Exercice 1 — 20 points

1. Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet. On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.

   (a) Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total ?

   (b) Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche ?

2. Avec ces dragées, ils réalisent des ballotins pour leur mariage de sorte que:

   - le nombre de dragées roses est le même dans chaque ballotin ;
   - le nombre de dragées blanches est le même dans chaque ballotin ;
   - toutes les dragées soient utilisées.

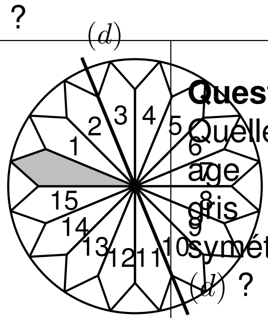
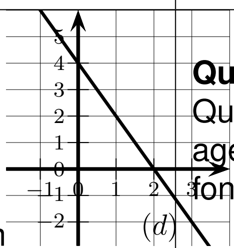
   (a) Peuvent-ils réaliser 21 ballotins?

   (b) Décomposer 630 et 810 en produits de facteurs premiers.

   (c) En déduire le nombre maximum de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser. Donner alors la composition de chaque ballotin.

Exercice 2 — 18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées.
Une seule réponse est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Question 1 Quelle est l'écriture scientifique de 13,420 ?	$1,342 \times 10^{-4}$	$1,342 \times 10^{4}$	$1{,}342 \times 10^{1}$
Question 2 On a relevé, en mètres, les onze meilleures performances du lancer de marteau chez les hommes: 85,14 ; 85,14 ; 85,20 ; 85,60 ; 85,68 ; 85,74 ; 86,04 ; 86,34 ; 86,51 ; 86,66 ; 86,74. Quelle est la médiane de cette série ?	85,74	85,86	85,89
 23.2cm **Question 3** Quelle est l'image du motif gris par la symétrie d'axe (d) ?	Le motif 8	Le motif 15	Le motif 5
Question 4 Quelle est l'image du motif gris par la rotation de centre O et d'angle 90 dans le sens antihoraire ?	Le motif 4	Le motif 12	Le motif 13
 23.2cm **Question 5** Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?	0	1	4
Question 6 Quel est le coefficient directeur de la droite (d) ?	2	$-0,5$	-2

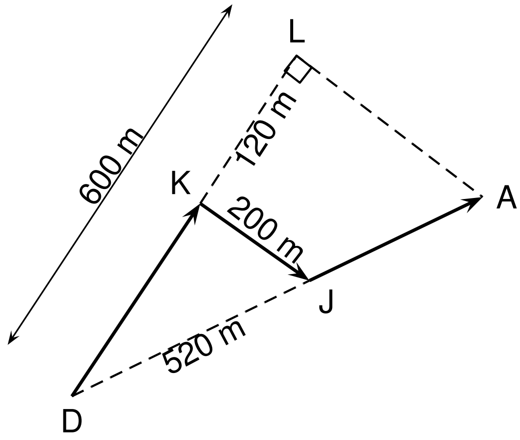
Exercice 3 — 22 points

Sur la figure ci-après, qui n'est pas à l'échelle, on a représenté le trajet de la course que doit faire Oscar.

Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne :

DL = 600 m ;
KJ = 200 m ;
DJ = 520 m ;
KL = 120 m.



1. Montrer que la longueur DK est égale à 480 m.
2. Montrer que le triangle DKJ est rectangle en K.
3. Justifier que les droites (KJ) et (LA) sont parallèles.
4. Montrer que le segment [DA] mesure 650 m.
5. Calculer la longueur du trajet DKJA, fléché sur la figure.
6. Un photographe place une caméra au point D. Afin de filmer l'ensemble de la course sans bouger la caméra, l'angle $\widehat{\text{LDA}}$ doit être inférieur à 25.

   Est-ce le cas ?

Exercice 4 — 18 points

On considère le programme de calcul ci-dessous :

• Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire le triple du nombre de départ • Soustraire 4

1. Montrer que si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 6.
2. On choisit x comme nombre de départ.

   Exprimer le résultat du programme en fonction de x.
3. Vérifier que l'on peut écrire ce résultat sous la forme $(x+1)(x-4)$.
4. Déterminer les nombres à choisir au départ pour que le résultat du programme soit 0.

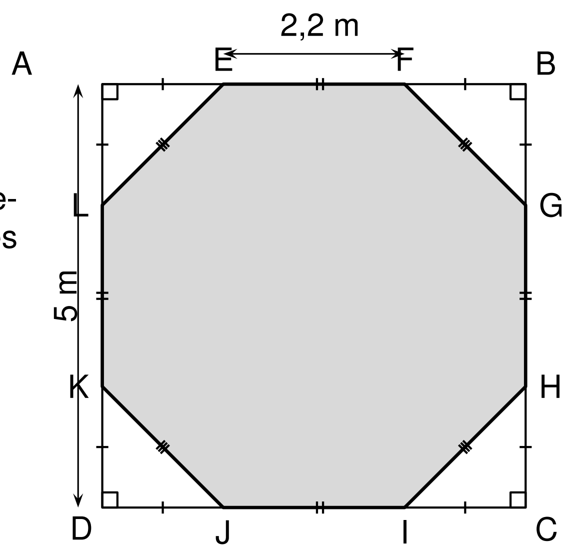
5. Juliette a écrit le programme ci-dessous :

```
1 quand [drapeau] est cliqué
2 demander (Choisir un nombre) et attendre
3 mettre [x] à (réponse)
4 mettre [y] à ((...)*(...))
5 mettre [z] à ((3)*(x))
6 mettre [Résultat] à ((...)-(...) - 4)
7 dire (Résultat) pendant (5) secondes
```

Recopier et compléter sur la copie les lignes 4 et 6 du programme afin que celui-ci corresponde au programme de calcul encadré.

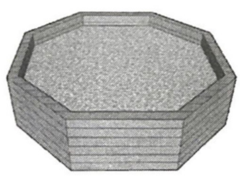
Exercice 5 — 22 points

Pour obtenir l'octogone EFGHIJKL ci-contre, on retire quatre triangles rectangles isocèles identiques des coins d'un carré ABCD de côté 5 m.
On donne :
AD $= 5$ m ; EF $= 2,2$ m.



1. (a) Montrer que la longueur AE est égale à 1,4 m.
   (b) Montrer que l'aire du triangle AEL est égale à 0,98 m^2.
   (c) En déduire que l'aire de l'octogone grisé est égale à 21,08 m^2

2. Cet octogone a les mêmes dimensions que la surface d'une piscine de hauteur 1,50 m.
   On souhaite remplir cette piscine aux trois quarts de sa hauteur.



(a) Montrer que le volume d'eau nécessaire est environ égal à 24 m^3.

(b) Sachant que le débit du robinet utilisé pour remplir la piscine est de 12 L/min, calculer la durée de remplissage de ces 24 m^3 d'eau.

Donner le résultat en heures et minutes.

Rappel: 1 m^3 $= 1{,}000$ L.

Correction

Exercice 1 — 20 points

1. (a) Anne et Jean ont acheté à eux deux $630 + 810 = 1{,}440$ dragées.
   (b) Il y a 810 dragées blanches parmi les 1,440 dragées ; la probabilité est donc égale à : $\frac{810}{1{,}440} = \frac{81}{144} = \frac{9 \times 9}{9 \times 16} = \frac{9}{16} = 0.562{,}5$.
2. (a) On a $\frac{630}{21} = \frac{9 \times 7 \times 10}{3 \times 7} = 3 \times 10 = 30$ et $\frac{810}{21} = \frac{3 \times 270}{3 \times 7} = \frac{270}{7}$ qui n'est pas un entier : ils ne peuvent réaliser 21 ballotins identiques
   (b) $630 = 9 \times 7 \times 10 = 9 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ et
   $810 = 81 \times 10 = 9 \times 9 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^4 \times 5$
   (c) Les facteurs communs à 630 et 810 les plus nombreux sont : un facteur 2, deux facteurs 3 et un facteur 5 : autrement dit le plus grand diviseur de 630 et de 810 est le produit $2 \times 3^2 \times 5 = 9 \times 10 = 90$.
   On a $630 = 90 \times 7$ et $810 = 90 \times 9$.
   Conclusion : Anne et Jean pourront faire 90 ballotins identiques de 7 dragées roses et 9 dragées blanches.

Exercice 2 — 18 points

Question 1 $13{,}420 = 1.342 \times 10^4$: réponse B

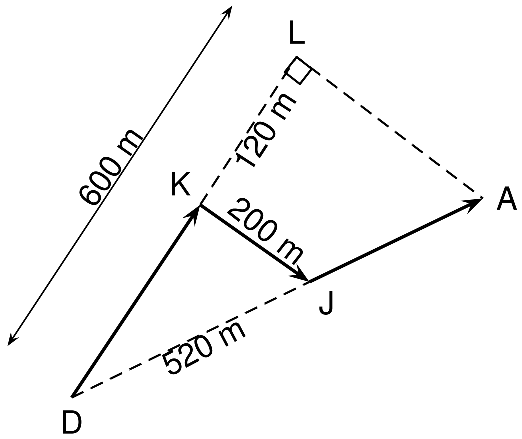
Question 2 La médiane est la sixième valeur qui partage les 10 performances en deux séries de 5 nombres : la médiane est donc 85,74 ; réponse A.

Question 3 Le motif gris a pour symétrique le motif 5 : réponse C
Question 4 Le motif gris a pour image le motif 12 : réponse B.
Question 5 f étant représentée par la droite (d), 2 a pour image 0 : réponse A.
Question 6 Le coefficient directeur de la droite peut se calculer avec les points de coordonnées (0 ; 4) et (2 ; 0), soit comme le quotient $\dfrac{0-4}{2-0} = \dfrac{-4}{2} = -2$: réponse C.

Exercice 3 — 22 points

Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne : DL = 600 m ; KJ = 200 m ; DJ = 520 m ; KL = 120 m.



1. On a DK + KL = DL soit DK $+ 120 = 600$, d'où DK $= 600 - 120 = 480$ (m).
2. On a DK^2 + KJ^2 $= 480^2 + 200^2 = 230{,}400 + 40{,}000 = 270{,}400$ et DJ$^2 = 520^2 = 270{,}400$.

   On a donc DK^2 + KJ^2 = DJ^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DKJ est rectangle en K.
3. Les droites (LA) et (KJ) sont perpendiculaires à la même droite (DL) : elles sont donc parallèles.
4. Les droites (LA) et (KJ) sont parallèles, les points D, K et L sont alignés et les points D, J et A le sont aussi : on a donc une configuration de Thalès : on peut donc écrire l'égalité :

   $\dfrac{\text{DK}}{\text{DL}} = \dfrac{\text{DJ}}{\text{DA}}$, soit $\dfrac{480}{600} = \dfrac{520}{\text{DA}}$, d'où DA $\times 480 = 600 \times 520$ puis DA $= \dfrac{600 \times 520}{480} = 650$ (m).
5. La longueur du trajet fléché est :

   DK + KJ + JA = $480 + 200 + (650 - 520) = 810$.
6. Dans le triangle rectangle LDA, on a DA $=$ DJ $+$ JA $= 520 + 130 = 650$ et par exemple : $\cos(\widehat{\text{LDA}}) = \dfrac{\text{long. côté adjacent}}{\text{long. hypoténuse}} = \dfrac{600}{650} = \dfrac{60}{65} = \dfrac{12}{13}$

   La calculatrice donne $\widehat{\text{LDA}} \approx 22{,}6°$.

   Cette valeur est inférieure à 25 : le photographe pourra tout filmer sans bouger sa caméra.

Exercice 4 — 18 points

On considère le programme de calcul ci-dessous :

• Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire le triple du nombre de départ • Soustraire 4

1. On a successivement : $5 \to 5^2 = 25 \to 25 - 3 \times 5 = 10 \to, 10 - 4 = 6$.
2. De même avec x au départ :
   $x \to x^2 \to x^2 - 3x \to x^2 - 3x - 4$.
3. On développe $(x+1)(x-4) = x^2 - 4x + x - 4 = x^2 - 3x - 4$. On retrouve l'expression de la question 2.
   On a donc $x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$.
4. Il faut trouver un ou des nombres x tels que $x^2 - 3x - 4 = 0$ ou d'après la question précédente tels que :
   $(x+1)(x-4) = 0$.
   Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul , soit
   $\left\{\begin{array}{rcl} x+1 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x-4 & = & 0 \end{array}\right.$ d'où $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & -1 \\ & \text{ou} & \\ x & = & 4 \end{array}\right.$.
   Il y a donc deux nombres qui donnent finalement 0 : ce sont -1 et 4.
5. Juliette doit compléter en ligne 4 et 6 :
   ```
   mettre y ▾ à (x * x)
   mettre Résultat ▾ à (y - z - 4)
   ```

Exercice 5 — 22 points

1. (a) D'après l'énoncé AB = AE + EF + FB = AE + EF + AE = 2AE + EF ou encore :
   $5 = 2\text{AE} + 2,2$ d'où $2\text{AE} = 5 - 2,2 = 2,8$ et enfin $\text{AE} = \dfrac{2,8}{2} = 1,4$ (m).
   (b) L'aire du triangle AEL est :
   $\mathcal{A}(\text{AEL}) = \dfrac{\text{AE} \times \text{EL}}{2} = \dfrac{1,4 \times 1,4}{2} = 1,4 \times 0,7 = 0,98\ (\text{m}^2)$.
   (c) L'aire de l'octogone est égale à la différence entre l'aire du carré de côté AB = 5 (m) et l'aire des quatre coins d'aire $0,980,98\ (\text{m}^2)$, soit :
   $\mathcal{A}(\text{EFGHIJKL}) = 5^2 - 4 \times 0,98 = 25 - 3,92 = 21,08\,(\text{m}^2)$.

2. (a) Le volume du prisme droit ayant pour base l'octogone d'aire $21,08\,(\text{m}^2)$ et pour hauteur $\dfrac{3}{4} \times 1,5$ m est :
   $V = 21,08 \times \dfrac{3}{4} \times 1,5 = 23,715\ (\text{m}^3)$ soit un peu moins de $24\ (\text{m}^3)$.

   (b) Il faut donc remplir $24 \times 1{,}000 = 24{,}000\ (\text{L})$ avec un débit de 12 L par minute.
   La durée de remplissage est donc d'environ :
   $\dfrac{24{,}000}{12} = 2{,}000$ min.
   Or $2{,}000 = 60 \times 33 + 20$: la durée de remplissage est égale à 33 h 20 min.