Exercice 1 **20 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On donne la série de nombres suivante : 10 ; 6 ; 2 ; 14 ; 25 ; 12 ; 22. La médiane est :	12	13	14
2. Un sac opaque contient 50 billes bleues, 45 rouges, 45 vertes et 60 jaunes. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard dans ce sac. La probabilité que cette bille soit jaune est :	60	0,3	$\frac{1}{60}$
3. La décomposition en facteurs premiers de 2,020 est :	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
4. La formule qui permet de calculer le volume d'une boule de rayon R est :	$2\pi R$	πR^2	$\frac{4}{3}\pi R^3$
5. Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs

Exercice 2 **20 points**

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre;
- Ajouter 7 à ce nombre;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ;
- Multiplier les deux résultats précédents;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.
2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?
3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.

   Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.

   A-t-il raison ?

4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.

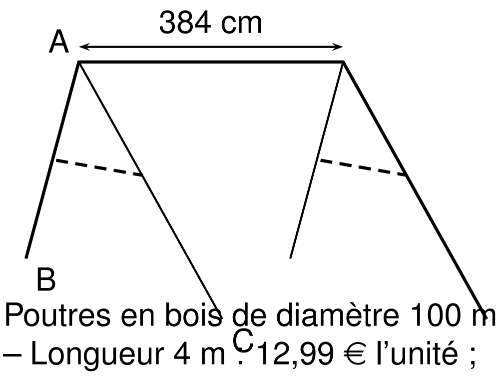
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

Exercice 3 **23 points**

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

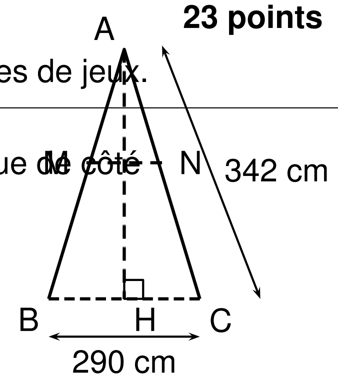
Vue d'ensemble



: poutres en bois de diamètre 100 mm

: barres de maintien latérales en bois.

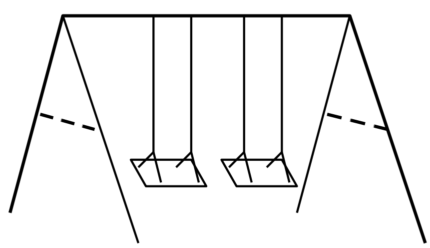
Vue de côté



ABC est un triangle isocèle en A.
H est le milieu de [BC]
(MN)est parallèle à (BC).

Document 2 : coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :
– Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
– Longueur 3, 5 m : 11,75 € l'unité ;
– Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.
Barres de maintien latérales en bois:
– Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;
– Longueur 2 m : 4,75 € l'unité ;
– Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique: 80 €.
Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.

2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet (AN $= 165$ cm). Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.

3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.

4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.

5. Pour des raisons de sécurité, l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ doit être compris entre 45 et 55.

   Ce portique respecte-t-il cette condition ?

Exercice 4 **23 points**

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires. Plusieurs tarifs sont proposés:

- Tarif A : 8 € par demi-journée ;
- Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1. Compléter ce tableau.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

2. Retrouver parmi les réponses suivantes la formule qui a été saisie dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite :

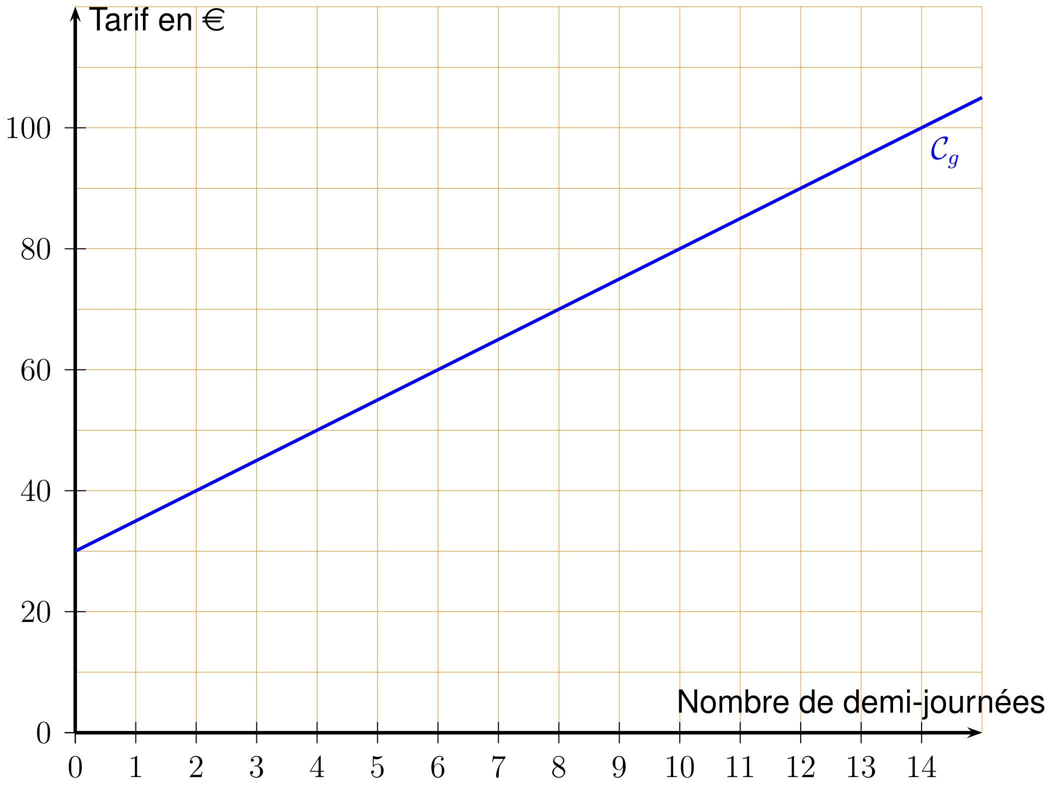
Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
$= 8*$B1	$= 30 *$ B1 $+ 5$	$= 5 *$ B1 $+ 30 *$ B1	$= 30 + 5 *$ B1	$= 35$

3. On considère les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités :

   - Tarif A : $f(x) = 8x$
   - Tarif B : $g(x) = 30 + 5x$

Parmi ces fonctions, quelle est celle qui traduit une situation de proportionnalité ?

4. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction g. Représenter sur ce même graphique la fonction f.



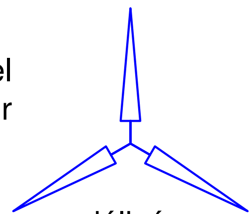
5. Déterminer le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égal au tarif B.

6. Avec un budget de 100 €, déterminer le nombre maximal de demi-journées auxquelles on peut participer.

   Décrire la méthode choisie.

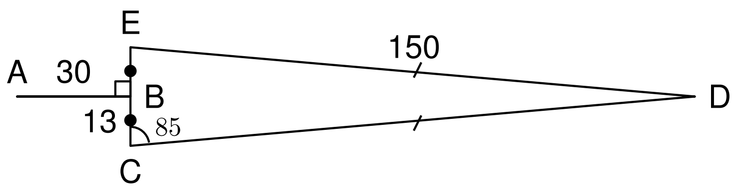
Exercice 5 **14 points**

On cherche à dessiner une éolienne avec le logiciel Scratch ; elle est formée de 3 pales qui tournent autour d'un axe central.



Éolienne modélisée par Scratch

1. La figure ci-dessous représente une pale d'éolienne.



– DEC est un triangle isocèle en D;
– B est le milieu de [EC] ;
– [AB] est perpendiculaire à [EC] ;
– $\widehat{ECD} = 85$.

a. Montrer que l'angle $\widehat{CDE} = 10$.

b. Le script pale ci-contre permet de tracer une pale de l'éolienne avec le logiciel Scratch.
Pourquoi la valeur indiquée dans le bloc de la ligne 6 est-elle 95 ?

c. Dans ce même script pale , par quelle valeur doit-on compléter le bloc situé à la ligne 8 ?
Recopier cette valeur sur votre copie.

2. Le script éolienne ci-contre permet de tracer l'éolienne avec le logiciel Scratch. Par quelle valeur doit-on compléter la boucle répéter ? Recopier cette valeur sur votre copie.

Correction

Exercice 1 **20 points**

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On donne la série de nombres suivante : 10 ; 6 ; 2 ; 14 ; 25 ; 12 ; 22. La médiane est :	12	13	14
2. Un sac opaque contient 50 billes bleues, 45 rouges, 45 vertes et 60 jaunes. Les billes sont indiscernables au toucher. On tire une bille au hasard dans ce sac. La probabilité que cette bille soit jaune est :	60	0,3	$\frac{1}{60}$
3. La décomposition en facteurs premiers de 2,020 est :	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
4. La formule qui permet de calculer le volume d'une boule de rayon R est :	$2\pi R$	πR^2	$\frac{4}{3}\pi R^3$
5. Une homothétie de centre A et de rapport -2 est une transformation qui :	agrandit les longueurs	réduit les longueurs	conserve les longueurs

1. En ordonnant la série des 7 valeurs : 2 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14 ; 22 ; 25, on voit que la 4e, 12 est la médiane.
2. La probabilité de tirer une bille jaune est $\dfrac{60}{50+45++45+60} = \dfrac{60}{200} = \dfrac{30}{100} = 30\,\% = 0,3$.
3. $2{,}020 = 202 \times 10 = 2 \times 101 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$.
4. $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.
5. Elle agrandit les longueurs.

Exercice 2 **20 points**

1. On a la suite de nombres : $2 \to 9$ et d'autre part $2 - 7 = -5$: leur produit est $9 \times (-5) = -45$. Enfin $-45 + 50 = 5$.
2. De même $-10 \to -3$ et d'autre part $-10 - 7 = -17$; d'où $(-3) \times (-17) = 51$. Enfin $51 + 50 = 101$.
3. Il a tort puisque d'après la question 2 -10 donne 101. or $2 \times (-10) + 1 = -20 + 1 = -19$.
4. x donne d'une part le premier facteur $x + 7$ et le second facteur est $x - 7$, donc leur produit est $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$ (identité remarquable).

   Le résultat final est $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$.
5. Il faut trouver x tel que :

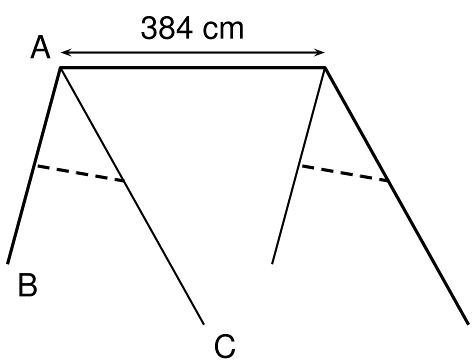
   $x^2 + 1 = 17$, soit en ajoutant -1 à chaque membre : $x^2 = 16$ ou $x^2 - 16 = 0$ ou $(x+4)(x-4) = 0$; ce produit étant nul si l'in des facteurs est nul, il y a deux solutions : -4 et 4.

Exercice 3 **23 points**

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

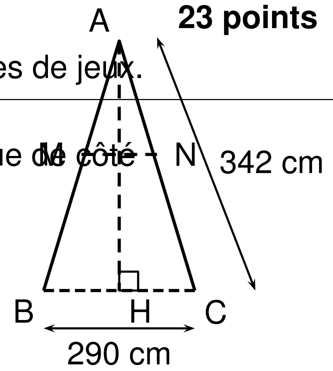
Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



: poutres en bois de diamètre 100 mm
: barres de maintien latérales en bois.

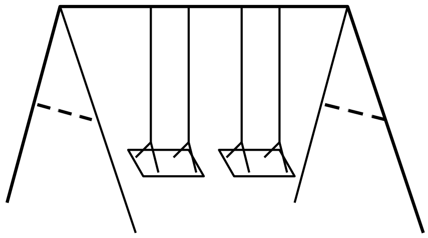
Vue de côté



ABC est un triangle isocèle en A.
H est le milieu de [BC]
(MN)est parallèle à (BC).

Document 2 : coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :
– Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
– Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité ;
– Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.
Barres de maintien latérales en bois:
– Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;
– Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
– Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique: 80 €.
Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Dans le triangle ABC isocèle en A, la hauteur (AH) est aussi la médiane, donc BH = HC $= \dfrac{290}{2} = 145$.

   Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ACH rectangle en H s'écrit :

   $\text{AC}^2 = \text{AH}^2 + \text{HC}^2$, soit $342^2 = \text{AH}^2 + 145^2$.

   Donc $\text{AH}^2 = 342^2 - 145^2 = (342 + 145) \times (342 - 145) = 487 \times 197 = 95{,}939$.

   Conclusion AH $= \sqrt{95{,}939} \approx 309,74$, soit 310 cm au centimètre près.

2. On a avec (MN) parallèle à (BC) une situation de Thalès. On peut donc écrire :
   $\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}} = \dfrac{\text{MN}}{\text{BC}}$ ou $\dfrac{165}{342} = \dfrac{\text{MN}}{290}$. On en déduit en multipliant chaque membre par 290 :
   $\text{MN} = 290 \times \dfrac{165}{342} = \dfrac{290 \times 165}{342} = \dfrac{2 \times 145 \times 3 \times 55}{2 \times 3 \times 57} = \dfrac{145 \times 55}{57} \approx 139,9$ soit environ 140 cm au centimètre près.

3. Il faut :

   – pour la poutre principale 1 poutre de 4 m ;

   – pour les pieds 4 poutres de 3,5 m ;

   – pour le maintien 2 barres de 1,5 m, soit :

   $12,99 + 4 \times 11,75 + 2 \times 3,89 = 12,99 + 47 + 7,68 = 66,67$ (€), plus les fixations et les deux balançoires, soit :

   $66,67 + 80 + 50 = 197,67$ (€). Ce n'est pas le coût minimal car, pour les barres de maintien au lieu de prendre 2 barres de 1,5 m à 3,89 €, on peut en prendre une de 3 m à 6,99 € et la couper en deux.

   Le coût est alors :

   $12,99 + 4 \times 11,75 + 6,99 + 80 + 50 = 196,98$ (euro).

4. Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,2$.

   Le prix de vente sera donc : $196,98 \times 1,2 = 236,376 \approx 236,38$ (€).

5. Dans le triangle rectangle en H, AHC, on a :

   $\sin \widehat{\text{HAC}} = \dfrac{\text{HC}}{\text{AC}} = \dfrac{145}{342} \approx 0.423{,}977.$

   Avec la touche $\boxed{\sin^{-1}}$, on obtient $\widehat{\text{HAC}} \approx 25.085{,}9$.

   La triangle BAC étant isocèle en A, on a donc $\widehat{\text{BAC}} = 2 \times \widehat{\text{HAC}} \approx 50,17$, donc le portique respecte la condition de sécurité.

Exercice 4 **23 points**

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires. Plusieurs tarifs sont proposés:

- Tarif A : 8 € par demi-journée ;
- Tarif B : une adhésion de 30 € donnant droit à un tarif préférentiel de 5 € par demi-journée

Un fichier sur tableur a été préparé pour calculer le coût à payer en fonction du nombre de demi-journées d'activités pour chacun des tarifs proposés :

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16			
3	Tarif B	35	40			

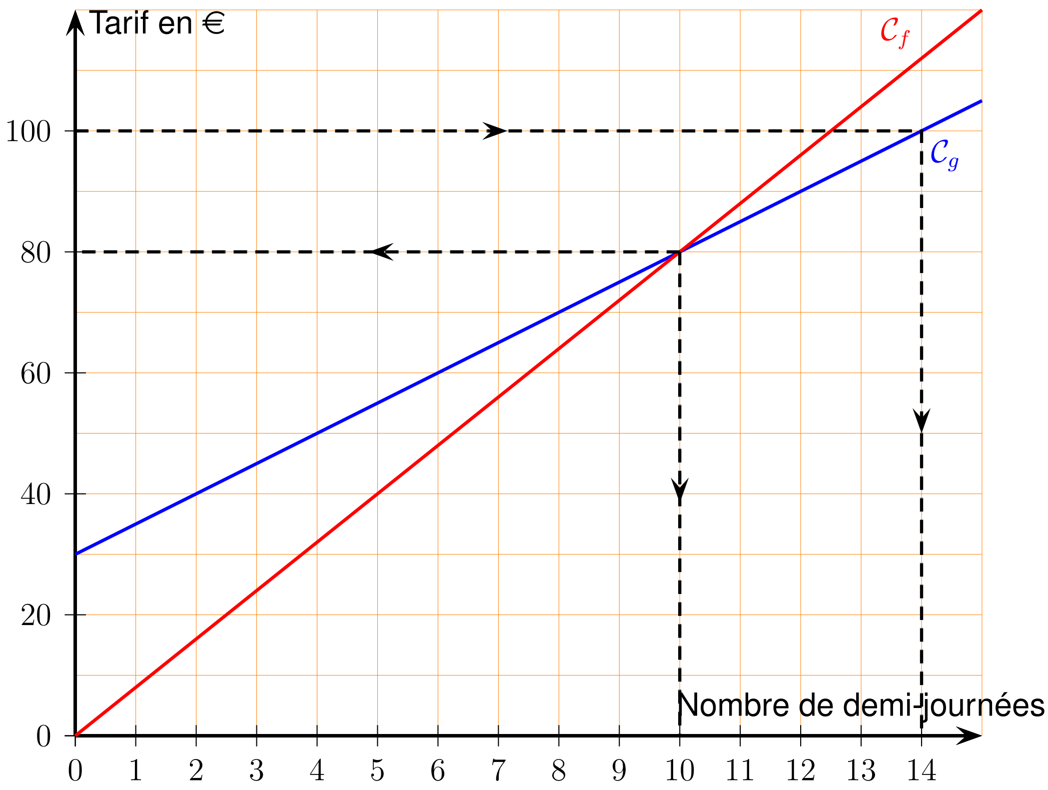
Les questions 1, 2, 4 et 5 ne nécessitent pas de justification.

1.

	A	B	C	D	E	F
1	Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
2	Tarif A	8	16	24	32	40
3	Tarif B	35	40	45	50	55

2. La bonne formule est $= 30 + 5 * \text{B}1$.

3. C'est la fonction linéaire f

4. 

5. • *Graphiquement* (ce qui semble demandé) : on voit que pour $x = 10$ le prix à payer est le même avec les deux formules : 80 €.
   • *Par la calcul* Il faut résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation :

   $f(x) = g(x)$ ou $8x = 5x + 30$ ou $3x = 30$ et enfin en multipliant chaque membre par $\dfrac{1}{3}$, $x = 10$.

6. • *Graphiquement*

   La droite d'équation $y = 100$ coupe $\mathcal{C}_g$ en un point d'abscisse maximal, soit $x = 14$.

   Avec 100 € il vaut mieux choisir la formule B ; on aura 14 demi-journées.

   • *Par le calcul*

   On résout $100 = f(x)$ soit $100 = 8x$ ou $25 = 2x$, soit $x = 12,5$, donc en fait 12 demi-journées.

   On résout ensuite $100 = g(x)$ soit $100 = 5x + 30$ soit $70 = 5x$ c'est-à-dire $5 \times 14 = 5 \times x$, donc $14 = x$.

Exercice 5 **14 points**

1.

a. Les angles à la base du triangle isocèle en D, EDC ont la même mesure. On sait que la somme des mesures des trois angles est égale à 180 en degrés. Donc $85 + 85 + \widehat{\text{EDC}} = 180$, d'où $\widehat{\text{EDC}} = 180 - 170 = 10()$.

b. Après la ligne 9, on est en D, dans la direction opposée de celle de C. Pour aller vers E, il faut faire demi-tour donc tourner vers la gauche de 180 et de revenir de 10, donc de tourner vers la gauche de 170.
Après la ligne 5, on est en C dans la direction opposée à celle de E ; pour aller vers D il faut tourner vers la gauche du supplémentaire de l'angle de mesure 85, soit de $180 - 85 = 95()$.

c.

2. Il y a 3 pales : il faut donc répéter 3 fois le script pale .