Exercice 1 : **6 points**

Un sac opaque contient 120 boules toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.

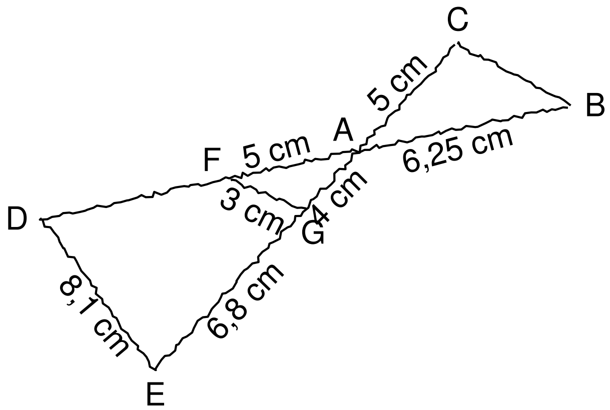
1. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue? Écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisir, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée) :

   a. 48 **b.** 70 **c.** On ne peut pas savoir **d.** 25

3. La probabilité de tirer une boule rouge est égale à $0,4$.
   (a) Quel est le nombre de boules rouges dans le sac ?
   (b) Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

Exercice 2 **7 points**

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.
2. Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].
3. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 3 **6 points**

Voici trois figures différentes, aucune n'est à l'échelle indiquée dans l'exercice :

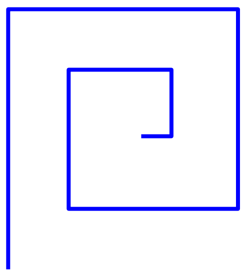


figure 1

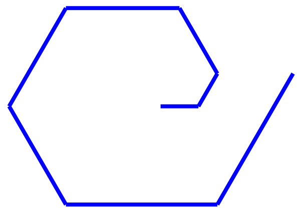


figure 2

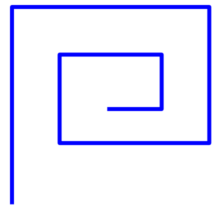
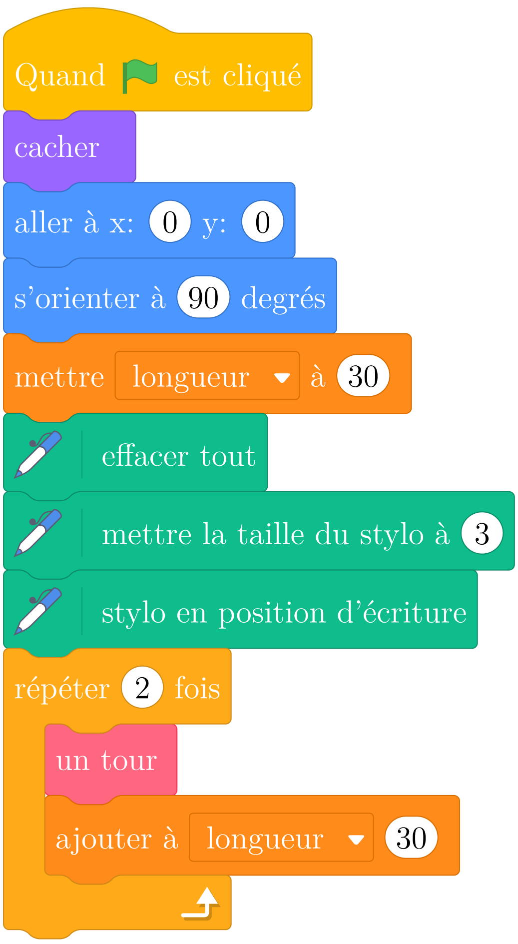


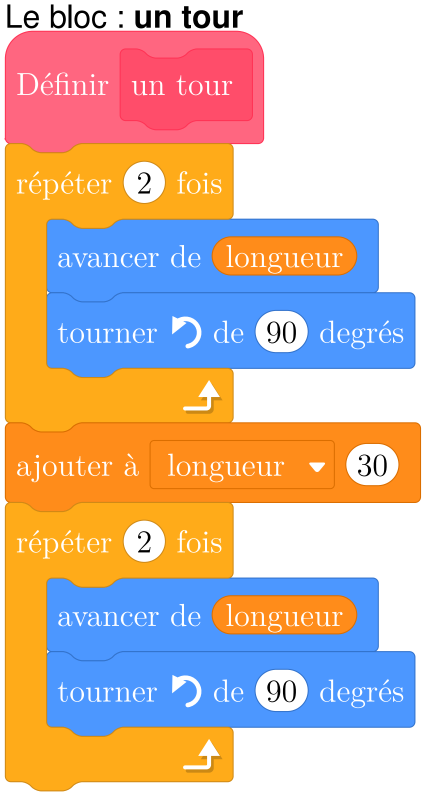
figure 3

Le programme ci-dessous contient une variable nommée **longueur** .

Script



Le bloc : **un tour**



On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on s'oriente vers la droite avec le stylo.

1. (a) Dessiner la figure obtenue avec le bloc un tour donné dans le cadre de droite ci-dessus, pour une longueur de départ égale à 30, étant orienté vers la droite avec le stylo, en début de tracé. On prendra 1 cm pour 30 unités de longueur, c'est-à-dire 30 pixels.

(b) Comment est-on orienté avec le stylo après ce tracé ? (aucune justification n'est demandée)

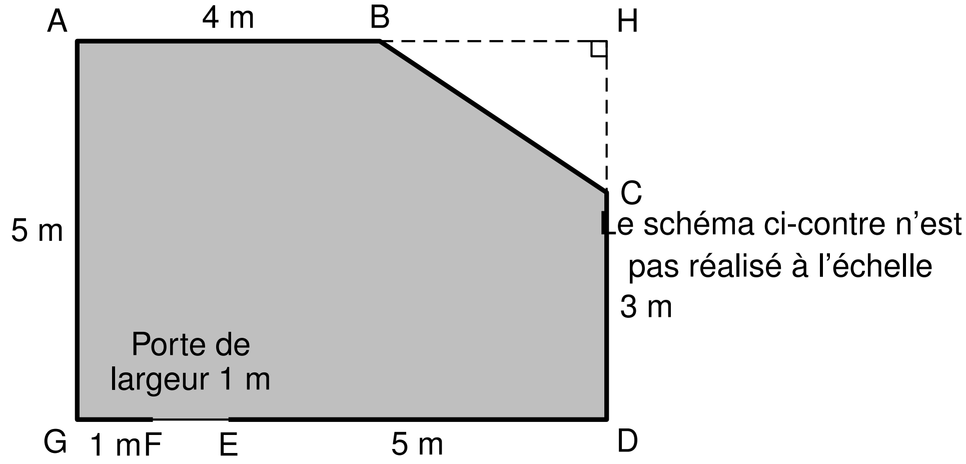
2. Laquelle des figures 1 ou 3 le programme ci-dessus permet-il d'obtenir ? Justifier votre réponse.

3. Quelle modification faut-il apporter au bloc **un tour** pour obtenir la figure 2 ci-dessus ?

Exercice 4 **9 points**

Monsieur Chapuis souhaite changer le carrelage et les plinthes[1] dans le salon de son appartement. Pour cela il doit acheter des carreaux, de la colle et des plinthes en bois qui seront clouées. Il dispose des documents suivants :

Document 1 : **plan**, la pièce correspond à la partie grisée



Document 2	Document 3
Carrelage Taille d'un carreau : 50 cm × 50 cm Epaisseur d'un carreau : 0,9 cm Conditionnement: 1,25 m² par boîte Prix : 19,95 € par boîte **Plinthe** Forme: rectangulaire de longueur 1 m Vendue à l'unité Prix: 2,95 € la plinthe en bois	**Colle pour le carrelage** Conditionnement: sac de 25 kg Rendement (aire que l'on peut coller) : 4 m² par sac Prix : 22 € le sac **Paquet de clous pour les plinthes** Prix: 5,50 € le paquet

1. (a) En remarquant que la longueur GD est égale à 7 m, déterminer l'aire du triangle BCH.
   (b) Montrer que l'aire de la pièce est 32 m^2.

2. Pour ne pas manquer de carrelage ni de colle, le vendeur conseille à monsieur Chapuis de prévoir une aire supérieure de 10 % à l'aire calculée à la question 1.

   Monsieur Chapuis doit acheter des boîtes entières et des sacs entiers.

   Déterminer le nombre de boîtes de carrelage et le nombre de sacs de colle à acheter.

[1] Une plinthe est un élément décoratif de faible hauteur fixé au bas des murs le long du sol.

3. Le vendeur recommande aussi de prendre une marge de 10 % sur la longueur des plinthes.

   Déterminer le nombre total de plinthes que monsieur Chapuis doit acheter pour faire le tour de la pièce.

   On précise qu'il n'y a pas de plinthe sur la porte.

4. Quel est le montant de la dépense de monsieur Chapuis, sachant qu'il peut se contenter d'un paquet de clous ? Arrondir la réponse à l'euro près.

Exercice 5 **5 points**

Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 :

Programme de calcul A
Choisir un nombre
Ajouter 3
Multiplier le résultat par 2
Soustraire le double du nombre de départ

Le résultat du programme de calcul A est toujours égal à 6.

Affirmation 2 : Le résultat du calcul $\frac{7}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$ est égal à $\frac{1}{5}$.

Affirmation 3 : La solution de l'équation $4x-5=x+1$ est une solution de l'équation $x^2-2x=0$.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, 2^n-1 est un nombre premier.

Exercice 6 **5 points**

Dans une station de ski, les responsables doivent enneiger la piste de slalom avec de la neige artificielle. La neige artificielle est produite à l'aide de canons à neige. La piste est modélisée par un rectangle dont la largeur est 25 m et la longueur est 480 m.

Chaque canon à neige utilise 1 m^3 d'eau pour produire 2 m^3 de neige.

Débit de production de neige : 30 m^3 par heure et par canon.

1. Pour préparer correctement la piste de slalom, on souhaite produire une couche de neige artificielle de 40 cm d'épaisseur.

   Quel volume de neige doit-on produire ? Quel sera le volume d'eau utilisé ?

2. Sur cette piste de ski, il y a 7 canons à neige qui produisent tous le même volume de neige.

   Déterminer la durée nécessaire de fonctionnement des canons à neige pour produire les 4,800 m^3 de neige souhaités. Donner le résultat à l'heure près.

Exercice 7 **7 points**

Les légionelles sont des bactéries présentes dans l'eau potable. Lorsque la température de l'eau est comprise entre 30 C et 45 C, ces bactéries prolifèrent et peuvent atteindre, en 2 ou 3 jours, des concentrations dangereuses pour l'homme.

On rappelle que μ m est l'abréviation de micromètre. Un micromètre est égal à un millionième de mètre.

1. La taille d'une bactérie légionelle est 0,8 μm.

   Exprimer cette taille en m et donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

2. Lorsque la température de l'eau est 37 C, cette population de bactéries légionelles double tous les quarts d'heure.

   Une population de 100 bactéries légionelles est placée dans ces conditions.

   On a créé la feuille de calcul suivante qui permet de donner le nombre de bactéries légionelles en fonction du nombre de quarts d'heure écoulés:

	A	B
1	Nombre de quarts d'heure	Nombre de bactéries
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	

   (a) Dans la cellule B3, on veut saisir une formule que l'on pourra étirer vers le bas dans la colonne B pour calculer le nombre de bactéries légionelles correspondant au nombre de quarts d'heure écoulés. Quelle est cette formule ?

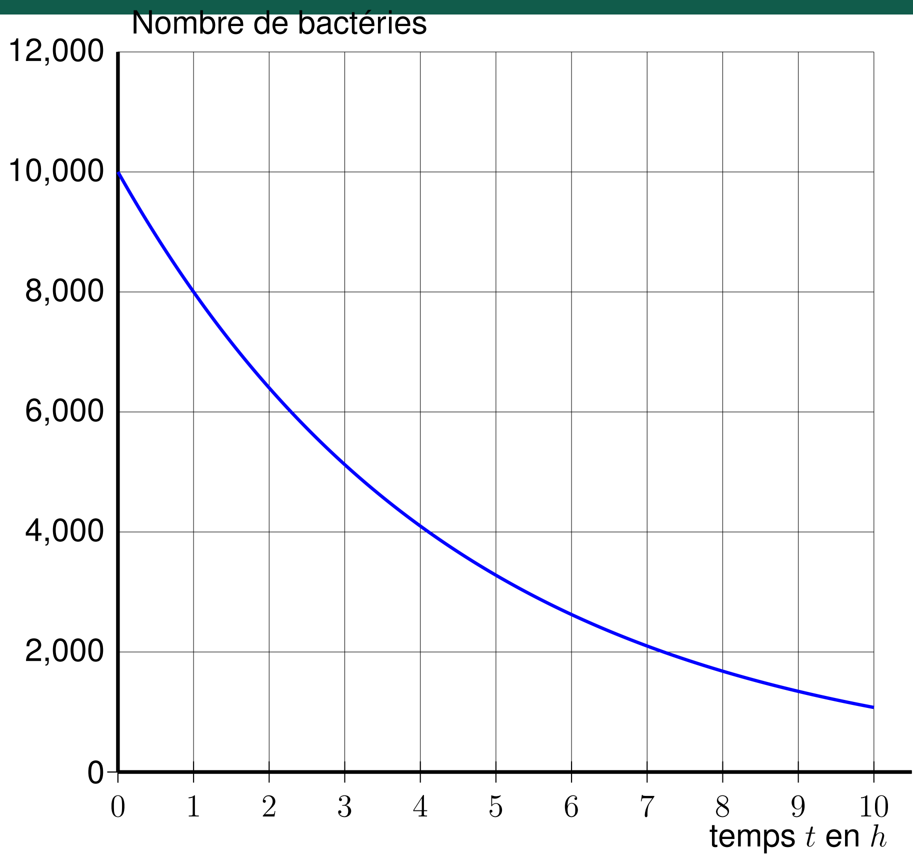
   (b) Quel est le nombre de bactéries légionelles au bout d'une heure ?

   (c) Le nombre de bactéries légionelles est-il proportionnel au temps écoulé ?

   (d) Après combien de quarts d'heure cette population dépasse-t-elle dix mille bactéries légionelles ?

3. On souhaite tester l'efficacité d'un antibiotique pour lutter contre la bactérie légionelle. On introduit l'antibiotique dans un récipient qui contient 10^4 bactéries légionelles au temps $t = 0$. La représentation graphique, ci-dessous, donne le nombre de bactéries dans le récipient en fonction du temps.

   Faire apparaître, sur ce graphique, les traits justifiant les réponses suivantes.



(a) Au bout de 3 heures, combien reste-t-il environ de bactéries légionelles dans le récipient ?

(b) Au bout de combien de temps environ reste-t-il 6,000 bactéries légionelles dans le récipient?

(c) On estime qu'un antibiotique sera efficace sur l'être humain s'il parvient à réduire de $80\,\%$ le nombre initial de bactéries dans le récipient en moins de 5 heures.
En s'aidant du graphique, étudier l'efficacité de l'antibiotique testé sur l'être humain.

Correction

Exercice 1 : **6 points**

1. Il y a 30 boules bleues sur 120 boules : la probabilité est donc égale à $\dfrac{30}{120} = \dfrac{30 \times 1}{30 \times 4} = \dfrac{1}{4}$.
2. On ne peut pas savoir.
3. (a) Si r est le nombre de boules rouges dans le sac, on a :
   $0,4 = \dfrac{r}{120}$ soit $r = 120 \times 0,4 = 48$.
   Il y a 48 boules rouges.

   (b) D'après le résultat précédent, il reste :
   $120 - (30 + 48) = 120 - 78 = 42$ boules vertes.
   La probabilité de tirer une boule verte est donc égale à :
   $\dfrac{42}{120} = \dfrac{7 \times 6}{20 \times 6} = \dfrac{7}{20} = \dfrac{7 \times 5}{20 \times 5} = \dfrac{35}{100} = 0,35$.

Exercice 2 **7 points**

1. On a AF$^2 = 5^2 = 25$;
   AG^2 + GF$^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, soit :
   AF^2 = AG^2 + GF^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle AGF est rectangle en G.

2. Les droites (FG) et (AE) sont parallèles ; comme la droite (AG) est perpendiculaire à la droite (FG), elle est aussi perpendiculaire à la droite (ED) : le triangle AED est donc rectangle en E.

   Le théorème de Pythagore appliqué à ce triangle s'écrit :

   $\text{AE}^2 + \text{ED}^2 = \text{AD}^2$ soit $(6,8+4)^2 + 8,1^2 = \text{AD}^2$; donc

   $\text{AD}^2 = 116,64 + 65,61 = 182,25 = 13,5^2$; $\text{AD} = 13,5$ (cm).

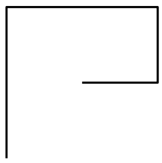
   On a donc $\text{FD} = \text{AD} - \text{AF} = 13,5 - 5 = 8,5$ (cm).

3. On a $\frac{\text{AG}}{\text{AC}} = \frac{4}{5} = 0,8$; $\frac{\text{AF}}{\text{AB}} = \frac{5}{6,25} = 0,8$.

   Comme $\frac{\text{AG}}{\text{AC}} = \frac{\text{AF}}{\text{AB}}$, que les points G, A, C d'une part, F, A et B d'autre part sont alignés d'après la réciproque de la propriété de Thalès on en déduit que les droites (FG) et (BC) sont parrallèles.

Exercice 3 **6 points**

1. (a)



   (b) On a tourné quatre fois de 90, donc fait un tour : le stylo est encore orienté vers la droite.

2. Ce ne peut être la figure 1 puisque l'on déplace de 30 puis de 60, alors que dans le tour on répète deux déplacements de 30.

   Ce ne peut être la figure 2 puisque l'on tourne après chaque déplacement de 60.

   Il ne reste donc que la figure 3.

3. Les déplacements augmentent bien de longueur à chaque fois ; il suffit donc de tourner de 60 pour obtenir la figure 2.

Exercice 4 **9 points**

1. (a) Soit I le point de [AG] tel que $\text{GI} = 3$ (m). On a $\mathcal{A}(ABCDG) = (ICDG) + (IABC) = 7 \times 3 + \frac{7+4}{2} \times (5-3) = 21 + 11 = 32$ (m^2).
   Or $(AHDG) = 7 \times 5 = 35$ (m^2). Donc
   $\mathcal{A}(BCH) = 35 - 32 = 3$ (m^2)

(b) Déjà fait.

2. On a $32 \times \dfrac{10}{100} = 3,2$: il faut donc prévoir $32 + 3,2 = 35,2$ (m^2)

   Monsieur Chapuis doit donc acheter $\dfrac{35,2}{1.25} = 28,16$ boîtes, donc 29 boîtes.

   Il doit aussi acheter $\dfrac{35,2}{4} = 8,8$ sacs, donc 9 sacs de colle.

3. On a d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle BHC rectangle en H :
   BC^2 = BH^2 + HC$^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, d'où BC = $\sqrt{13}$.
   La longueur des plinthes est donc :
   $3 + 6 + 5 + 4 + \sqrt{13} = 18 + \sqrt{13} \approx 21,61$ (m).
   Avec une marge de 10 %, il lui faut donc acheter $22,61 \times 1,10 = 23,771$, soit en fait 24 plinthes de 1 m.

4. La dépense est égale à : $29 \times 19,95 + 9 \times 22 + 24 \times 2,95 + 5,50 = 852,85$ €.

Exercice 5 **5 points**

Pour chaque affirmation, dire en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

Affirmation 1 : 0 donne 3 puis 6 puis 6
1 donne 4 puis 8 et enfin 6.
n donne $n + 3$ puis $2n + 6$ et enfin $2n + 6 - 2n = 6$. L'affirmation est vraie quel que soit le nombre n.
Affirmation 2 :
$\dfrac{7}{5} - \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{7}{5} - \dfrac{4}{15} = \dfrac{21}{15} - \dfrac{4}{15} = \dfrac{17}{15}$. L'affirmation est fausse.
Affirmation 3 :
$4x - 5 = x + 1$ donne $4x - x = 1 + 5$, soit $3x = 6$ et enfin $x = 2$.
Or $2^2 - 2\times = 0$, donc 2 est une solution de l'équation $x^2 - 2x = 0$. L'affirmation est vraie.
Affirmation 4 :
$2^3 - 1 = 7$ qui est premier ;
$2^4 - 1 = 15$ qui est divisible par 3 et par 5 : il n'est pas premier. L'affirmation est fausse.

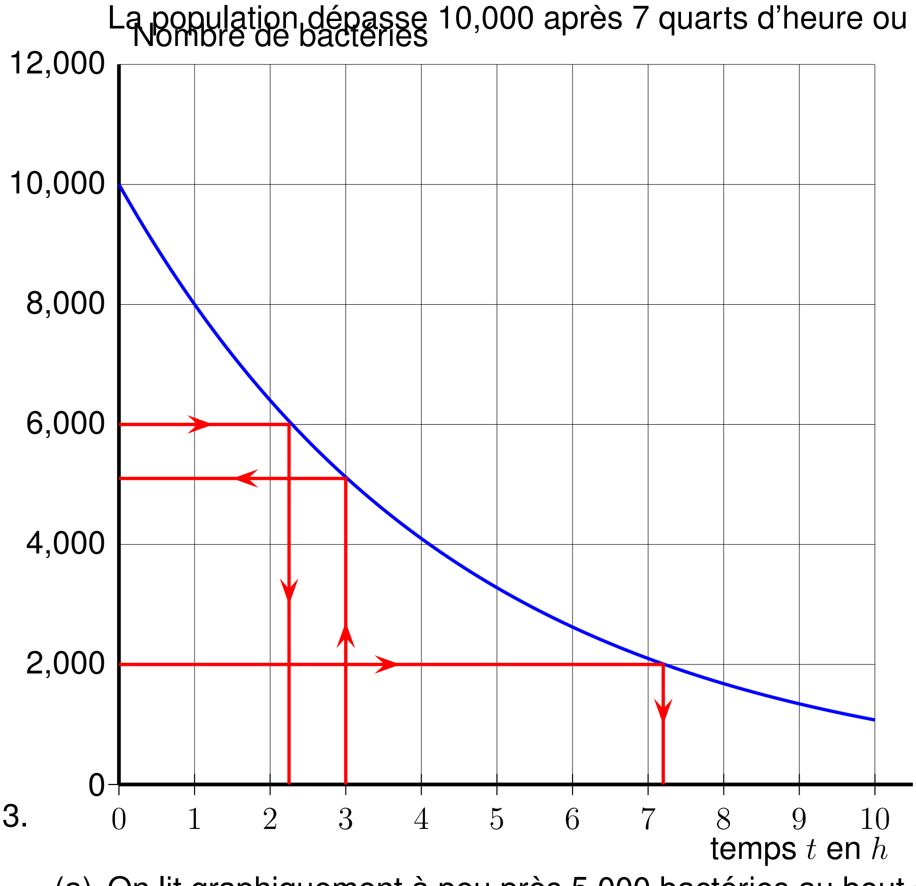
Exercice 6 **5 points**

1. La neige peut être modélisée par un parrallélépipède rectangle de dimensions : 480 m, 25 m et 0,40 m, dont le volume est :
   $480 \times 25 \times 0,4 = 12{,}000 \times 0,4 = 4{,}800$ m^3.
   1 m^3 d'eau produit 2m^3 de neige : il faudra donc $\dfrac{4{,}800}{2} = 2{,}400$m^3 d'eau.

2. Chaque heure les canons produisent $7 \times 30 = 210$ m^3 de neige.
   Ils devront fonctionner pendant :
   $\dfrac{4{,}800}{210} = \dfrac{480}{21} = \dfrac{160}{7} \approx 22,857$ (h) soit environ 23 h.

Exercice 7 **7 points**

1. La taille d'une bactérie légionelle est 0,8 μm soit $0,8 \times 10^{-6} = 8 \times 10^{-7}$ (m).
2. (a) Formule : =B2*2.
   (b) 1 h égale 4 quarts d'heure : il faut donc doubler 100 quatre fois d'où 1,600 bactéries au bout d'une heure.
   (c) On a $\frac{200}{15} = \frac{400}{30} = \frac{800}{45}$: la première égalité est vraie et la deuxième est fausse : le nombre de bactéries légionelles n'est pas proportionnel au temps écoulé.
   (d) On continue le tableau : 3,200, 6,400, 12,800 > 10,000.
   La population dépasse 10,000 après 7 quarts d'heure ou 1 h 3/4.



3. (a) On lit graphiquement à peu près 5,000 bactéries au bout de 3 heures.
   (b) On lit graphiquement à peu près 2 h 15 min.
   (c) Si la réduction est de 80 %, il devra rester au bout de 5 h moins de 20 %, soit $10{,}000 \times 0,20 = 2{,}000$. Or, on lit que cette quantité ne sera atteinte qu'en un peu plus de 7 h : l'antibiotique n'est pas assez puissant.