Exercice 1 : QCM **18 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et la réponse A, B *ou* C *choisie.*
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

<table>
<tr><th colspan="3">Propositions</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1.</td><td colspan="2">$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$ est égal à :</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>2</td><td>$\frac{7}{6}$</td></tr>
<tr><td>2.</td><td colspan="2">L'écriture scientifique de 245×10^{-5} est :</td><td>245×5</td><td>$2,45 \times 10^{-3}$</td><td>$2,45 \times 10^{-7}$</td></tr>
<tr><td>3.</td><td rowspan="2">24cmOn donne les durées en minutes entre les différents arrêts d'une ligne de bus : 3 ; 2 ; 4 ; 3 ; 7 ; 9 ; 7.</td><td>La durée moyenne est:</td><td>3 min</td><td>4 min</td><td>5 min</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>La durée médiane est :</td><td>3 min</td><td>4 min</td><td>5 min</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">Un jeu de 32 cartes comporte 4 rois.
On tire au hasard une carte du jeu.
Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ?</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{1}{32}$</td><td>$\frac{3}{32}$</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées :</td><td>(45° N ; 45° E)</td><td>(78° N ; 0° E)</td><td>(0° N ; 78° O)</td></tr>
</table>

Exercice 2 : La facture **8 points**

Un prix TTC (Toutes Taxes Comprises) s'obtient en ajoutant la taxe appelée TGC (Taxe Générale sur la Consommation) au prix HT (Hors Taxes).

En Nouvelle-Calédonie, il existe quatre taux de TGC selon les cas : 22 %, 11 %, 6 % et 3 %.

Alexis vient de faire réparer sa voiture chez un carrossier.
Voici un extrait de sa facture qui a été tâchée par de la peinture.
Les colonnes B, D et E désignent des prix en francs.

	A	B	C	D	E
1	**Référence**	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TTC
2	Phare avant	64,000	22 %	14,080	78,080
3	Pare-chocs	18,000	22 %	[redacted]	21,960
4	Peinture	11,700	11 %	1,287	12,987
5	Main d'uvre	24,000	[redacted]	1,440	25,440
6				**TOTAL À RÉGLER (en Francs)**	**138,467**

1. Quel est le montant TGC pour le pare-chocs ?
2. Quel est le pourcentage de la TGC qui s'applique à la main d'uvre?
3. La facture a été faite à l'aide d'un tableur.
   Quelle formule a été saisie dans la cellule E6 pour obtenir le total à payer ?

Exercice 3 : Programmes de calcul **11 points**

On donne les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	**Programme B**
• Choisir un nombre • Soustraire 5 à ce nombre • Multiplier le résultat par le nombre de départ	• Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire 4 au résultat

1. Alice choisit le nombre 4 et applique le programme A.
   Montrer qu'elle obtiendra -4.
2. Lucie choisit le nombre -3 et applique le programme B.
   Quel résultat va-t-elle obtenir ?

Tom souhaite trouver un nombre pour lequel des deux programmes de calculs donneront le même résultat.

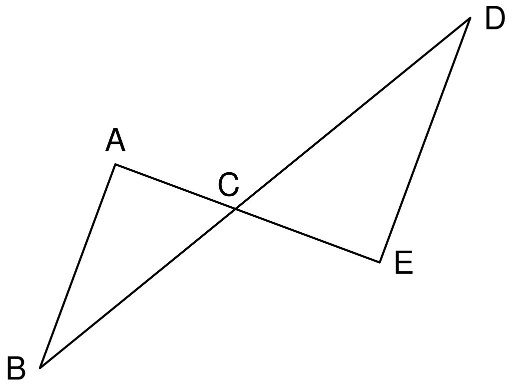
Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.
4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.
5. Quel est le nombre que Tom cherche ?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise, en compte dans la notation.

Exercice 4 : La régate **16 points**

AB $= 400$, AC $= 300$, BC $= 500$ et CD $= 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C
Les droites (AB) et (DE)sont parallèles

1. Calculer la longueur DE.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle,
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Arrondir au degré.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A, puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

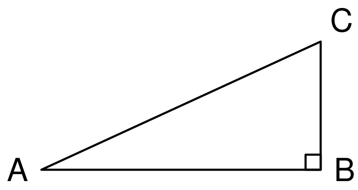
Maltéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer les 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2,880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.
5. Calculer la vitesse moyenne de Maltéo. Arrondir à l'unité.

Exercice 5 : La corde **7 points**

Le triangle ABC rectangle en B ci-dessous est tel que AB $= 5$ m et AC $= 5,25$ m.

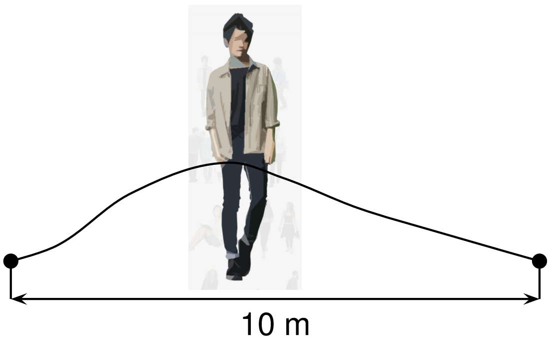
1. Calculer, en m, la longueur BC.
   Arrondir au dixième.



Une corde non élastique de $10,5$ m de long est fixée au sol par ses deux extrémités entre deux poteaux distants de 10 m.

2.

Melvin qui mesure 1,55 m pourrait-il passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu ?



Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.

Exercice 6 : Les étiquettes **14 points**

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.

   Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

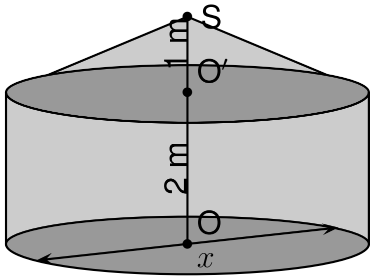
Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.
Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.
Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

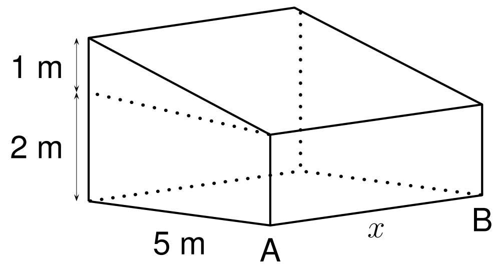
4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.

   Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice 7 : L'habitation **15 points**

Nolan souhaite construire une habitation.
Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.
La case est représentée par un cylindre droit d'axe (OO′) surmontée d'un cône de révolution de sommet S.
Les dimensions sont données sur les figures suivantes.
x **représente à la fois le diamètre de la case et la longueur AB du prisme droit.**



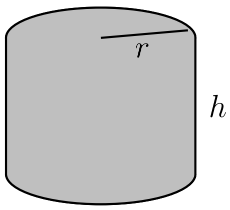


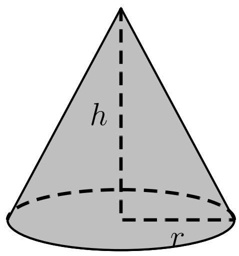
Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est 18π m^3.
2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
3. En déduire que le volume total de la case est environ 66 m^3.

Rappels : Cylindre rayon de base r et de hauteur h — Cône rayon de base r et de hauteur h





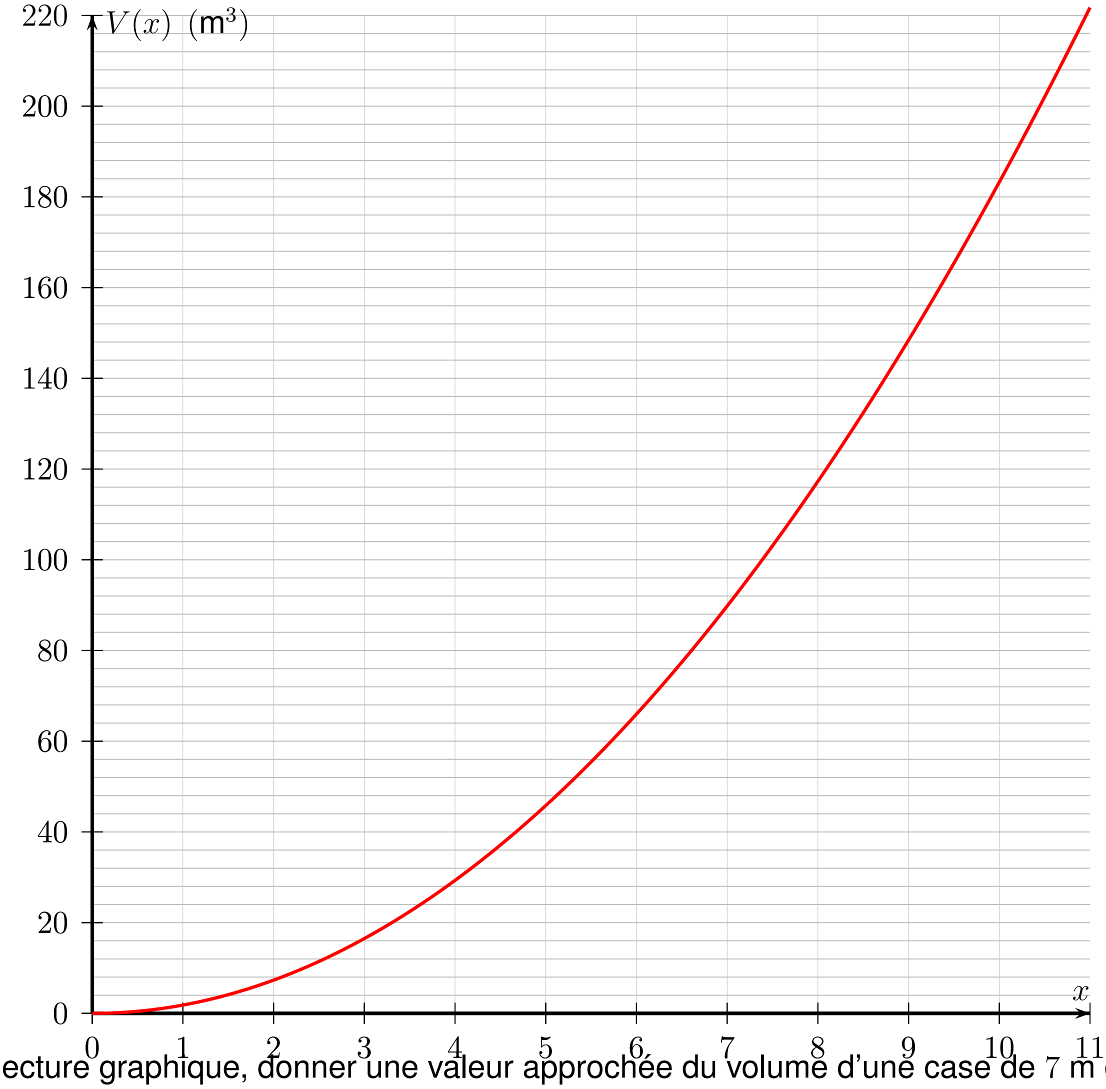
Volume $= \pi \times r^2 \times h$ — Volume $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x.

Volume de la case en fonction de x



1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.
   Tracer des pointillés permettant la lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par

$$V(x) = 12,5x.$$

2. Calculer l'image de 8 par la fonction V.
3. Quelle est la nature de la fonction V ?
4. Sur le graphique ci-dessus, tracer la représentation graphique de la fonction V.

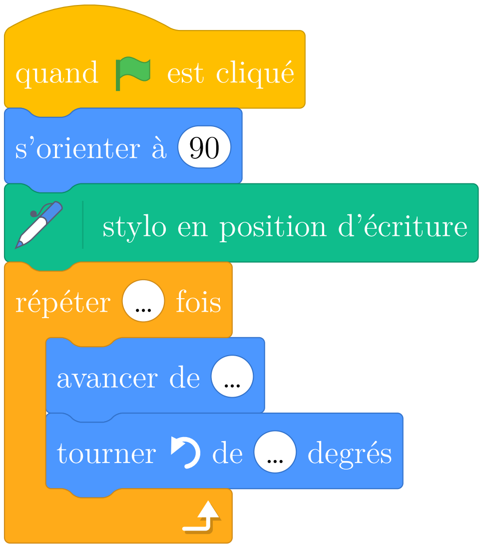
Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de x est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.

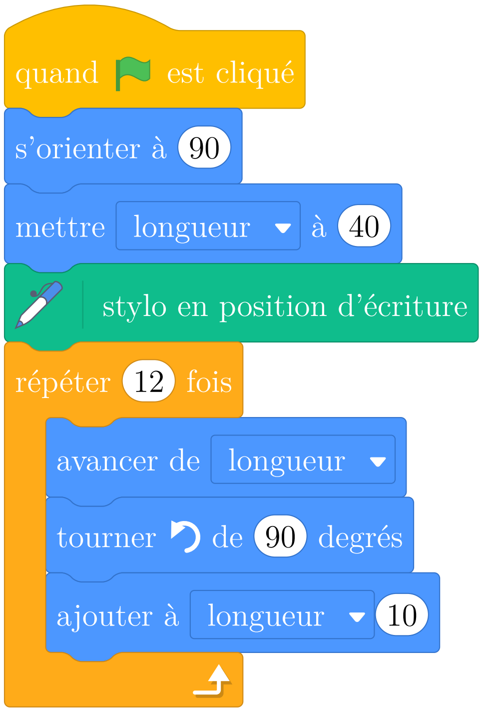
Exercice 8 : Scratch **11 points**

Le script suivant permet de tracer le carré de côté 50 unités .

1. Sur le script suivant, compléter le script pour obtenir un triangle équilatéral de coté 80 unités.



2. On a lancé le script suivant :



Entourer la figure obtenue avec ce script.

Figure 1

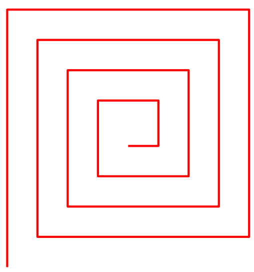


Figure 2

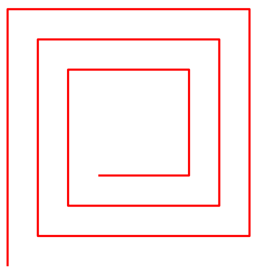
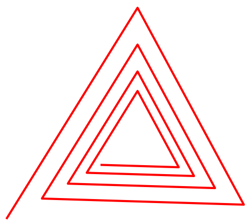


Figure 3



Correction

Exercice 1 : QCM **18 points**

1. $\dfrac{5}{3} - \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{10}{6} - \dfrac{3}{6} = \dfrac{7}{6}$.
2. $245 \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^{2} \times 10^{-5} = 2,45 \times 10^{-3}$.
3. • Durée moyenne : $\dfrac{3+2+4+3+7+9+7}{7} = \dfrac{35}{7} = 5$ (min).
4. • Durée médiane : $2 < 3 \leqslant 3 <$ **4** $< 7 \leqslant 7 < 9$, le temps médian est 4 (min).
5. On a $p(\text{Roi}) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$.
6. (0N ; 78O) : latitude nulle.

Exercice 2 : La facture **8 points**

	A	B	C	D	E
1	**Référence**	Prix HT	TGC (en %)	Montant TGC	Prix TTC
2	Phare avant	64,000	22 %	14,080	78,080
3	Pare choc	18,000	22 %	[redacted]	21,960
4	Peinture	11,700	11 %	1,287	12,987
5	Main d'uvre	24,000	[redacted]	1,440	25,440
6				**TOTAL À RÉGLER (en Francs)**	**138,467**

1. Le montant TGC pour le pare-chocs est égal à la différence $21{,}960 - 18{,}000 = 3{,}960$ (francs).

   On peut aussi calculer $18{,}000 \times \dfrac{22}{100} = 3{,}960$ (francs).
2. On a $\frac{1{,}440}{24{,}000} \times 100 = \dfrac{1{,}440}{24} = 6$ (%)
3. Dans la case C6 on écrit : = SOMME(E2:E5)

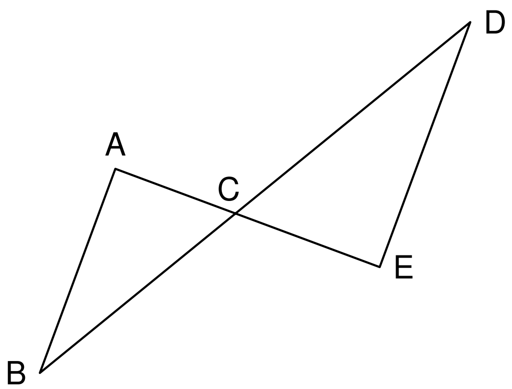
Exercice 3 : Programmes de calcul **11 points**

1. Elle obtient : $4 \rightarrow -1 \rightarrow -4$.
2. Lucie obtient $-3 \rightarrow 9 \rightarrow 5$.
3. On a successivement avec le programme A : : $x \rightarrow x - 5 \rightarrow x(x-5)$.
4. On a successivement avec le programme B : : $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2 - 4$.
5. On veut trouver x tel que :

   $x(x-5) = x^2 - 4$ ou $x^2 - 5x = x^2 - 4$ ou encore $4 = 5x$, soit en multipliant chaque membre par $\dfrac{1}{5}$, $x = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

EXERCICE 4 : La régate **16 points**

Dans la figure suivante, on donne les distances en mètres :
AB $= 400$, AC $= 300$, BC $= 500$ et CD $= 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C Les droites (AB) et (DE)sont parallèles

1. Les droites (AB) et (DE) étant parallèles, on peut écrire d'après le théorème de Thalès :

   $\dfrac{\text{DE}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{CD}}{\text{BC}}$ soit $\dfrac{\text{DE}}{400} = \dfrac{700}{500}$,d'où en multipliant par 400 : DE $= 400 \times \dfrac{700}{500} = 400 \times \dfrac{7}{5} = 560$ (m).

2. On a BC$^2 = 500^2 = 25{,}000$ et AB^2 + AC$^2 = 400^2 + 300^2 = 16{,}000 + 9{,}000 = 25{,}000$.

   On a donc AB^2 + AC^2 = BC^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3. Par définition du cosinus d'un angle aigu, dans le triangle ABC rectangle en A :

   $\cos \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}} = \dfrac{400}{500} = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

   La calculatrice donne, en mode degré : $\widehat{\text{ABC}} \approx 36,8$,soit 37 au degré près.

4. *Remarque : non demandé* :

   Pour calculer la longueur d'un parcours, il reste à calculer CE.

   Or les droites (AB) et (DE) étant parallèles, la droite (AC) perpendiculaire à (AB) est aussi perpendiculaire à (DE), donc le triangle CDE est rectangle en E.

   D'après le théorème de Pythagore :

   CE^2 + ED^2 = CD^2 ou CE$^2 + 560^2 = 700^2$,soit CE$^2 = 700^2 - 560^2 = (700 + 560) \times (700 - 560) = 1{,}260 \times 140 = 176{,}400$.

   D'où CE $= \sqrt{176{,}400} = 420$ (m).

   Longueur d'un parcours : AB + BC + CD + DE + EC + CA $= 400 + 500 + 700 + 560 + 420 + 300 = 2{,}880$.

   Les 5 tours représentent donc une longueur de $5 \times 2{,}880 = 14{,}400$ (m) ou 14,4 (km).

5. 1 h 48 min = 60 + 48 = 108 min. La vitesse moyenne est égale au quotient de la distance parcourue par le le temps mis pour faire les 5 tours :

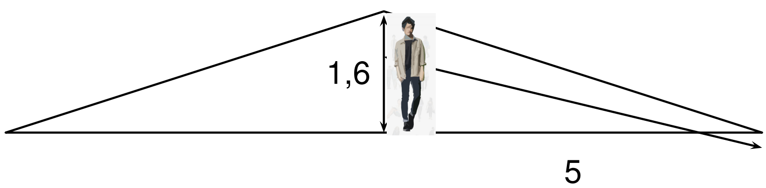
   $v = \dfrac{14{,}400}{108} = \dfrac{1{,}600}{12} = \dfrac{400}{3} \approx 133,33$ (m/min) soit $\approx 60 \times 133,33 = 7{,}999.8$ (m/h), soit enfin à peu près 8 (km/h).

EXERCICE 5 : La corde **7 points**

1. Le triangle ABC étant rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

   AB^2 + BC^2 = AC^2, soit 5^2 + BC$^2 = 5,25^2$ ou encore BC$^2 = 5,25^2 - 5^2 = 2.562{,}5 \approx 1.600{,}78$ soit 1,6 m au dixième près.

2. Si la corde est tendue en son milieu on a la figure suivante composée de deux triangles rectangles identiques à celui de la question **1.**:



   Comme $1,55 < 1,60$, Melvin qui mesure 1,55 m pourra passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu.

EXERCICE 6 : Les étiquettes **14 points**

1. - Comme $1+0+2=3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
   - $102 = 90+12 = 3\times 30 + 3\times 4 = 3\times(30+4) = 3\times 34$.

   102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.

2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5\times 17$.

   On a vu que $102 = 3\times 34 = 3\times 2\times 17 = 2\times 3\times 17$.

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

   $2\times 3 = 6$; $2\times 17 = 34$; $3\times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.

4. Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.

   Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.

5. Par contre 17 divise 85 ($85 = 5\times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17\times 6$).

   Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5\times 6 = 30$ par feuille.

   Remarque : on peut aussi utiliser les aires.

   Une étiquette a une aire de $17\times 17 = 289$ et la feuille une aire de $85\times 102 = 8{,}670$.

   On pourra donc faire $\dfrac{8{,}670}{289} = 30$ étiquettes dans une feuille.

EXERCICE 7 : L'habitation **15 points**

Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

1. Le diamètre a une longueur de 6 m. Donc avec $r = 3$, le volume du cylindre est égal à :

   $\pi\times 3^2\times 2 = 18\pi$ m^3.

2. Le volume de la partie conique est égale à :

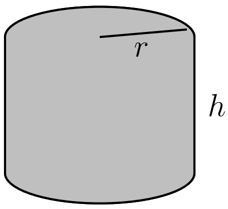
   $\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 1 = 3\pi$ m^3, soit $\approx 9,42$ ou 9 m^3 à l'unité près.

3. Le volume de la case est donc égal à :

   $18\pi + 3\pi = 21\pi \approx 65,97$, soit ≈ 66 m^3 à l'unité près.

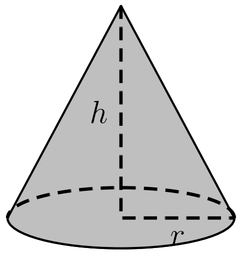
Rappels :

Cylindre rayon de base r et de hauteur h



Volume $= \pi \times r^2 \times h$

Cône rayon de base r et de hauteur h



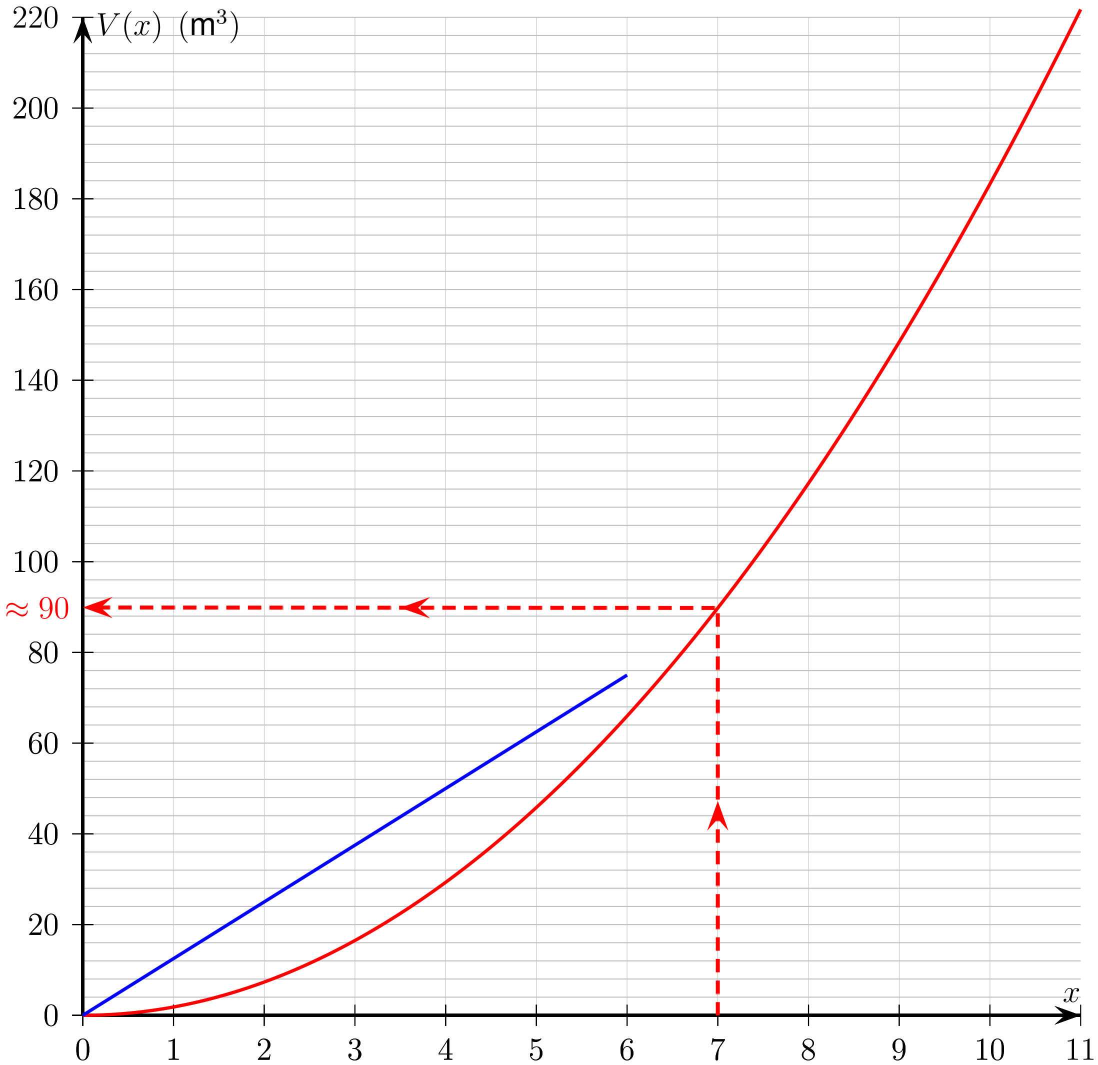
Volume $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x.

Volume de la case en fonction de x



1. On lit sur le graphique ci-dessus $V(7) \approx 90$ m^3.

$$V(x) = 12,5x.$$

2. On a $V(8) = 12,5 \times 8 = 100$ m^3.
3. La fonction V est une fonction linéaire.
4. La représentation graphique de la fonction linéaire V est une droite contenant l'origine.
5. - Le plus grand volume de la maison est donc $V(6) = 12,5 \times 6 = 75$ m^3.
   - Le plus grand volume de la case est donc $V(6) \approx 66$ m^3.

   Nolan choisira donc la maison.

EXERCICE 8 : Scratch **11 points**

1. Voici le script pour obtenir un triangle équilatéral de coté 80 unités.

2. Il suffit de compter le nombre de segments tracés : 12. Seule la figure 2 convient.

Figure 1

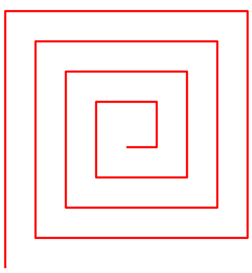


Figure 2

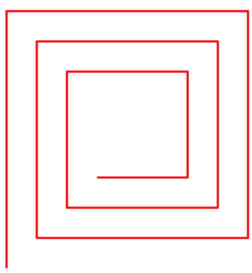


Figure 3