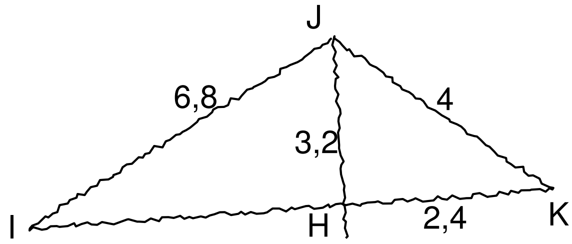
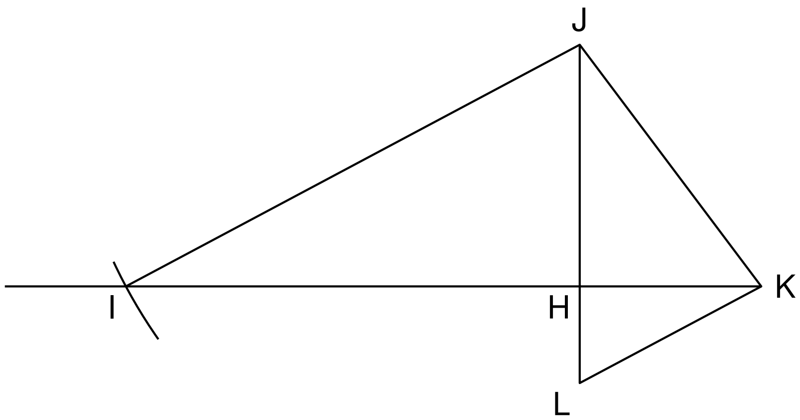
On considère la figure ci-contre dessinée à main levée.
L'unité utilisée est le centimètre.
Les points I, H et K sont alignés.



1. Construire la figure ci-dessus en vraie grandeur.
2. Démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires.
3. Démontrer que IH = 6 cm.
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HJK}$, arrondie au degré.
5. La parallèle à (IJ) passant par K coupe (JH) en L. Compléter la figure.
6. Expliquer pourquoi LK = $0,4\times$ IJ.

Correction

1. 

   On trace le triangle KJH connaissant les longueurs de ses trois côtés ; le cercle de centre J de rayon 6,8 coupe la droite (HK) en I.

2. Pour démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires, les points I, H et K étant alignés, il suffit de montrer que le triangle JHK est un triangle rectangle en H.

   Dans le triangle JHK, [JK] est le plus grand côté.

   Je calcule séparément :

   D'une part : $\text{JK}^2 = 4^2 = 16$.

   D'autre part : $\text{JH}^2 + \text{HK}^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$

   Je constate que : $\text{JK}^2 = \text{JH}^2 + \text{HK}^2$.

   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JHK est rectangle en H.

   Les droites (IK) et (JH) sont donc perpendiculaires.

3. Les droites (IK) et (JH) étant perpendiculaires, IHJ est un triangle rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

   $\text{IJ}^2 = \text{IH}^2 + \text{HJ}^2$

   $6,82 = \text{IH}^2 + 3,22$

   $46,24 = \text{IH}^2 + 10,24$

   $\text{IH}^2 = 46,24 - 10,24$

   $\text{IH}^2 = 36.$

   IH est un nombre positif, donc IH $= \sqrt{36}$ cm

   IH = 6 cm

4. HJK est un triangle rectangle en H, on a donc : $\cos \widehat{\text{HJK}} = \dfrac{\text{HJ}}{\text{JK}} = \dfrac{3,2}{4} = 0,8.$

   D'où $\widehat{\text{HJK}} \approx 37$

5. Voir plus haut

6. Les triangles HIJ et HKL sont tels que :

   - (JL) et (IK) sont sécantes en H ;

   - (IJ) est parallèle à (KL).

   D'après le théorème de Thalès, on a :

   $\dfrac{\text{HL}}{\text{HJ}} = \dfrac{\text{HK}}{\text{HI}} = \dfrac{\text{KL}}{\text{IJ}}.$

   Or $\dfrac{\text{HK}}{\text{HI}} = \dfrac{2,4}{6} = 0,4$, donc

   $\dfrac{\text{KL}}{\text{IJ}} = 0,4$ ou encore

   $\text{KL} = 0,4\times$ IJ.