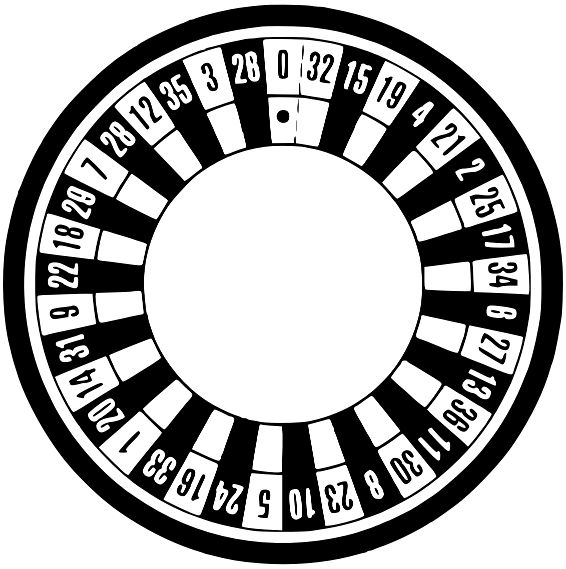
Exercice 1 — 20 points

Au casino, la roulette est un jeu de hasard pour lequel chaque joueur mise au choix sur un ou plusieurs numéros.

On lance une bille sur une roue qui tourne, numérotée de 0 à 36.

La bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.



1. Expliquer pourquoi la probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 est $\frac{1}{37}$.
2. Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire.
3. (a) Déterminer la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6.
   (b) En déduire la probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7.
   (c) Un joueur affirme qu'on a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. A-t-il raison ?

Exercice 2 — 20 points

<table>
<tr><th>Programme A</th><th>Programme B</th></tr>
<tr><td>• Choisir un nombre.
• Prendre le carré du nombre choisi.
• Multiplier le résultat par 2.
• Ajouter le double du nombre de départ.
• Soustraire 4 au résultat.</td><td>quand 🏴 est cliqué
demander (Choisir un nombre) et attendre
mettre [nombre choisi ▾] à (réponse)
mettre [Résultat 1 ▾] à ((Nombre choisi) + (2))
mettre [Résultat 2 ▾] à ((Nombre choisi) - (1))
dire (regrouper (Le résultat est) et ((Résultat 1) * (Résultat 2)))</td></tr>
</table>

1. (a) Vérifier que, si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme A est 56.
   (b) Quel résultat obtient-on avec le programme B si on choisit -9 comme nombre de départ ?

2. On choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ.
   (a) Parmi les trois propositions ci-dessous, recopier l'expression qui donne le résultat obtenu par le programme B ?

$$E_1 = (x+2) - 1 \qquad E_2 = (x+2) \times (x-1) \qquad E_3 = x + 2 \times x - 1$$

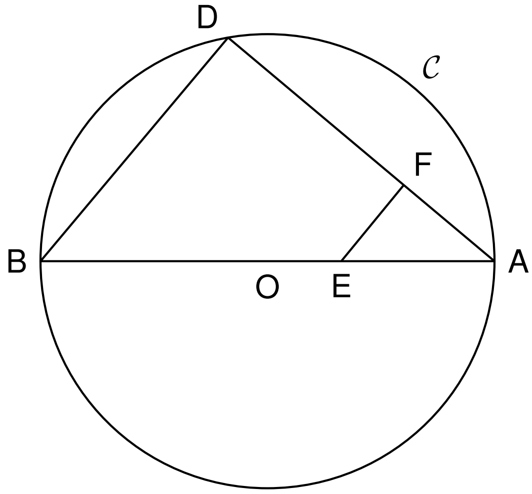
   (b) Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme A.

3. Démontrer que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme A est toujours le double du résultat du programme B.

Exercice 3 — 22 points

Sur la figure ci-dessous, on a :

- $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de rayon $4,5$ cm ;
- $[$AB$]$ est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;
- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD $= 5,4$ cm ; DA $= 7,2$ cm et AE $= 2,7$ cm.

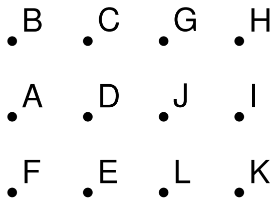
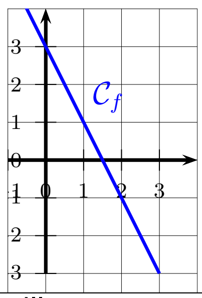
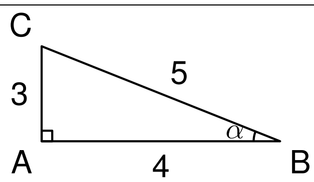


1. Justifier que le diamètre [AB] mesure 9 cm.
2. Démontrer que le triangle ABD est rectangle en D.
3. Calculer AF.

4. (a) Justifier que l'aire du triangle ABD est égale à $19,44$ cm^2.
   (b) Calculer l'aire du disque, arrondie au centième.
   Rappel : l'aire du disque est égale à $\pi \times R^2$, où R est le rayon du disque.
5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ?

Exercice 4 — 18 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, trois réponses $(\mathrm{A}, \mathrm{B}$ *ou* $\mathrm{C})$ *sont proposées.*
Une seule réponse est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$. Quelle est l'image de -4 par cette fonction ?	-14	-10	-3
2. Combien vaut $(-5)^3$?	-125	-15	125
3. Quelle est l'image du point J par la translation qui transforme C en A ? 	H	E	D
4. Quel est l'antécédent de 3 par la fonction f ? 	3	-3	0
5. On a mesuré les tailles, en m, de sept élèves : $1,46$; $1,65$; $1,6$; $1,72$; $1,7$; $1,67$; $1,75$ Quelle est la médiane, en m, de ces tailles ?	1,72	1,67	1,65
6. Dans le triangle ABC rectangle en A ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, quelle est la valeur de $\cos\alpha$? 	0,8	0,75	0,6

Exercice 5 — 20 points

Un club de natation propose un après-midi découverte pour les enfants.

PARTIE A

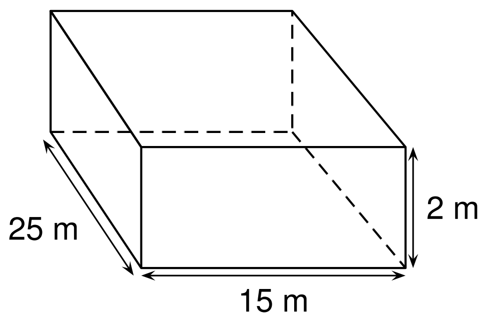
La présidente du club veut offrir des petits sachets cadeaux tous identiques contenant des autocollants et des drapeaux avec le logo du club. Elle a acheté 330 autocollants et 132 drapeaux et veut tous les utiliser. Elle veut que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre d'autocollants et que, dans chaque sachet, il y ait exactement le même nombre de drapeaux.

1. Pourquoi n'est-il pas possible de faire 15 sachets ?
2. (a) Décomposer 330 et 132 en produits de facteurs premiers.
   (b) En déduire le plus grand nombre de sachets que la présidente pourra réaliser.
   (c) Dans ce cas, combien mettra-t-elle d'autocollants et de drapeaux dans chaque sachet ?

PARTIE B

La piscine a la forme d'un pavé droit représenté ci-dessous.

Elle est remplie aux $\frac{9}{10}$ du volume.
1 m^3 d'eau coûte 4,14 €.
Combien coûte le remplissage de la piscine ?



Correction

Exercice 1 — 20 points

1. De 0 à 36 il y a $36 - 0 + 1 = 37$ nombres.
   La bille a la même probabilité de s'arrêter sur l'une de ces 37 cases, la probabilité de chaque nombre est donc égale à $\dfrac{1}{37}$.
2. Il y a 19 cases blanches donc 18 cases noires et parmi elles 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 soit 10 chances sur 37, donc la probabilité est égale à $\dfrac{10}{37}$.
3. (a) De 0 à 6 il y a 7 nombres donc la probabilité est égale à $\dfrac{7}{37}$

   (b) La probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7 est égale à $1 - \dfrac{7}{37} = \dfrac{30}{37}$.

   (c) On a $\dfrac{30}{37} \approx 0,81 > 0,8 > 0,75 = \dfrac{3}{4}$: le joueur a raison.
   Remarque $\dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \times 10}{4 \times 10} = \dfrac{30}{40}$.
   Or $37 < 40 \Rightarrow \dfrac{1}{40} < \dfrac{1}{37}$ et en multipliant chaque membre par 30 : $\dfrac{30}{40} < \dfrac{30}{37}$.

Exercice 2 — 20 points

1. (a) On obtient successivement : $5 \to 5^2 = 25 \to 2 \times 25 = 50 \to 50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60 \to 60 - 4 = 56$.

(b) Avec -9 au départ on obtient $-9+2=-7$ en résultat 1 et $-9-1=-10$ en résultat 2.
Le résultat final est $-7\times(-10)=70$.

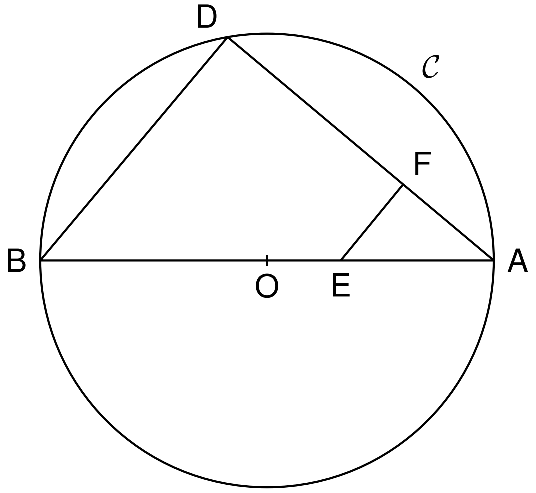
2. (a) Résultat 1 = $x+2$; Résultat 2 : $x-1$ et résultat final = $(x+2)(x-1)$ soit E_2.
   (b) On obtient successivement : $x \to x^2 \to 2\times x^2 = 2x^2 \to 2x^2+2x \to 2x^2+2x-4$.

3. Le résultat avec le programme A est :
   $2x^2+2x-4 = 2\times x^2+2\times x-2\times 2 = 2\left(x^2+x-2\right)$.
   Or en développant $E_2=(x+2)(x-1)=x^2+2x-x-2=x^2+x-2$: c'est le résultat du programme B.
   Le résultat du programme A est le double du résultat du programme B.

Exercice 3 — 22 points

Sur la figure ci-dessous, on a :

- $\mathcal{C}$ est un cercle de centre O et de rayon $4,5$ cm ;
- [AB] est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;
- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD $=5,4$ cm ; DA $=7,2$ cm et AE $=2,7$ cm.



1. On a AB $=2R=2\times 4,5=9$ (cm).
2. On a AD$^2=7,2^2$ et DB$^2=5,4^2$, d'où AD^2 + DB$^2=7,2^2+5,4^2=51,84+29,16=81=9^2=$ AB^2.
   Donc AD^2 + DB^2 = AB^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABD est rectangle en D ; [AB] est l'hypoténuse.

3. Comme les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A et que les droites (BD) et (EF) sont parallèles on est dans une situation de Thalès et on a donc les égalités :
$\frac{\text{AE}}{\text{AB}} = \frac{\text{AF}}{\text{AD}} = \frac{\text{EF}}{\text{BD}}$.
En particulier $\frac{\text{AE}}{\text{AB}} = \frac{\text{AF}}{\text{AD}}$ ou $\frac{2,7}{9} = \frac{\text{AF}}{7,2}$ soit $0,3 = \frac{\text{AF}}{7,2}$, d'où AF $= 0,3 \times 7,2 = 2,16$ (cm).

4. (a) Si $\mathcal{A}$ est l'aire du triangle ABD, on sait que $\mathcal{A} = \frac{\text{BD} \times \text{AD}}{2} = \frac{5,4 \times 7,2}{2} = 5,4 \times 3,6 = 19,44$ cm^2.

   (b) L'aire du disque est égale à $\pi \times R^2 = \pi \times 4,5^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times \pi = \frac{81}{4}\pi \approx 63,617$, soit 63,62 au centième de cm^2.

5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ? L'aire du triangle ABD représente pour l'aire du disque un pourcentage égal à environ :
$\frac{19,44}{63,62} \times 100$ soit environ 30,6 %.

Exercice 4 — 18 points

1. $f(x) = 3x - 2$, donc $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$. (réponse A)
2. $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$. (réponse A)
3. Si C a pour image A par $t_{\overrightarrow{\text{CA}}}$, alors J a pour image E. (réponse B)
4. L'antécédent de 3 est 0 : $f(0) = 3$. (réponse C)
5. On a dans l'ordre croissant : 1,46 ; 1,6 ; 1,65 ; 1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75
Il y a autant de tailles inférieures à 1,67 que de tailles supérieures à 1,67 : 1,67 est la médiane. (réponse B)
6. On a par définition : $\cos\alpha = \frac{\text{long. côté adjacent à } \alpha}{\text{long. hypoténuse}} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8$. (réponse A)

Exercice 5 — 20 points

PARTIE A

1. On a $\frac{330}{15} = \frac{66}{3} = 22$, mais $\frac{132}{15} = \frac{3 \times 44}{3 \times 5} = \frac{44}{5} = 8,8$ qui n'est pas entier.
On ne peut donc pas faire 15 sachets car 132 n'est pas un multiple de 15.

2. (a) On a $330 = 33 \times 10 = 3 \times 11 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et
$132 = 6 \times 22 = 2 \times 3 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 11$.

(b) On constate que 330 et 132 ont en commun dans leur écriture sous forme de produits de nombres premiers un facteur 2, un facteur 3 et un facteur 11 : ils sont donc tous les deux multiples de $2 \times 3 \times 11 = 6 \times 11 = 66$.

La présidente pourra donc faire 66 sachets.

(c) Comme $330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$, chaque sachet contiendra 5 autocollants et 2 drapeaux.

PARTIE B

Le volume de la piscine est $V = 25 \times 15 \times 2 = 25 \times 2 \times 15 = 50 \times 15 = 750\ (\text{m}^3)$.
On met dans cette piscine : $750 \times \dfrac{9}{10} = 75 \times 9 = 675\ (\text{m}^3)$ d'eau.
Remplir la piscine coûtera donc : $675 \times 4,14 = 2{,}794.50$ €.