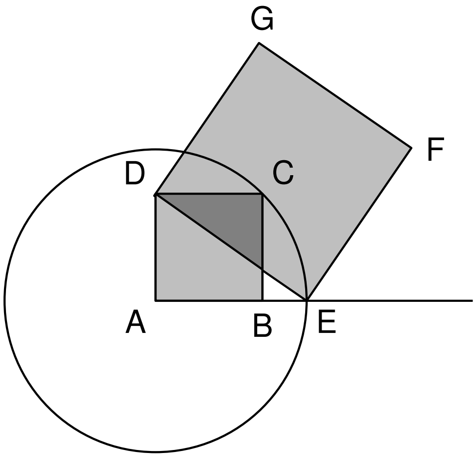
Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

Programme de construction :

- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

Figure obtenue:



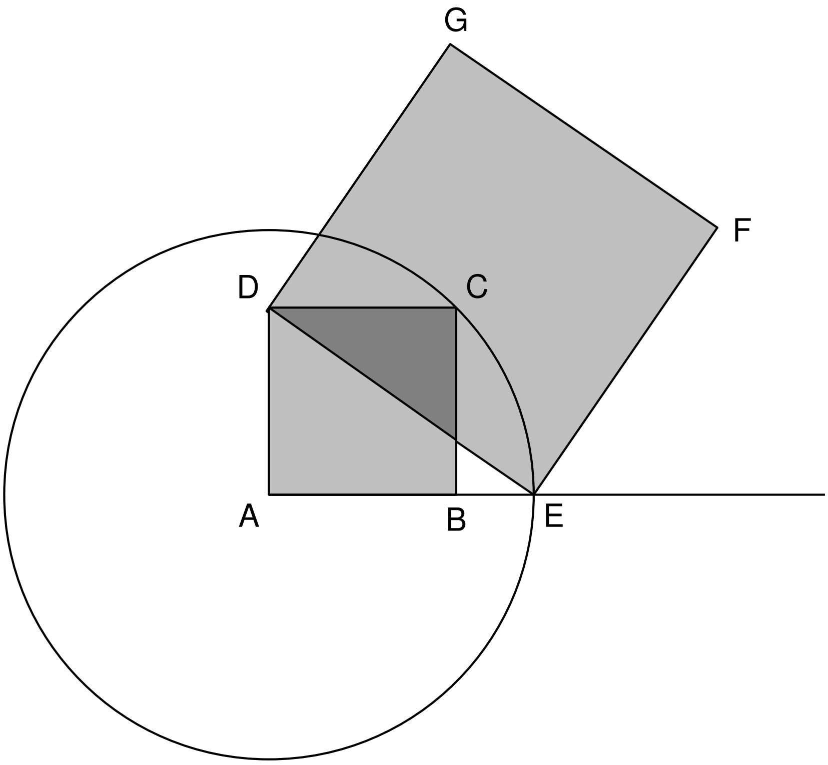
1. Sur la copie, réaliser la construction avec AB $= 3$ cm.
2. Dans cette question, AB $= 10$ cm.
   (a) Montrer que AC $= \sqrt{200}$ cm.
   (b) Expliquer pourquoi AE $= \sqrt{200}$ cm.
   (c) Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.
3. On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD.

   En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm^2.

   Quelle longueur AB faut-il choisir au départ ?

Correction

1.



2. (a) ABCD est un carré, donc ABC est un triangle rectangle isocèle en B. Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
AB^2 + BC^2 = AC^2, soit $10^2 + 10^2 =$ AC^2 ou AC$^2 = 200$, donc AC $= \sqrt{200}$.
   (b) E appartient au cercle de centre A et de rayon AC, donc AE = AC $= \sqrt{200}$.
   (c) ABCD étant un carré, le triangle AED est rectangle en A et le théorème de Pythagore s'écrit :
DA^2 + AE^2 = ED^2, soit $10^2 + \left(\sqrt{200}\right)^2 = 100 + 200 = 300$, qui est égale à l'aire du carré DEFG ; comme l'aire du carré ABCD est égale à $10^2 = 100$, on a bien aire(DEFG)$= 3\times$ aire (ABCD).

3. Comme $48 = 3 \times 16$, l'aire du carré ABCD est égale à 16 cm^2 ; or 16 est le carré de 4. Il faudra prendre une longueur AB $= 4$.