**Exercice 1** **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées ; une seule est exacte. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

**On indiquera sur la copie le numéro de chacune des cinq questions et on recopiera la réponse exacte.**

| | Énoncé | Réponse A | Réponse B | Réponse C |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}:\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$ est égal à . . . | $\frac{3}{3}:\frac{7}{3}$ | $\frac{5}{3}-\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{3}$ |
| 2 | Pour $x=2\sqrt{5}$, l'expression $x^2+2x+1$ vaut ... | $25\sqrt{5}$ | $24\sqrt{5}+1$ | $21+4\sqrt{5}$ |
| 3 | L'écriture scientifique de 0.007,23 est . . . | $723\times10^{-5}$ | $7,23\times10^{-3}$ | $7,23\times10^{3}$ |
| 4 | Soit la fonction $f$ définie par : $f(x)=x^2-x$ | L'image de $-1$ est $-2$ | L'image de $-1$ est $0$ | $0$ a pour antécédents $0$ et $1$ |
| 5 | Un élève a eu les notes suivantes : 6 ; 6 ; 9 ; 11 ; 12 ; 12 ; 14. La médiane de ses notes est . . . | $10$ | $11$ | $12$ |

**Exercice 2** **6 points**

On considère les deux programmes de calcul suivants :

| **Programme A** | **Programme B** |
|---|---|
| • Choisir un nombre de départ<br>• Soustraire 1 au nombre choisi<br>• Calculer le carré de la différence obtenue<br>• Ajouter le double du nombre de départ au résultat<br>• Écrire le résultat obtenu | • Choisir un nombre de départ<br>• Calculer le carré du nombre choisi<br>• Ajouter 1 au résultat<br>• Écrire le résultat obtenu |

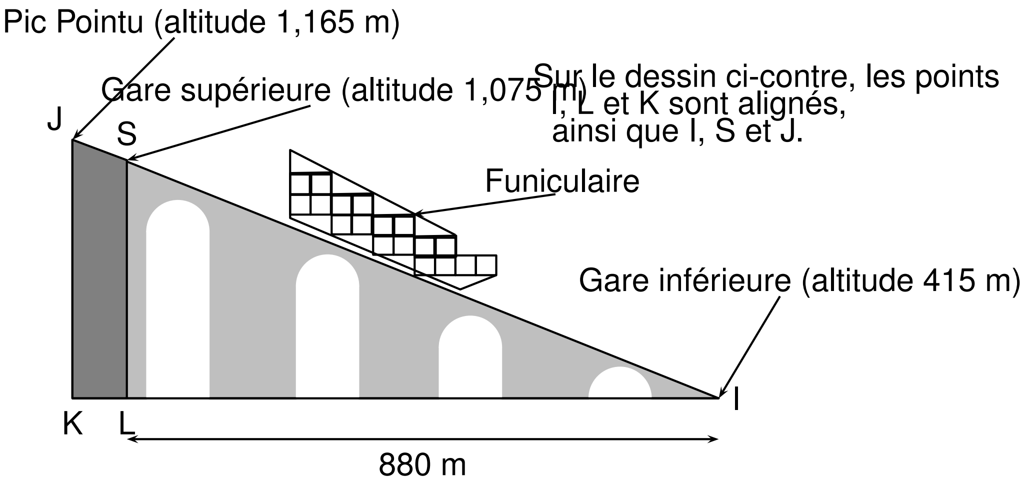
1. Montrer que, lorsque le nombre de départ est 3, le résultat obtenu avec le programme A est 10.
2. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on avec le programme B ?
3. Lorsque le nombre de départ est $-2$, quel résultat obtient-on avec le programme A ?
4. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu avec le programme B soit 5 ?

5. Henri prétend que les deux programmes de calcul fournissent toujours des résultats identiques. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

**Exercice 3** **8 points**

M. Cotharbet décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire1 entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

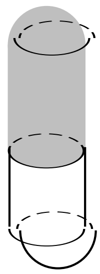
(1) Un funiculaire est une remontée mécanique équipée de véhicules circulant sur des rails en pente.




1. À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK.
2. (a) Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1,100 m.
   (b) Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.
3. Le funiculaire se déplace à la vitesse moyenne constante de 10 km.h$^{-1}$, aussi bien à la montée qu'à la descente.
   Calculer la durée du trajet aller entre les deux gares. On donnera le résultat en min et s.
4. Entre la gare supérieure et le sommet, M. Cotharbet effectue le trajet en marchant.
   Quelle distance aura-t-il parcourue à pied ?

**Exercice 4** **5 points**

Un laboratoire pharmaceutique produit des gélules de paracétamol.



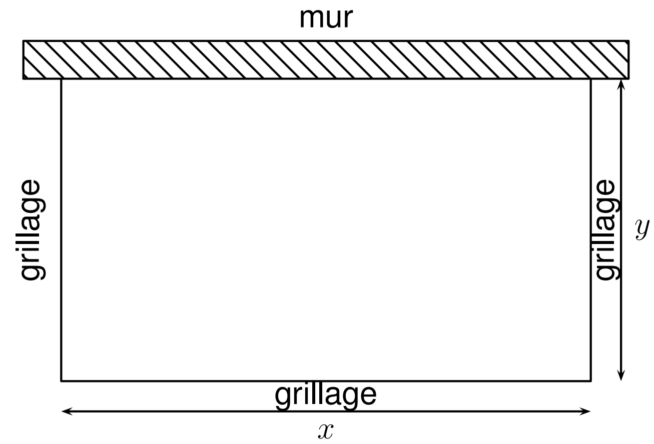
Chaque gélule contient 500 mg de produit.

Une gélule est constituée de deux demi-sphères de $7$ mm de diamètre et d'un cylindre de hauteur $14$ mm.

1. L'usine de fabrication produit $5$ tonnes de paracétamol. (1 tonne = 1,000 kg)
   Combien de gélules de $500$ mg peut-on produire ?
2. Sachant qu'une boîte contient deux plaquettes de $8$ gélules chacune, combien de boîtes peuvent être produites avec ces $5$ tonnes ?
3. Calculer le volume d'une gélule. On arrondira à 1 mm$^3$ près.
   *On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est donné par la formule* $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ *et le volume d'un cylindre de hauteur* $h$ *et dont la base a pour rayon* $R$ *est* $V = \pi R^2 h$.

**Exercice 5** **8 points**

Un éleveur a acheté $40$ m de grillage; il veut adosser un enclos rectangulaire à sa grange, contre un mur de $28$ m de long.




Il souhaite offrir ainsi le maximum de place à ses brebis en utilisant le grillage.

1. (a) Pour $x = 4$ m , calculer la longueur $y$, puis l'aire $A$ de l'enclos en m$^2$.
   (b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

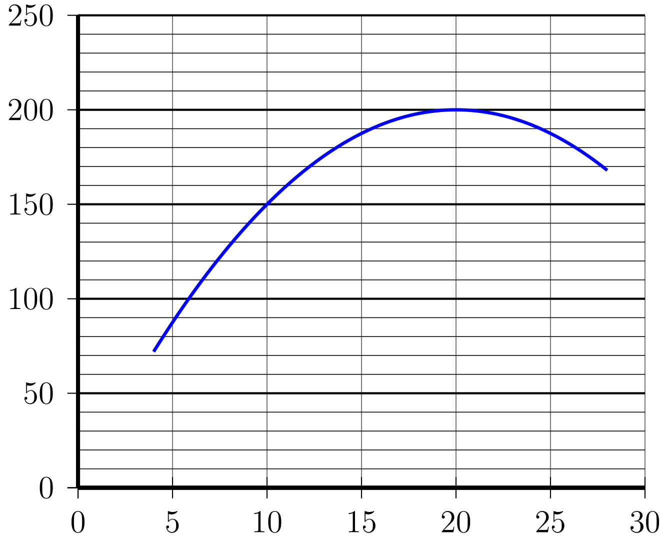
| $x$ (en m) | 4 | 10 | 20 | 28 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ (en m) | | | | |
| $A$ (en m$^2$) | | | | |

2. Déterminer $y$ en fonction de $x$.
   En déduire que $A = 20x - 0,5x^2$.
3. Voici la plage de cellules réalisées dans un tableur-grapheur qui permettra de calculer la valeur de $A$.

| | Valeur de $x$ | Valeur de $A$ |
|---|---|---|
| 2 | 4 | |
| 3 | 6 | |
| 4 | 8 | |
| 5 | 10 | |
| 6 | 12 | |
| 7 | 14 | |
| 8 | 16 | |
| 9 | 18 | |
| 11 | 22 | |
| 12 | 24 | |
| 13 | 26 | |
| 14 | 28 | |

Quelle formule doit-il saisir dans la cellule B2 et qui pourra être étendue sur toute la colonne B ?

4. Le graphique ci-dessous représente l'aire $A$ en fonction de la longueur $x$ compris entre 4 m et 28m.




À l'aide de ce graphique répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées :

(a) Quelle est l'aire de cet enclos pour $x = 14$ m ?

(b) Pour quelle(s) valeur(s) de $x$ l'aire de l'enclos est égale à $192$ m$^2$ ?

(c) Pour quelle(s) valeur(s) de $x$ l'aire de l'enclos est maximale ?
En déduire les dimensions de l'enclos pour que les brebis aient le maximum de place.

**Exercice 6** **4 points**

**Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.**

Le même jour, à la caisse d'un cinéma, un adulte et deux enfants payent $21$ €, deux adultes et trois enfants payent $36$ €.

Trois adultes et trois enfants vont au cinéma ce jour-là. Le caissier leur réclame $43$ €.

Vous vous trompez! s'exclame un des enfants. A-t-il raison ? Pourquoi ?

# Correction

**Exercice 1** **6 points**

1. On a $2{,}764 - 0,22 \times 2{,}764 = 0,78 \times 2{,}764 = 2{,}155.92$ (€).
2. La moitié des salaires est supérieure (ou inférieure) au salaire moyen.
3. Le salaire médian est inférieur au salaire moyen brut. Ceci s'explique par le fait qu'il y a beaucoup plus de personnes qui gagne moins que le salaire moyen que le contraire.
4. Le pourcentage de français qui vivaient en 2010 sous le seuil de pauvreté est égal à :
   $\dfrac{8,6}{65} \times 100 = \dfrac{860}{65} \approx 13,2$. Environ 13 % des français vivaient en 2010 sous le seuil de pauvreté.

**Exercice 2** **4 points**

1. (a) On a AB + BC + CA = 154 soit AB $+56 + 65 = 154$, d'où AB $= 154 - 121 = 33$ m.
   De même AD + DC + CA = 144 soit $16 +$ DC $+ 65 = 144$, d'où DC $= 144 - 81 = 63$ m.
   (b) Le périmètre du champ ABCD est égal à AB + BC + CD + DA $= 33 + 56 + 63 + 16 = 168$ m.
2. On a $\text{AD}^2 + \text{DC}^2 = 16^2 + 63^2 = 256 + 3{,}969 = 4{,}225$.
   D'autre part $\text{AC}^2 = 65^2 = 4{,}225$.
   On a donc $\text{AD}^2 + \text{DC}^2 = \text{AC}^2$ ce qui signifie d'après la réciproque de Pythagore que le triangle ADC est rectangle en D.

3. On a $\mathcal{A}(\text{ABC}) = \frac{1}{2} \times \text{AB} \times \text{BC} = \frac{33 \times 56}{2} = 33 \times 28 = 924$.

   De même $\mathcal{A}(\text{ADC}) = \frac{1}{2} \times \text{AD} \times \text{DC} = \frac{16 \times 63}{2} = 63 \times 8 = 504$.

   Donc $\mathcal{A}(\text{ABCD}) = 924 + 504 = 1{,}428$ m$^2$.

4. Il doit payer au moins : $168 \times 0,85 = 142.80$ €.

**Exercice 3** **7 points**

1. (a) $840$ et 1,176 sont pairs ayant tous les deux pour diviseur 2, ils ne sont pas premiers entre eux.

   (b) On a $\frac{840}{21} = 40$ et $\frac{1{,}176}{21} = 46$.
   On peut faire 21 lots de 40 financiers et 46 macarons.

   (c) D'après la question précédente 40 et 46 sont divisibles par 2, donc $\frac{840}{42} = 20$ et $\frac{1{,}176}{42} = 23$ et 20 et 23 sont premiers entre eux.
   On peut donc faire 42 lots de 20 financiers et 23 macarons.
   On aurait pu calculer le PGCD de 840 et 1,176 : on aurait trouvé 42.

2. Avec des notations évidentes :
   $\begin{cases} 5f + 7m &= 22,4 \\ 8f + 14m &= 42 \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} 5f + 7m &= 22,4 \\ 4f + 7m &= 21 \end{cases}$ d'où par différence $f = 1,4$ puis $m = \frac{22,4 - 5 \times}{7}$ $2,2$.

   Un financier est vendu 1,40 € et un macaron 2,20 €.

**Exercice 4** **3 points**

En un an l'Amazone débite :
$190{,}000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 5{,}991{,}840{,}000{,}000$ m$^3$ soit 5,991,840,000,000,000 L.
Cela permet d'alimenter $\frac{5{,}991{,}840{,}000{,}000{,}000}{12 \times 10{,}000} = \frac{599{,}184{,}000{,}000}{12} = 49{,}932{,}000{,}000$ foyers de trois personnes vivant en France soit largement plus que le nombre total de ménages français.

**Exercice 5** **7 points**

1. On choisit au hasard une étiquette parmi les dix.

   (a) Il y a une chance sur dix : $\frac{1}{10} = 0,1$.

   (b) Il y a trois chances sur dix : $\frac{3}{10} = 0,3$.

   (c) Il n'y a aucune étiquette qui comporte les deux mots. La probabilité est nulle.

2. (a) Les diagonales sont perpendiculaires en leur milieu ; chacune est donc la médiatrice de l'autre ; on a donc un losange ; comme les diagonales ont la même longueur c'est aussi un rectangle ; c'est donc un carré : Julie a raison.
   (b) Les côtés opposés sont parallèles : on a un parallélogramme ;
   Les quatre côtés ont la même longueur : c'est un losange. On ne peut rien conclure de plus.
3. Si le quadrilatère a quatre angles droits, c'est un rectangle ; mais il ne peut avoir alors que deux côtés de même longueur. Un tel quadrilatère n'existe pas. Lionel ne peut rien dessiner.

**Exercice 6** **9 points**

1. (a) Si $\ell$ est la largeur on a :
   $2 \times 10 + 2\ell = 31$, d'où $\ell = 15,5 - 10 = 5,5$ cm.
   (b) Si la longueur a pour mesure 13 cm, on a :
   $2 \times 13 + 2\ell = 31$, d'où $\ell = 15,5 - 13 = 2,5$ cm.
   (c) On a $2x + 2\ell = 31$ soit $\ell = 15,5 - x$.
   (d) On a $\mathcal{A}(x) = x \times \ell = x(15,5 - x) = 15,5x - x^2$.
2. (a) $f(4) = 4 \times (15,5 - 4) = 4 \times 11,5 = 46$ cm$^2$.
   (b) Si un antécédent de $52,5$ est $5$, l'image de 5 est 52,5.
   $f(5) = 5 \times (15,5 - 5) = 5 \times 10,5 = 52,5$ cm$^2$.
3. (a) La verticale partant du point de coordonnées (3 ; 0) coupe la courbe en un point dont l'ordonnée est à peu près 38.
   (b) L'horizontale partant du point de coordonnées (0 ; 40) coupe la courbe en deux points dont les abscisses sont peu près 3,3 et 12,2.
   (c) On lit un peu plus de 60 cm$^2$ pour $x \approx 7,75$.
4. Si $x = 7,75$ alors l'autre côté mesure $15,5 - 7,75 = 7,75$ donc la même valeur : le rectangle est donc un carré.