Exercice 1 — 4 points

Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur. On replace ensuite la boule dans l'urne et on mélange les boules.

La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$.

1. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$.
2. Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois.
   Au 7e tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?
3. Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne sachant qu'il y a 8 boules vertes.

Exercice 2 — 6 points

On donne le programme suivant qui permet de tracer plusieurs triangles équilatéraux de tailles différentes.

Ce programme comporte une variable nommée **côté** . Les longueurs sont données en pixels.

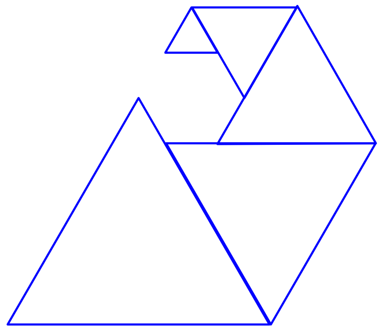
On rappelle que l'instruction `s'orienter à 90 degrés` signifie que l'on se dirige vers la droite.

Numéros d'instruction	Script	Le bloc **triangle**
1	Quand 🏳 est cliqué	définir triangle
2	effacer tout	stylo en position écriture
3	aller à x: -200 y: -100	répéter 3 fois
4	s'orienter à 90 degrés	avancer de côté
5	Mettre côté à 100	tourner ↻ de 120 degrés
6	répéter 5 fois	(fin répéter)
7	triangle	relever le stylo
8	avancer de côté	
9	Ajouter à côté -20	
	(fin répéter)	

1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
2. Combien de triangles sont dessinés par le script ?
3. (a) Quelle est la longueur (en pixels) du côté du deuxième triangle tracé?

   (b) Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute ce script.
4. On modifie le script initial pour obtenir la figure ci-contre.

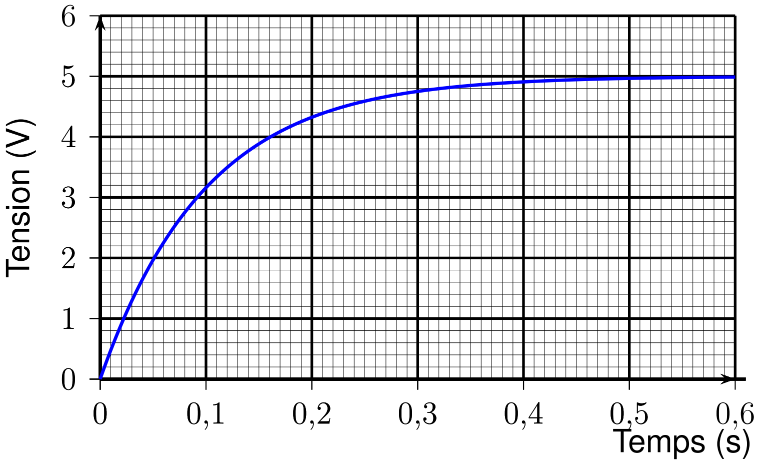
   Indiquer le numéro d'une instruction du script **après laquelle** on peut placer l'instruction tourner ↺ de (60) degrés pour obtenir cette nouvelle figure.



EXERCICE 3 **4 points**

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.
2. Quelle est la tension mesurée au bout de $0,2$ s ?
3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

EXERCICE 4 **8 points**

Les panneaux photovoltaïques permettent de produire de l'électricité à partir du rayonnement solaire. Une unité courante pour mesurer l'énergie électrique est le kilowatt-heure, abrégé en kWh.

1. Le plus souvent, l'électricité produite n'est pas utilisée directement, mais vendue pour être distribuée dans le réseau électrique collectif. Le prix d'achat du kWh, donné en **centimes d'euro**, dépend du type d'installation et de sa puissance totale, ainsi que de la date d'installation des panneaux photovoltaïques.

   Ce prix d'achat du kWh est donné dans le tableau ci-dessous.

   *Tarifs d'un kWh en **centimes d'euros***

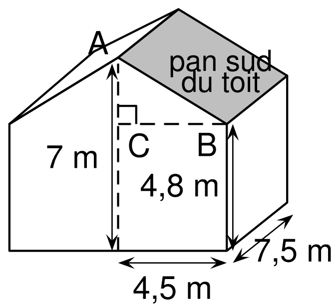
		Date d'installation			
Type d'installation	Puissance totale	Du 01/01/15 au 31/03/15	du 01/04/15 au 30/06/15	du 01/07/15 au 30/09/15	du 01/10/15 au 31/12/15
Type A	0 à 9 kW	26,57	26,17	25,78	25,39
2*Type B	0 à 36 kW	13,46	13,95	14,7	14,4
	36 à 100 kW	12,79	13,25	13,96	13,68

Source : http://www.developpement-durable.gouv.fr

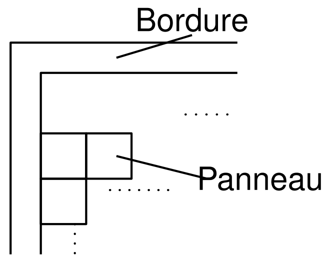
   En mai 2015, on installe une centrale solaire du type B, d'une puissance de 28 kW.

   Vérifier que le prix d'achat de 31,420 kWh est d'environ 4,383 €.

2. Une personne souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur la partie du toit de sa maison orientée au sud. Cette partie est grisée sur la figure ci-contre. Elle est appelée pan sud du toit.
   La production d'électricité des panneaux solaires dépend de l'inclinaison du toit.
   Déterminer, au degré près, l'angle $\widehat{ABC}$ que forme ce pan sud du toit avec l'horizontale.



3. **a.** Montrer que la longueur AB est environ égale à 5 m.
   b. Les panneaux photovoltaïques ont la forme d'un carré de 1 m de côté.
   Le propriétaire prévoit d'installer 20 panneaux.
   Quel pourcentage de la surface totale du pan sud du toit sera alors couvert par les panneaux solaires ? On donnera une valeur approchée du résultat à 1 % près.
   c.La notice d'installation indique que les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et qu'une bordure d'au moins 30 cm de large doit être laissée libre pour le système de fixation tout autour de l'ensemble des panneaux.
   Le propriétaire peut-il installer les 20 panneaux prévus ?



EXERCICE 5 **8 points**

1. Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en $24,07$ secondes.

   A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

2. On donne l'expression $E = (3x+8)^2 - 64$.

   (a) Développer E.

   (b) Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x+16)$.

   (c) Résoudre l'équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$.

3. La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.

   On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :

   $d = k \times V^2$ avec d : distance de freinage en m V : vitesse du véhicule en m/s

   k : coefficient dépendant de l'état de la route

   $$\begin{cases} k = 0,14 & \text{sur route mouillée} \\ k = 0,08 & \text{sur route sèche.} \end{cases}$$

   Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

EXERCICE 6 **8 points**

Document 1

Le surpoids est devenu un problème majeur de santé, celui-ci prédispose à beaucoup de maladies et diminue l'espérance de vie.
L' indice le plus couramment utilisé est celui de masse corporelle (IMC).

Document 2

L'IMC est une grandeur internationale permettant de déterminer la corpulence d'une personne adulte entre 18 ans et 65 ans.

Il se calcule avec la formule suivante : IMC $= \dfrac{\text{masse}}{\text{taille}^2}$ avec masse en kg et taille en m.

Normes : $18,5 \leqslant$ IMC < 25 corpulence normale
$25 \leqslant IMC < 30$ surpoids
IMC > 30 obésité

1. Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'IMC de six des employés.

   Il utilise pour cela une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC (*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) *valeur approchée au dixième*						

(a) Combien d'employés sont en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise ?

(b) Laquelle de ces formules a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ?

Recopier la formule correcte sur la copie.

$= 72/1,69\ \hat{}\ 2$	= B1/ (B2 * B2)	= B2/ (B1 * B1)	= $B2/ ($B1*$B1)

2. Le médecin a fait le bilan de l'IMC de chacun des 41 employés de cette entreprise. Il a reporté les informations recueillies dans le tableau suivant dans lequel les IMC ont été arrondis à l'unité près.

IMC	20	22	23	24	25	29	30	33	Total
Effectif	9	12	6	8	2	1	1	2	41

(a) Calculer une valeur approchée, arrondie à l'entier près, de l'IMC moyen des employés de cette entreprise.

(b) Quel est l'IMC médian ? Interpréter ce résultat.

(c) On lit sur certains magazines : On estime qu'au moins 5 % de la population mondiale est en surpoids ou est obèse . Est-ce le cas pour les employés de cette entreprise ?

EXERCICE 7 **7 points**

Léo a ramassé des fraises pour faire de la confiture.

1. Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises.

   Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?

2. Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture.

   Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur.

   Combien pourra-t-il remplir de pots ?

   Rappels : 1 litre = 1000 cm^3 *Volume d'un cylindre* $= \pi \times R^2 \times h$.

3. Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.

   (a) Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

   (b) Dessiner l'étiquette à l' échelle $\frac{1}{3}$.

Correction

Exercice 1 — 4 points

1. Cette expérience aléatoire n'a que deux issues : boule verte et boule bleue.

   La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

   Donc, $p(\text{obtenir une boule bleue}) = 1 - p(\text{obtenir une boule verte}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$.

2. Chaque tirage est indépendant du précédent, les probabilités des différentes issues ne sont pas modifiées, Paul aura toujours 3 chances sur 5 d'obtenir une boule bleue.

3. **Méthode 1 :**

   $\frac{2}{5}$ du nombre total de boules représente 8 boules, je calcule donc 5 $\frac{8}{2} \times 3 = 4 \times 3 = 12$.

   Il y a 12 boules bleues dans l'urne.

   Méthode 2 :

   $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$ et $20 - 8 = 12\ldots$

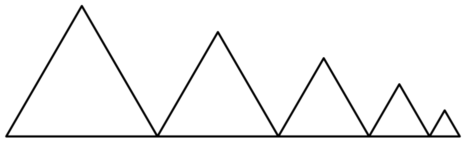
Exercice 2 — 6 points

1. Les coordonnées du point de départ du tracé sont $(-200\ ;\ -100)$.

2. Le script permet de dessiner 5 triangles.

3. (a) La longueur du côté du deuxième triangle tracé est de 80 pixels.

(b) La figure obtenue :



4. Il faut placer le bloc tournez le bloc de 60 après l'instruction 9 du script initial pour obtenir cette nouvelle figure.

EXERCICE 3 **4 points**

1. Ce n'est pas une situation de proportionnalité car le graphique montrant l'évolution de la tension en fonction du temps n'est pas une droite.

2. La tension mesurée au bout de 0,2 s, la tension mesurée est de 4,4 V.

3. Je calcule 60 % de la tension maximale : $\dfrac{60}{100} \times 5 = 0,6 \times 5 = 3$.

   60 % de la tension maximale correspond à 3 V.

   Par lecture graphique, on détermine que cette tension est atteinte au bout d'environ $0,09$ s.

EXERCICE 4 **8 points**

1. Mai 2015 correspond à la période du 01/04/15 au 30/06/15. Pour une puissance de 28 kW, le prix d'achat du kWh en centimes d'euros est $13,95$, soit 0.139,5 €.

   Je calcule ainsi le prix de 31,420 kWh :

   $31{,}420 \times 0.139{,}5 = 4{,}383.09$.

   Le prix d'achat de 31 420 kWh est d'environ 4,383 €.

2. ABC est un triangle rectangle en B tel que BC = 4,5 m et AC $= 7 - 4,8 = 2,2$ m.

   On a donc : $\tan \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AC}}{\text{BC}}$, c'est-à-dire

   $\tan \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{2,2}{4,5}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{ABC}} \approx 26$.

   Le pan sud du toit forme un angle d'environ 26 avec l'horizontale.

3. (a) ABC est un triangle rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

   $\text{AB}^2 = \text{AC}^2 + \text{BC}^2$

   $\text{AB}^2 = 2,2^2 + 4,5^2$,

   $\text{AB}^2 = 4,84 + 20,25$

   $\text{AB}^2 = 25,09$

   Donc AB $= \sqrt{25,09} \approx 5$ m.

(b) 1 carré de 1 m de côté a une aire de 1 m^2. 20 panneaux occupent alors une surface de 20 m^2.
$7,5 \times 5 = 37,5$ m^2 Le pan sud du toit a une aire d'environ $37,5$ m^2.
$\dfrac{20}{37,5} \times 100 \approx 53.$
Environ $53\,\%$ du pan sud du toit sera donc recouvert par les panneaux solaires.

(c) Si on enlève l'espace utilisé pour les bordures, celui disponible pour disposer les 20 panneaux est un rectangle de dimensions:
longueur $= 7,5 - 2 \times 0,3 = 7,5 - 0,6 = 6,9$ (m) ;
largeur $= 5 - 2 \times 0,3 = 5 - 0,6 = 4,4$ m.
Le propriétaire peut donc installer jusqu'à $6 \times 4 = 24$ panneaux de 1 m de côté. Il pourra donc aisément installer ses 20 panneaux solaires.

Exercice 5 **8 points**

1. On a $\dfrac{50}{24,07} \approx 2,08$ (m/s). Pernille Blume nage à environ 2,08 m par seconde.

   6 (km/h $= \dfrac{6{,}000 \text{ m}}{3{,}600\ (s)} \approx 1,67$ (m/s).

   Marcher à 6 km/h correspond à parcourir environ $1,67$ m/s.

   Pernille Blume se déplace plus rapidement en nageant que le marcheur.

2. (a) $E = (3x+8)^2 - 64$
   $E = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 8 + 8^2 - 64$
   $E = 9x^2 + 48x + 64 - 64$
   $E = 9x^2 + 48x$

   (b)

   Méthode 1
   $E = (3x+8)^2 - 64$
   $E = (3x+8)^2 - 8^2$
   $E = [(3x+8) - 8][(3x+8) + 8]$
   $E = 3x(3x+16)$

   Méthode 2
   $E = 9x^2 + 48x$
   $E = 3x \times 3x + 3x \times 16$
   $E = 3x(3x+16)$

   (c) Résoudre l'équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$ revient à résoudre l'équation $3x(3x+16) = 0$.
   Un produit de facteurs est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul.
   Soit $3x = 0$ donc $x = 0$,
   soit $3x + 16 = 0$ ou $3x = -16$ ou $x = -\dfrac{16}{3}$.
   Les solutions de l'équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$ sont $-\dfrac{16}{3}$ et 0.

3. Je cherche V tel que : $15 = 0,14 \times V^2$, c'est-à-dire $V^2 = \dfrac{15}{0,14}$.

   Ainsi, $V = \sqrt{\dfrac{15}{0,14}} \approx 10,35$ (m/s).

   La vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage est de 15 m sur route mouillée est d'environ $10,35$ m/s.

EXERCICE 6 **4 points**

1. (a) Il y a 3 personnes sur 6 en situation de surpoids ou d'obésité.
   (b) La formule écrite en B3 et recopiée à droite est =B2/(B1*B1).
2. (a) $m = \dfrac{9 \times 20 + 12 \times 22 + 6 \times 23 + 8 \times 24 - +2 \times 25 + 29 + 30 + 2 \times 33}{41} = \dfrac{949}{41} \approx 23$
   L'IMC moyen des employés de cette entreprise est d'environ 23.
   (b) L'effectif de cette entreprise est de 41, la médiane est donc la 21e valeur de la série ordonnée, c'est-à-dire 22.
   L'IMC médian est donc de 22, cela signifie qu'au moins 50 % des salariés ont un IMC inférieur ou égal à (respectivement supérieur ou égal à) 22.
   (c) $2 + 1 + 1 + 2 = 6$.
   Il y a 6 personnes en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise.
   $\dfrac{6}{41} \times 100 = 15 > 5$.
   Environ 15 % des employés de cette entreprise sont en situation de surpoids ou d'obésité, donc plus de 5 %. L'affirmation du magazine est vraie pour cette entreprise.

EXERCICE 7 **7 points**

1. Je calcule : $700 \times 1,8 = 1{,}260$.

   Avec 1,8 kg de fraises, il faut 1,260 g ou 1,260 kg de sucre.

2. $2,7$ L $= 2{,}700$ cm^3.

   Il faut répartir $2{,}700$ cm^3 de confiture dans les pots.

   $V = \pi \times 3^2 \times 11 = 99\pi$ cm^3.

   Chaque pot contient un volume 99π cm^3 de confiture.

   $\dfrac{2{,}700}{99\pi} \approx 8,7$.

   Il pourra remplir 9 pots dont 8 entièrement.

3. (a) La longueur de l'étiquette correspond au périmètre de la base du cylindre. $P = 6 \times \pi \approx 18,8$ cm.

(b) Les dimensions de l'étiquette sont : 12 cm sur environ $18,8$ cm.

Je calcule les dimensions de l'étiquette à l'échelle $\dfrac{1}{3}$.

$\dfrac{1}{3} \times 12 = 4$ (cm).

$\dfrac{1}{3} \times 18,8 = 6,3$ cm.

Il faut donc dessiner un rectangle de dimensions 4 cm sur environ $6,3$ cm.