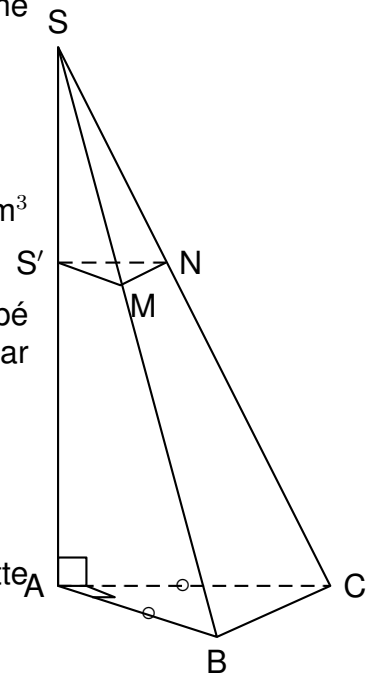


La dernière bouteille de parfum de chez Chenal a la forme d'une pyramide  $SABC$  à base triangulaire de hauteur  $[AS]$  telle que :

- $ABC$  est un triangle rectangle et isocèle en  $A$  ;
- $AB = 7,5$  cm et  $AS = 15$  cm.

1. Calculer le volume de la pyramide  $SABC$ . (On arrondira au  $\text{cm}^3$  près.)
2. Pour fabriquer son bouchon  $SS'MN$ , les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan  $P$  parallèle à sa base et passant par le point  $S'$  tel que  $SS' = 6$  cm.
  - (a) Quelle est la nature de la section plane  $S'MN$  obtenue ?
  - (b) Calculer la longueur  $S'N$ .
3. Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en  $\text{cm}^3$ .



## Correction

1. La base est un triangle rectangle isocèle de côtés mesurant 7,5 cm. L'aire de cette base est donc égale à  $\frac{7,5 \times 7,5}{2}$ .

La hauteur de la pyramide est égale à 15 cm, donc le volume de la pyramide est égal à :

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \frac{7,5 \times 7,5}{2} \times 15 = 5 \times \frac{7,5 \times 7,5}{2} = 140,625 \text{ cm}^3 \text{ soit environ } 141 \text{ cm}^3 \text{ au cm}^3 \text{ près.}$$

2. (a) Le plan de coupe étant parallèle à la base de la pyramide la section S'MN est une réduction de la base qui est un triangle rectangle isocèle ; S'MN est donc lui aussi un triangle rectangle isocèle.

- (b) La pyramide SS'MN est une réduction de la pyramide SABC et le rapport de réduction est le rapport des hauteurs soit  $\frac{SS'}{SA} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ .

$$\text{On a donc } S'N = \frac{2}{5} \times AC = \frac{2}{5} \times 7,5 = 3 \text{ cm.}$$

3. Le volume de la petite pyramide SS'MN peut s'obtenir de deux façons :

- Avec les dimensions :

$$V_{SS'MN} = \frac{1}{3} \frac{3 \times 3}{2} \times 6 = 9 \text{ cm}^3.$$

- Soit en utilisant le rapport de réduction. Si la grande pyramide a un volume de 140,625, la petite a un volume de :

$$140,625 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 140,625 \times \frac{8}{125} = 9 \text{ cm}^3.$$

Dans tous les cas il reste un volume pour le parfum de :

$$140,625 - 9 = 131,625 \text{ cm}^3.$$