Exercice 1 — 4,5 points

Recopier la bonne réponse (aucune justification n'est attendue).

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	La somme $\frac{7}{4}+\frac{2}{3}$ est égale à :	$\frac{9}{7}$	$\frac{29}{12}$	$\frac{9}{12}$
2.	L'équation $5x+12=3$ a pour solution :	1,8	3	$-1,8$
3.	Une valeur approchée, au dixième près, du nombre $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ est :	2,7	1,6	1,2

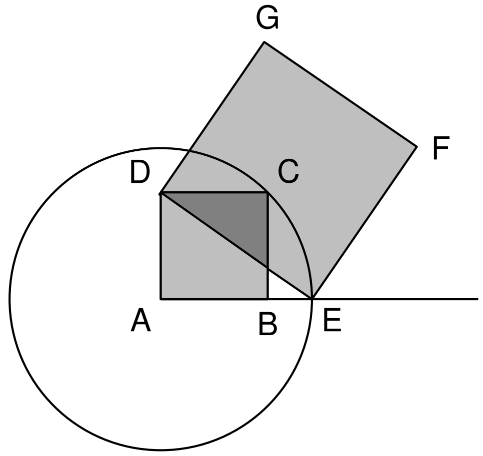
Exercice 2 — 9,5 points

Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

Programme de construction :

- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

Figure obtenue:



1. Sur la copie, réaliser la construction avec AB $= 3$ cm.
2. Dans cette question, AB $= 10$ cm.
   (a) Montrer que AC $= \sqrt{200}$ cm.
   (b) Expliquer pourquoi AE $= \sqrt{200}$ cm.
   (c) Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.

3. On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD.

   En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm^2.

   Quelle longueur AB faut-il choisir au départ ?

EXERCICE 3 **6 POINTS**

Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

1. Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?
3. On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard.

   Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors $0,375$.

EXERCICE 4 **10 POINTS**

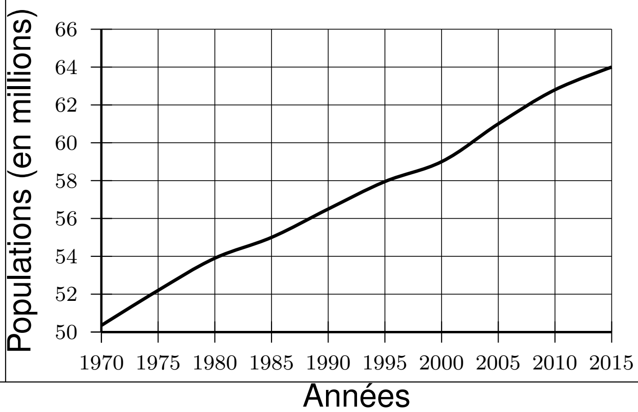
Les données et les questions de cet exercice concernent la France métropolitaine.

Document 1

En 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires.
En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015.
En 1970, seulement 1 % de la population était concernée.

Source : Agence nationale de la sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail.

Document 2



Partie 1 :

1. Déterminer une estimation du nombre de personnes, à 100,000 près, qui souffraient d'allergies alimentaires en France en 2010.

2. Est-il vrai qu'en 2015, il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970 ?

Partie 2 :

En 2015, dans un collège de 681 élèves, 32 élèves souffraient d'allergies alimentaires.
Le tableau suivant indique les types d'aliments auxquels ils réagissaient.

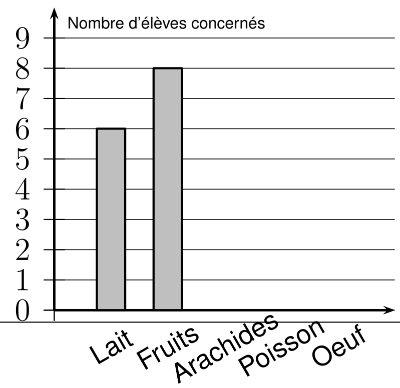
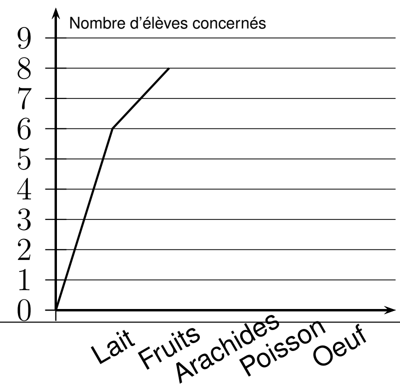
Aliments	Lait	Fruits	Arachides	Poisson	uf
Nombre d'élèves concernés	6	8	11	5	9

1. La proportion des élèves de ce collège souffrant d'allergies alimentaires est-elle supérieure à celle de la population française ?

2. Jawad est étonné : J'ai additionné tous les nombres indiqués dans le tableau et j'ai obtenu 39 au lieu de 32 .

   Expliquer cette différence.

3. Lucas et Margot ont chacun commencé un diagramme pour représenter les allergies des 32 élèves de leur collège :

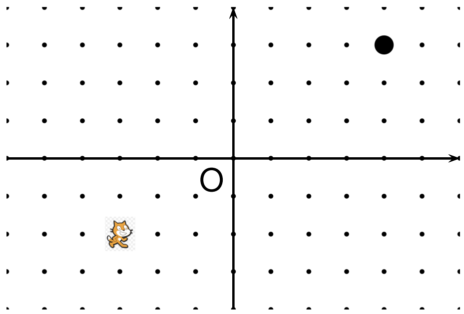
Diagramme de Lucas	Diagramme de Margot
	

   (a) Qui de Lucas ou de Margot a fait le choix le mieux adapté à la situation ? Justifier la réponse.

   (b) Reproduire et terminer le diagramme choisi à la question **a.**

EXERCICE 5 **4,5 POINTS**

L'image ci-dessous représente la position obtenue au déclenchement du bloc départ d'un programme de jeu.

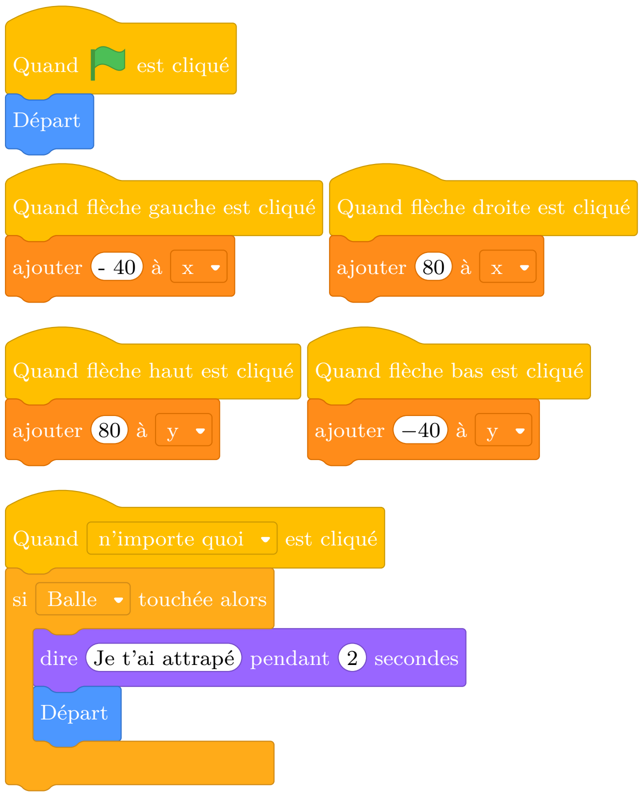


L'arrière-plan est constitué de points espacés de 40 unités.
Dans cette position, le chat a pour coordonnées $(-120\ ;\ -80)$.
Le but du jeu est de positionner le chat sur la balle.

1. Quelles sont les coordonnées du centre de la balle représentée dans cette position?

2. Dans cette question, le chat est dans la position obtenue au déclenchement du bloc départ.

   Voici le script du lutin chat qui se déplace.



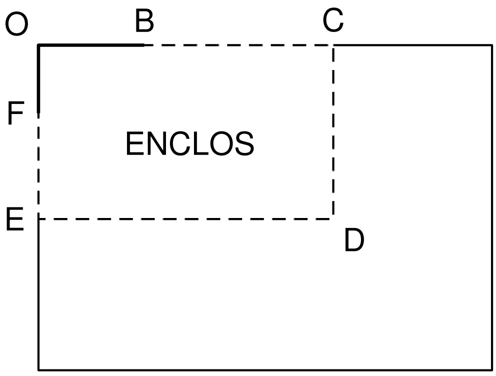
a. Expliquez pourquoi le chat ne revient pas à sa position de départ si le joueur appuie sur la touche $\rightarrow$ puis sur la touche $\leftarrow$.
b. Le joueur appuie sur la succession de touches suivante : $\rightarrow \rightarrow \uparrow \leftarrow \downarrow$.
Quelles sont les coordonnées x et y du chat après ce déplacement ?
c. Parmi les propositions de succession de touches ci-dessous, laquelle permet au chat d'atteindre la balle ?

Déplacement 1	Déplacement 2	Déplacement 3
$\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$	$\rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow\uparrow\rightarrow\downarrow\leftarrow$	$\uparrow\rightarrow\uparrow\rightarrow\uparrow\rightarrow\rightarrow\downarrow\downarrow$

3. Que se passe-t-il quand le chat atteint la balle ?

EXERCICE 6 **10 POINTS**

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle.
[OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4m.
La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un **enclos rectangulaire OCDE**.
Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.



Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

1. En plaçant C pour que BC $= 5$ m, elle obtient que FE $= 15$ m.
   (a) Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
   (b) Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m^2.

2. Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier:

   En notant BC $= x$, on a A$(x) = -x^2 + 18x + 144$

   Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.

3. *Dans cette partie, les questions* a. *et* b. *ne nécessitent pas de justification.*
   (a) Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

B2			=−B1*B1+18*B1+144							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

   Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?
   (b) Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin obtenir un enclos d'aire maximale ?
   (c) Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.

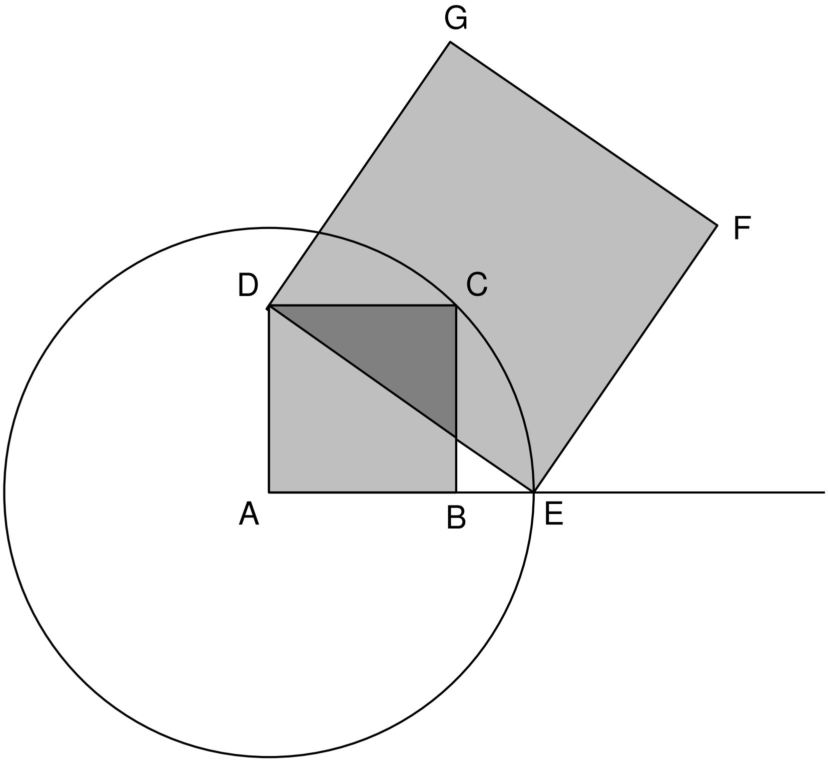
Correction

Exercice 1 — 4,5 points

1. $\dfrac{7}{4}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{7\times 3}{4\times 3}+\dfrac{2\times 4}{3\times 4}=\dfrac{21+8}{4\times 3}=\dfrac{29}{12}$.
2. $5x+12=3$ entraine $5x=3-12$ ou $5x=-9$, d'où $x=-\dfrac{9}{5}=-\dfrac{18}{10}=-1,8$.
3. $2,23<\sqrt{5}<2,24$, donc $3,23<\sqrt{5}+1<3,24$ et $1,615<\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}<1,62$, donc $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\approx 1,6$ au dixième près.

Exercice 2 — 9,5 points

1.



2. (a) ABCD est un carré, donc ABC est un triangle rectangle isocèle en B. Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   AB^2 $+$ BC^2 $=$ AC^2, soit $10^2 + 10^2 =$ AC^2 ou AC^2 $= 200$, donc AC $= \sqrt{200}$.
   (b) E appartient au cercle de centre A et de rayon AC, donc AE = AC $= \sqrt{200}$.
   (c) ABCD étant un carré, le triangle AED est rectangle en A et le théorème de Pythagore s'écrit :
   DA^2 $+$ AE^2 $=$ ED^2, soit $10^2 + \left(\sqrt{200}\right)^2 = 100 + 200 = 300$, qui est égale à l'aire du carré DEFG ; comme l'aire du carré ABCD est égale à $10^2 = 100$, on a bien aire(DEFG)$= 3\times$ aire (ABCD).
3. Comme $48 = 3 \times 16$, l'aire du carré ABCD est égale à 16 cm^2 ; or 16 est le carré de 4. Il faudra prendre une longueur AB $= 4$.

EXERCICE 3 **6 POINTS**

1. Il y a 6 numéros pairs et 4 multiple de 3. Il est donc plus probable d'obtenir un numéro pair qu'un multiple de 3.
2. Tous les numéros sont inférieurs à 20 : la probabilité est donc égale à 1.
3. Les diviseurs de 6 sont 1 ; 2, 3, et 6.
   Sur les huit numéros restants seuls 5, 7 et 11 sont premiers.
   La probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est donc égale à : $\dfrac{3}{8} = \dfrac{3 \times 125}{8 \times 125} = \dfrac{375}{1{,}000} = 0,375$.

EXERCICE 4 **10 POINTS**

Partie 1 :

1. Il y avait en 2015 environ 64 millions d'habitants dont 4,7 % souffrait d'allergies alimentaires, soit :

$$64{,}000{,}000 \times \frac{4,7}{100} = 640{,}000 \times 4,7 = 3{,}008{,}000 \text{ personnes.}$$

   En 2010 il y en avait deux fois moins soit :

$$\frac{3{,}008{,}000}{2} = 1{,}504{,}000 \approx 1{,}500{,}000$$

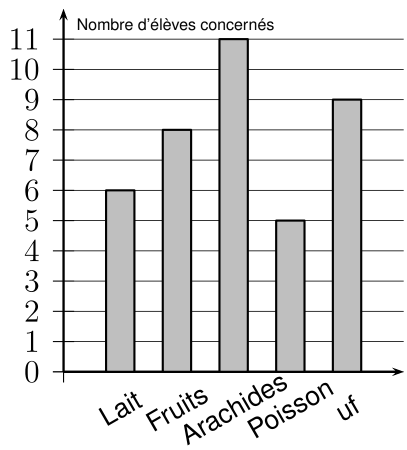
   qui souffraient d'allergies alimentaires , à 100,000 près.

2. En 1970 le même calcul donne :
   $50{,}300{,}000 \times \dfrac{1}{100} = 503{,}000.$
   En 2015 il y avait : $64{,}000{,}000 \times \dfrac{4,7}{100} = 640{,}000 \times 4,7 = 3{,}008{,}000 \approx 6 \times 503{,}000.$
   Il est donc vrai de dire qu'en 2015 il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970.

Partie 2 :

1. Dans le collège la proportion est : $\dfrac{32}{681} \approx 0.046{,}99$, soit environ 4,7 % : c'est la proportion nationale.
2. Le nombre d'allergies plus grand que le nombre d'élèves allergiques est du au fait que certains élèves sont allergiques à plusieurs aliments.

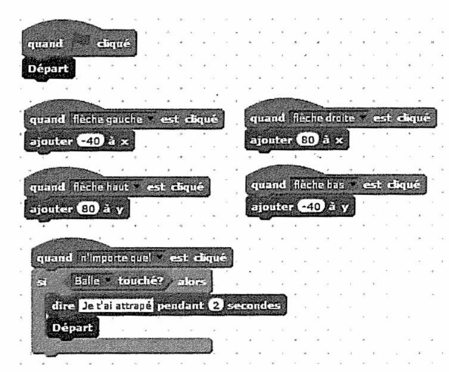
3. (a) Le diagramme de Lucas est plus clair que celui de Margot.
   (b)



EXERCICE 5 **4,5 POINTS**

1. Le centre de la balle a pour coordonnées (160 ; 120).

2. **a.** Vers la droite il y a déplacement de 80 unités alors que vers la gauche on de déplace de 40 unités. **b.** Horizontalement le déplacement est de : $2 \times 80 - 1 \times 40 = 160 - 40 = 120$ et verticalement : $1 \times 80 - 1 \times 40 = 80 - 40 = 40$.
Le chat est donc au point de coordonnées $(0\,;\ -40)$. **c.** Parmi les propositions de succession de touches ci-dessous, laquelle permet au chat d'atteindre la balle ?

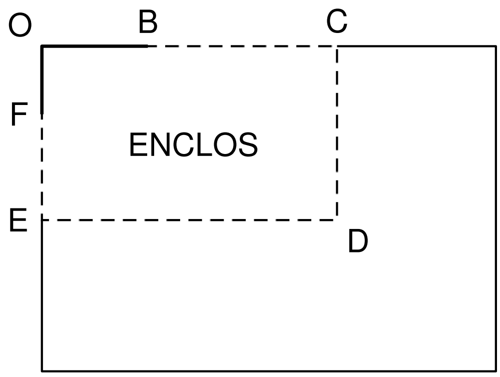


Déplacement 1	Déplacement 2	Déplacement 3
→→→→→→→↑↑↑↑↑	→→→↑↑↑→↓←	↑→↑→↑→→↓↓
$7 \times 80 = 560$ horizontalement $5 \times 80 = 400$ verticalement arrivée en (440 ; 320)	$4 \times 80 - 1 \times 40 = 280$ horizontalement $3 \times 80 - 1 \times 40 = 200$ verticalement arrivée en (160 ; 120)	$4 \times 80 = 320$ horizontalement $3 \times 80 - 2 \times 40 = 160$ verticalement arrivée en (200 ; 80)

C'est donc le déplacement 2.

3. Quand le chat atteint la balle il s'affiche pendant 2 secondes : Je t'ai attrapé .

Exercice 6 — 10 points



1. (a) BC + CD + DE + EF $= 5 + (4 + 15) + (6 + 5) + 15 = 5 + 19 + 11 + 15 = 20 + 30 = 50$.

   (b) On a OC = OB + BC $= 6 + 5 = 11$ et OE = OF + FE $= 4 + 15 = 19$.
   Donc l'aire de l'enclos est égale à :
   OC $\times$ OE $= 11 \times 19 = 209$ m^2.

2. On a d'après la professeure :
   A$(5) = -5^2 + 18 \times 5 + 144 = -25 + 90 + 144 = 234 - 25 = 209$.

3. *Dans cette partie, les questions* a. *et* b. *ne nécessitent pas de justification.*

   (a) Il y a en F2 : =$-$F1*F1+18*F1$+144$.

   (b) 225 est l'aire maximale ; elle correspond à $x = 9$.

   (c) On a donc OC $= 6 + 9 = 15$ et OC $\times$ OE $= 225$ soit $15 \times$ OE $= 225$ et
   OE $= \dfrac{225}{15} = \dfrac{5 \times 5 \times 3 \times 3}{3 \times 5} = 15.$
   L'enclos est donc un carré de côté 15 en mètre.