[AB] est un segment de milieu O tel que AB = 12 cm.
Le point C appartient au cercle de centre O passant par A. De plus AC = 6 cm
L'angle $\widehat{\text{ABC}}$ mesure 30 .

1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
   (a) Le triangle ABC est rectangle.
   (b) Le segment [BC] mesure 10 cm.
   (c) L'angle $\widehat{\text{AOC}}$ mesure 60 .
   (d) L'aire du triangle ABC est $18\sqrt{3}$ cm^2.
   (e) L'angle $\widehat{\text{BOC}}$ mesure 31 .

Correction

1. On construit :

    - le segment [AB] tel que AB = 12 cm ;
    - sa médiatrice pour trouver son milieu O ;
    - le demi-cercle de centre O et de rayon 6 cm ;
    - le cercle de centre A et de rayon 6 coupe ce demi-cercle en C ;
    - on trace [AC] et [CB].

2. (a) Le triangle ABC est inscrit dans un cercle qui admet pour diamètre l'un de ses côtés [AB] ; il est donc rectangle en C.

    (b) Le segment [BC] mesure 10 cm. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore : $\text{AC}^2 + \text{CB}^2 = \text{AB}^2$ ou $\text{CB}^2 = \text{AB}^2 - \text{AC}^2 = 12^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 \neq 100$ carré de 10. Donc [CB] ne mesure pas 10 cm.

    (c) $\widehat{\text{AOC}}$ est l'angle au centre qui intercepte l'arc AC ; sa mesure est égale au double de celle dessangle inscrit qui intercepte le même arc soit $\widehat{\text{ABC}}$, donc l"angle $\widehat{\text{AOC}}$ mesure 60 .

    (d) On a vu que $\text{CB}^2 = 108 = 9 \times 12 = 9 \times 4 \times 3 = 36 \times 3$, donc $\text{CB} = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.
    L'aire du triangle ABC est donc égale à :
    $\dfrac{\text{AC} \times \text{CB}}{2} = \dfrac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ cm².

    (e) Dans BOC, on a OB = OC : le triangle est donc isocèle et on a donc $\widehat{\text{OBC}} = \widehat{\text{OCB}} = 30$. On en déduit que $\widehat{\text{BOC}} = 180 - 30 - 30 = 120$.