on peut affirmer que personne (homme ou femme) ne touche ce salaire dans l'entreprise.

   Il y a donc 10 hommes qui touchent plus de 2,000 et, d'après le tableau, une femme.

   Dans cette entreprise, il y a 11 de personnes gagnent plus de 2,000 €?

Exercice 4 **5 points**

Trois figures codées sont données ci-dessous. Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

Figure 1 Nous sommes dans un triangle rectangle. Nous pouvons donc utiliser la trigonométrie.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Longrightarrow \widehat{ABC} \text{ mesure } 30°$$

Figure 2 Dans tout triangle isocèle, les angles à la base sont égaux. Ici:

$$\widehat{OAC} = \widehat{OCA} \quad \text{et} \quad \widehat{BCO} = \widehat{CBO} = \widehat{ABC}$$

Le point O est le centre du cercle, car $OA = OB = OC$. La figure laisse supposer que les points B, O et A sont alignés (diamètre). Ainsi:

$$\widehat{BOC} + \widehat{COA} = \widehat{BOA} = \text{angle plat de mesure } 180°$$

Enfin, la somme des mesures des angles dans un triangle vaut $180°$.

Ainsi:

$$\widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 59° \text{ ; } \widehat{AOC} = 180-2\times59 = 62° \text{ ; } \widehat{BOC} = 180-62 = 118° \text{ ; } 2\widehat{ABC} = 180-118 = 62 \Longrightarrow \widehat{ABC}$$

Autre méthode: le triangle ABC est rectangle en C puisqu'inscrit dans un demi-cercle.

$$\widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 59° \text{ ; } \widehat{BCO} = \widehat{ABC} = 90 - 59 = 31°$$

Figure 3 Le pentagone $ABCDE$ est régulier, (tous les côtés sont égaux), donc $\widehat{AOB} = \dfrac{360}{5} = 72°$.

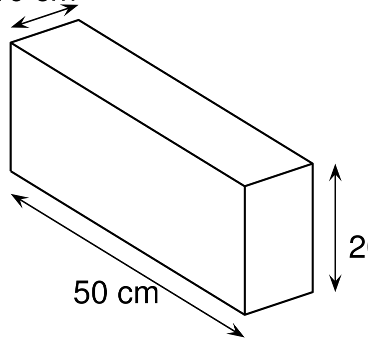
En utilisant certaines propriétés énoncées plus haut, on obtient:

$$\widehat{ABC} = 2\widehat{ABO} = 180 - 72 = 108°$$

Exercice 5 **7 points**

Pour réaliser un abri de jardin en parpaing, un bricoleur a besoin de 300 parpaings de dimensions 50 cm $\times$ 20 cm $\times$ 10 cm pesant chacun 10 kg.

Il achète les parpaings dans un magasin situé à 10 km de sa maison. Pour les transporter, il loue au magasin un fourgon.



Information 1: Caractéristiques du fourgon

- 3 places assises.
- Dimensions du volume transportable (L $\times l \times h$) : 2,60 m $\times$ 1,56 m $\times$ 1,84 m.
- Charge pouvant être transportée : $1,7$ tonne.
- Volume réservoir : 80 litres.
- Diesel (consommation : 8 litres aux 100 km).

Information 2 : Tarifs de location du fourgon

1 jour 30 km maximum	1 jour 50 km maximum	1 jour 100 km maximum	1 jour 200 km maximum	km supplémentaire
48	55	61	78	2

Ces prix comprennent le kilométrage indiqué hors carburant

Information 3 : Un litre de carburant coûte $1,50$.

1. La charge pouvant être transportée est de $1,7$ tonne. Il devra effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison, car le poids des 300 parpaings est de $300 \times 10 = 3000$ kg$=$ 3 tonnes.

   De plus, si l'on met

   - 5 parpaings dans la longueur, on obtient $5 \times 50 = 250$ cm$<$ 260 cm.
   - 9 parpaings dans la hauteur, on obtient $9 \times 20 = 180$ cm$<$ 184 cm
   - 15 parpaings dans la largeur, on obtient $15 \times 10 = 150$ cm$<$ 156 cm

   On peut mettre $9 \times 5 \times 15 = 675$ parpaings en volume dans le fourgon. Donc on peut évidemment mettre 150 parpaings à chaque voyage.

2. Coût total du transport:

   - 2 aller-retour: $(2 \times 10) \times 2 = 40$ km, donc le tarif de la location sera de 55.
   - carburant: le fourgon faisant du 8 litre aux 100 km, pour parcourir 40 km, il consommera $\dfrac{8 \times 40}{100} = 3,2$ litres.
     Le coût sera de: $3,2 \times 1,5 = 4,80$.
     Le coût total sera donc de: $55 + 4,8 = 59,80$.

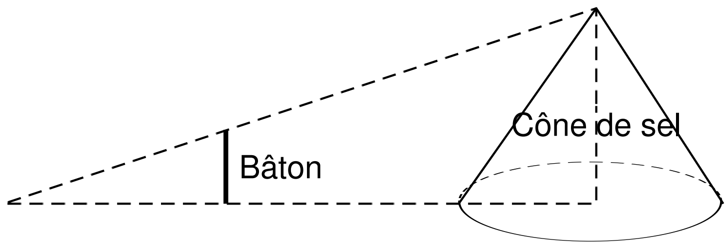
3. Les tarifs de location du fourgon ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée par jour, car:

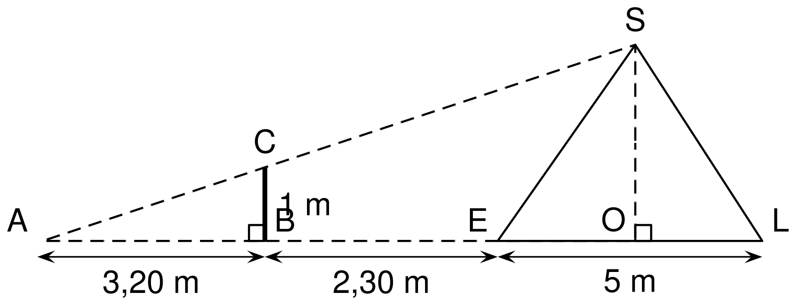
$$\frac{30}{48} = 0,625 \neq \frac{50}{55} \simeq 0,909$$

Exercice 6 **5,5 points**

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. (a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :





La hauteur de ce cône de sel est $h = 2,50$ mètres. On utilise le théorème de Thalès:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AO}{OS} \iff \frac{3,2}{1} = \frac{3,2+2,3+2,5}{h} \iff h = \frac{8}{3,2} = 2,5$$

(b) Volume du cône V:

$$V = \frac{\pi \times 2,5^2 \times 2,5}{3} \simeq 16,3541666667 \simeq 16 \text{ m}^3$$

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1,000 m^3. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres.

$$h = 6 \Longrightarrow 1000 = \frac{6\pi R^2}{3} = 2\pi R^2 \Longrightarrow \frac{500}{\pi} = R^2 \Longrightarrow R = \sqrt{\frac{500}{\pi}} \approx 12,61 (R \text{ est positif})$$

Ainsi au dixième près $R = 12,7$ m.

Exercice 7 **4,5 points**

Chacune des trois affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : VRAIE

Dans un club sportif les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

- les trois quarts des adhérents sont mineurs, donc un quart sont majeurs,
- le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans, donc le tiers d'un quart a plus de 25 ans. Ainsi les deux tiers de un quart ont entre 18 et 25 ans, soit

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

Affirmation 2 : FAUX

Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final le prix de l'article a baissé de 50 %.

- une baisse de 30% revient à multiplier le prix de départ par $1 - 0,30 = 0,70$.
- une baisse de 20% revient à multiplier par $1 - 0,20 = 0,80$

Donc, si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, cela revient à multiplier le prix de départ par $0,70 \times 0,80 = 0,56$, soit une baisse de 44%.

Affirmation 3 : VRAI

Pour tout entier n,

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = ((n+1) - (n-1))\,((n+1) + (n-1)) = 2(2n) = 4n$$

Pour n'importe quel nombre entier n, $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est bien un multiple de 4.