

La géode, située à la Cité des Sciences de la Villette à Paris, est une structure sphérique.

1. La salle de projection, située à l'intérieur de la géode, est une demi-sphère de diamètre 26 m.
Calculer le volume de cette salle. Donner la réponse en m^3 arrondie à l'unité.

2. La surface extérieure est en partie recouverte de triangles équilatéraux de 120 cm de coté.

(a) Montrer que la hauteur d'un de ces triangles est 104 cm (arrondie à l'unité).

(b) En déduire que l'aire d'un triangle est d'environ $6,240\text{cm}^2$.

3. Il a fallu 6,433 triangles pour recouvrir la partie extérieure de la Géode.

Quelle est l'aire de la surface recouverte par ces triangles ? Donner la réponse en m^2 arrondie à l'unité.

Formulaire : Volume d'une sphère : $S = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ où r est le rayon de la sphère.

Aire d'un triangle : $A = \frac{b \times h}{2}$ où b est l'aire d'une base et h sa hauteur associée.

Correction

La géode, située à la Cité des Sciences de la Villette à Paris, est une structure sphérique.

1. La salle de projection, située à l'intérieur de la géode, est une demi-sphère de diamètre 26 m.

Une sphère de diamètre 26 m a pour rayon 13 m et donc pour volume $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 13^3$.

Le volume de la géode est donc $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times 13^3 \approx 4,601 \text{ m}^3$

2. La surface extérieure est en partie recouverte de triangles équilatéraux de 120 cm de côté.

- (a) Soit ABC un triangle équilatéral de côté 120 cm.

On appelle H le pied de la hauteur issue de C.

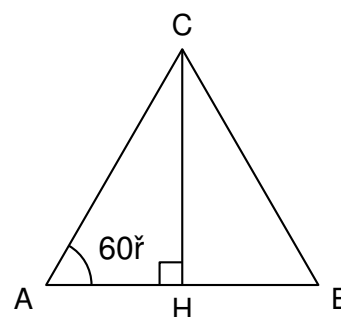
Dans le triangle ACH rectangle en H :

$$\sin \widehat{\text{CAH}} = \frac{\text{CH}}{\text{AC}} \text{ donc } \text{CH} = \sin \widehat{\text{CAH}} \times \text{AC}.$$

Le triangle ABC est équilatéral de côté 120 donc $\text{AC} = 120$ et chaque angle de ce triangle vaut 60° donc $\widehat{\text{CAH}} = 60^\circ$.

On a donc : $\text{CH} = \sin 60^\circ \times 120 \approx 104$

La hauteur d'un de ces triangles est approximativement de 104 cm.



- (b) L'aire d'un de ces triangles est égale à $\frac{\text{AB} \times \text{CH}}{2} \approx \frac{120 \times 104}{2} \approx 6,240 \text{ cm}^2$.

3. Il a fallu 6,433 triangles pour recouvrir la partie extérieure de la Géode.

La surface recouverte par ces triangles est approximativement de $6,433 \times 6,240 = 40,141,920 \text{ cm}^2$ soit $4,014.192,0 \text{ m}^2$ ce qui donne en arrondissant au m^2 : $4,014 \text{ m}^2$.